

**ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ ва
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ
ФАН ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРИШ БЎЙИЧА
14.07.2016.Т.29.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ

САДУЛЛАЕВА ШАХЛО АЗИМБАЕВНА

**ИККИ КАРРА НОЧИЗИҚЛИ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ СИСТЕМАЛАРИ
ЖАРАЁНЛАРИНИ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ**

05.01.07– Математик моделлаштириш. Сонли усуллар
ва дастурлар мажмуи
(физика-математика фанлари)

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Докторлик диссертацияси автореферати мундарижаси
Оглавление автореферата докторской диссертации
Content of the abstract of doctoral dissertation

Садуллаева Шахло Азимбаевна

Икки карра ночизикли реакция-диффузия системалари жараёнларини
математик моделлаштириш3

Садуллаева Шахло Азимбаевна

Математическое моделирование процессов систем реакции-диффузии с
двойной нелинейностью.....29

Sadullaeva Shakhlo Azimbaevna

Mathematical modeling of reaction-diffusion system processes with double
nonlinearity55

Эълон қилинган ишлар рўйхати

Список опубликованных работ

List of published works81

**ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ ва
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ
ФАН ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРИШ БЎЙИЧА
14.07.2016.Т.29.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ

САДУЛЛАЕВА ШАХЛО АЗИМБАЕВНА

**ИККИ КАРРА НОЧИЗИҚЛИ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ СИСТЕМАЛАРИ
ЖАРАЁНЛАРИНИ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ**

05.01.07— Математик моделлаштириш. Сонли усуллар
ва дастурлар мажмуи
(физика-математика фанлари)

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Докторлик диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида №14.07.2016/В2016.3.FM279 рақам билан рўйхатга олинган.

Докторлик диссертацияси Ўзбекистон Миллий университети ва Тошкент ахборот технологиялари университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (www.tuit.uz) ва «ZIYONET» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	Арипов Мерсанд физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	Абдурахимов Бахтиёр Файзиевич физика-математика фанлари доктори, профессор Нормуратов Чори Бегалиевич физика-математика фанлари доктори, профессор Имомназаров Холмат Худойназарович физика-математика фанлари доктори, профессор (Россия Федерацияси)
Етакчи ташкилот:	Самарканд давлат университети

Диссертация ҳимояси Тошкент ахборот технологиялари университети ва Ўзбекистон миллий университети ҳузуридаги фан доктори илмий даражасини бериш бўйича 14.07.2016.Т.29.01 рақамли илмий кенгашнинг 2016 йил «___» ноябр соат 10⁰⁰ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100202, Ташкент, Амир Темур кўчаси, 108. Тел.:(99871) 238-64-43; факс:(99871) 238-65-52; e-mail: tuit@tuit.uz).

Докторлик диссертацияси билан Тошкент ахборот технологиялари университети Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100202, Ташкент, Амир Темур кўчаси, 108. Тел.:(99871) 238-64-43; факс:(99871) 238-65-52; e-mail: tuit@tuit.uz).

Диссертация автореферати 2016 йил «___» ноябр куни тарқатилди.
(2016 йил «___» ноябрдаги ___ рақамли реестр баённомаси)

Р.Х.Хамдамов
Фан доктори илмий даражасини берувчи
Илмий кенгаш раиси, т.ф.д.

М.С.Якубов
Фан доктори илмий даражасини берувчи
Илмий кенгаш илмий котиби,
т.ф.д., профессор

Н. Равшанов
Фан доктори илмий даражасини берувчи
Илмий кенгаш қошидаги
илмий семинар раиси, т.ф.д.

КИРИШ (Докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Бугунги кунда дунё амалиётида табиий фанлар соҳасида реакция-диффузия жараёнларини бошқариш тизими самарадорлигини ошириш усуллари ишлаб чиқаришда чизиксиз математик моделларини ўрганиш долзарб масалалардан бири ҳисобланади. Elsevier таҳлилий маркази базаси маълумотларига кўра чизиксиз реакция-диффузия тенгламаси учун қўйиладиган Коши масаласини чегаравий шартларда ечиш ва натижаларини амалиётга татбиқ этишда чизиксиз фильтрация ва биологик популяцияга бағишланган дунё олимларининг илмий ишлари сони мунтазам равишда ошиб бормоқда.

Ўзбекистон Республикасида бир жинсли бўлмаган муҳитда икки карра ночизикли тенгламалар билан ифодаланувчи диффузия жараёнларини математик моделлаштириш, диффузион жараёнларни компьютерда визуаллаштириш учун автоматлаштирилган тизимларини яратишга оид тадбирларни самарали ташкил қилиш юзасидан кенг қамровли чора-тадбирлар амалга оширилди. Шу нуқтаи назардан, ишлаб чиқаришнинг ночизикли жараёнларнинг математик моделларини ўрганишда муҳим аҳамиятга эга автоматлаштирилган тизимларини яратиш, ночизикли жараённи моделлаштириш ва визуаллаштириш усуллари такомиллаштиришга бағишланган қатор илмий-тадқиқот ишлари олиб борилмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда қатор фундаментал муаммолар ночизикли жараёнларни математик моделлаштиришни, визуаллаштириш усуллари ва воситаларини такомиллаштирилиши, икки карра ночизикли реакция-диффузия масалалари ечимларининг муҳим натижаларини амалиётга жорий этишлиши билан изоҳланади. Ҳозирги кунда икки карра ночизикли тенгламаларни ўрганиш ва амалитётга тадбиқ этиш юзасидан қуйидаги йўналишлардаги илмий изланишларни амалга ошириш муҳим вазифалардан бири ҳисобланади: чизикли бўлмаган моделларни ўрганиш натижасида визуаллаштириш усуллари ишлаб чиқиш; ночизикли жараёнларни ўрганишга ёрдам берувчи комплекс дастурлар яратиш; ҳисоблаш эксперименти ўтказиш технологиясини яратиш, вақт бўйича эволюцион жараённи назорат қилиш усулини, параметрларнинг динамик ўзгаришига боғлиқ хоссаларини аниқлашнинг компьютерлаштирилган тизимини ишлаб чиқиш. Юқорида келтирилган илмий-тадқиқотлар йўналишида бажарилаётган илмий изланишлар мазкур диссертация мавзусининг долзарблигини изоҳлайди.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2012 йил 21 мартдаги ПҚ-1730-сон «Замонавий ахборот-коммуникация технологияларини янада жорий этиш ва ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2010 йил 15 декабрдаги ПҚ-1442-сон «Ўзбекистон Республикасининг саноатини 2011-2015 йилларда ривожлантиришнинг устувор йўналишлари ҳақида»ги Қарорларида, Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2012 йил 1 февридаги 24-сонли «Жойларда компьютерлаштириш ва ахборот коммуникация технологияларини бундан кейинги ривожлантиришга

шароитлар яратиш учун чора-тадбирлар тўғрисида»ги қарори ҳамда мазкур фаолиятга тегишли барча меъёрий-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Ахборотлаштириш ва ахборот-коммуникация технологияларини ривожлантириш» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи¹.

Икки карра ночизикли масалалар учун Fujita типдаги глобал ечимларнинг мавжудлиги, ҳарорат тарқалиш тезлигининг чеклилиги, автомодел ечимларнинг сифат хоссалари, чегараланмаган (blow-up) ечимларнинг фазовий локализацияси, функционал фазоларда ечим ва эркин чегара баҳоси, ночизикли масалаларни сонли ечишга йўналтирилган кенг қамровли илмий изланишлар жаҳоннинг етакчи илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан, North Carolina, Berkely, California State University (АҚШ), Tokyo, Osaka, Nagoya, Fukuoka University (Япония), Autonomous University of Madrid (Испания), Tel Aviv University (Исроил), Chongqing, Changchun University (Хитой), Paris Mathematics Center, Mathematical Institute of Leiden (Голландия), Technical University of Budapest (Венгрия), Россия Фанлар Академиясининг Амалий математика институти, Москва давлат университети (Россия), Грузия математика ва амалий математика институти, Болгария математика ва ҳисоблаш математикаси институти, Донецк математика ва механика институти (Украина), Ўзбекистон Миллий университети, Самарқанд давлат университети, Урганч давлат университети ва Тошкент ахборот технологиялари университети ҳузуридаги дастурий маҳсулотлар ва аппарат-дастурий мажмуалар яратиш марказларида (Ўзбекистон) олиб борилмоқда.

Ночизикли дифференциал тенгламалар ва тизимлар билан боғлиқ бўлган хоссаларни аниқлаш усуллари, сонли ечиш ва визуаллаштириш усуллари такомиллаштиришга оид жаҳонда олиб борилган тадқиқотлар натижасида қатор, жумладан, қуйидаги илмий натижалар олинган: икки каррали ночизикли реакция-диффузия жараёнларини моделлаштириш масалалари ечимларини турли фазоларда баҳолари олинган (North Carolina, California State University), Н. Fujita икки карра ночизиклилик типдаги масалаларнинг глобал ечимлари мавжудлиги исботланган (Tokio University), икки карра ночизикли масалаларнинг чегараланмаган ечимларига хос функциялар хоссалари ўрганилган ва классификацияланган (Россия Фанлар академиясининг Амалий математика институти), ярим чизикли тизимлар учун критик экспоненталари аниқланган (Autonomous University of Madrid), икки карра ночизикли реакция-диффузия масалалари хусусиятларини

¹ Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи Department of Physics, University of California, Berkly, California 94720, USA, Department of Aerospace Engineering, Department of Energy Engineering and Science, Nagoya University Nagoya, Japan ва бошқа манбалар асосида фойдаланилган.

ўрганишда автомодел усулидан фойдаланиб ечимлар олинган (Chongqing, Changchun University).

Дунёда чизиксиз жараёнларни моделлаштиришда параболик типдаги дифференциал тенгламаларни сонли-аналитик ўрганиш, ҳамда визуаллаштириш усуллари ва воситаларини ишлаб чиқиш бўйича қатор, жумладан, қуйидаги устувор йўналишларда тадқиқотлар олиб борилмоқда: ночизикли масалалар учун Fujita типдаги глобал ечимлар топиш; иссиқлик тарқалиш тезлигининг чеклилигини топиш; автомодел ечимларни топиш; чегараланмаган (blow-up) ечимларнинг фазовий локализациясини топиш; турли функционал фазоларда ечим ва эркин чегара баҳосини топиш; ночизикли масалаларни сонли ечиш усуллариини такомиллаштириш ва ночизикли жараённи визуаллаштириш учун дастурлар мажмуасини ишлаб чиқиш.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Ночизикли бўлмаган иссиқлик тарқалиш, фильтрация диффузия моделлари учун фазовий локаллашиш хоссаси ва чекли тезликка эга иссиқлик тарқалиш эффекти Зельдович-Баренблатт типдаги ечимлар асосида олимлар Мартинсон ва Павлов томонидан ўрганилди. Шу даврдан ночизикли математик моделлар устида кенг қамровли изланишлар олиб бориш, уларни янги мураккаб ночизикли математик моделлар учун исбот қилиш ва уларнинг турли янги хоссаларини ўрганиш ишларига катта эътибор қаратилди. Шунингдек, ўрганилаётган математик моделларнинг кўп соҳаларда учрайдиган нозичикли жараёнларда қўлланилди ва чизикли тенгламаларга хос бўлмаган янги эффектлари топилди.

Кейинги 20 йилда ночизикли масалалар бўйича эълон қилинган кўплаб илмий ишлар бу соҳага бўлган қизиқишнинг юқори эканлигидан далолат беради. Жумладан, Fujita типдаги глобал ечимларнинг мавжудлигига бағишланган илмий изланишлар Tokyo университетида (H.Fujita, X.Y.Chen, H.Matano, M.Mimura), Nagoya университетида (M.Sugimoto), Osaka университетида (Y.Naito), North Carolina университетида (C.V.Pao, W.H.Ruan), California State University да (L.A.Caffarelli, A.Friedman, B.Mcleod); Lp-Лаплас ва PME тенгламалари, уларнинг умумлашган ҳоллари, ҳамда критик экспоненталар бўйича Autonomous University of Madrid да (J.L.Vazquez раҳбарлигидаги илмий мактаб), Axen University (Germany) да (M. Winkler), Politecnico di Milano да (G. Grillo, M. Muratori), Хитойнинг кўпчилик университетларида, жумладан Chongqing, Changchun University да (J.Wu, J.Yin, H.Li, J.Zao, P.Zeng, C.Mu, D.Liu, Sh.Zhou, M.X.Wang, C.H.Xie); ярим чизикли системалар билан Complutense University (Spanish) да (M.Escobedo, M.A.Herrero, M.Fila,), Tel Aviv University да (H.A.Levine, S.Kamin); ночизикли параболик масалалар учун турли функционал фазоларда ечимнинг мавжудлик шартларини ўрганиш ва ечимни баҳоларини ўрнатиш билан Paris Mathematics Center (G.L.Leons ва унинг шогирдлари); ночизикли математик моделларнинг янги сифат хоссаларини ўрганиш билан Россия ФА нинг Амалий математика институти ва Москва давлат университетида (А. П. Михайлов, В. А. Галактионов, Е. Куркина), Болгариянинг Математика ва ҳисоблаш математикаси институтида

(С.Н.Димова, М.С.Костешиев, М.Ж.Колева) кенг қамровли илмий-тадқиқотлар олиб борилмоқда.

Ночизикли тенгламалар ва улар билан боғлиқ жараёнларни тадқиқ қилишда, хусусан Кортвег-де Фриз типдаги тенгламалар хоссаларини ўрганишнинг янги замонавий усуллари Урганч давлат университети математиклари А.Хасанов, Г.Уразбоев, А.Яхшимуратовлар томонидан тақлиф этилган ва бу мақсадда аналитик назария яратилган; А.С. Расулов ва унинг шогирдлари ночизикли жараёнларни статистик моделлаштириш усули билан ечиш, Н.Мухитдинов, А. Бегматов, Б. Хужаяров, Н. Равшанов И. Алимов, И. Хўжаевларнинг илмий изланишларида эса нефть, суюқлик ва газ масаларини тадқиқ қилишга ва ночизикли бўлмаган фильтрация масаларини чизиклаштириш усули билан сонли ечишга қаратилган; М. Арипов ва унинг шогирдлари (Т.Каюмов, Д.Эшметов, А.Хайдаров, Ж.Мухаммадиев, Ш.Сеттиев, Ш.Садуллаева, А.Матякубов, З.Рахманов, Д.Мухаммадиева) томонидан ночизикли масалаларни автомодел ёндошув асосида қурилган турли хилдаги ечимлари, ночизикли математик моделларнинг янги хусусиятлари, ҳамда умумлашган Эмден-Фаулер типдаги тенгламалар ва системаларнинг ечимлари асимптотикаси ўрганилган. Бузилишга эга бўлган параболик тенгламаларга олиб келадиган ўзгарувчан зичлик, муҳитнинг ўтказувчанлик куввати, конвектив кўчишга эга бўлган ҳоллар учун ночизикли системаларга бағишланган илмий изланишлар ҳозирги кунда етарли даражада кўрилмаган.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган олий таълим муассасининг илмий-тадқиқот ишлари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Тошкент ахборот технологиялари университетининг илмий-тадқиқот ишлари режасининг ОТ-Ф1-125 «Клейн-Гордон типдаги реакция-диффузия системалари билан ифодаланувчи чизикли бўлмаган жараёнларни визуаллаштириш, компьютерли моделлаштириш» (2009-2011), ЁФ-4-10 «Колмогоров-Фишер типдаги биологик популяция системаларини сонли моделлаштириш» (2013-2014), ИТД-5-44 «Колмогоров-Фишер типдаги ўзаро боғлиқ биологик популяция системаларини сонли моделлаштириш» (2015-2017) мавзуларидаги фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади автомодель усуллари ёрдамида ютилиш ёки манбага эга бўлган муҳитда икки карра ночизикли ўзгарувчан зичликка эга бузилувчан параболик тенгламалар системаси билан аниқланган реакция-диффузия, иссиқлик, суюқлик ва газларнинг тарқалиши, фильтрация жараёнларни математик моделлаштиришдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

икки карра ночизикли, ўзгарувчан зичликка эга реакция-диффузия системаси учун чекли тезликка эга иссиқлик тарқалиш эффекти (ИТЭ) ва эффектив фазовий локаллашиш ҳодисаларини асослаш;

манба ёки ютилишга эга бўлган муҳитда икки карра ночизикли реакция-диффузия модели учун Коши масаласининг глобал ечимини қуриш;

икки карра ночизикли реакция-диффузия тенгламалар ва тенгламалар системалари учун blow-up хоссаларга эга ечим асимптотикасини топиш;

автомодел тенглама ва системаларнинг компакт юритувчилик

умумлашган ечимларининг асимптотик ифодаларини топиш;

икки карра ночизикли, манба ёки ютишга ва конвектив кўчишга эга реакция-диффузия тенгламалар ва системалар учун критик экспонентани топиш алгоритмини куриш;

икки карра ночизикли, манба ва конвектив кўчиш хусусиятига эга ўзаро-диффузия системалар учун Зельдович-Баренблатт типдаги ечимлар топиш ва уларнинг ёрдамида фазовий локализация ва иссиқлик тарқалиш тезлигининг чегараланганлиги (ИТТЧ) хоссаларини исботлаш;

ўрганилган ночизикли математик моделлар хоссалари ёрдамида яқинлашувчи итерацион жараён тузиш. Ташқи факторларни ва қаралаётган муҳит хоссаларини (ўзгарувчан зичлик, муҳит ўтказувчанлиги, конвектив кўчиш ва бошқ.) ҳисобга оладиган бир ёки бир қанча ночизикли тенгламалар системалари сонли моделлаштириш масаласини ечиш;

ночизикли хосмас параболик тенгламалар ва системаларга асосланган визуал ночизикли жараёнларни ўрганишга ёрдам берувчи комплекс дастурлар ишлаб чиқиш ва ҳисоблаш экспериментини ўтказиш.

Тадқиқотнинг объекти бир ёки икки компоненталик муҳитга хос ночизикли реакция-диффузия жараёнларидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети икки карра ночизикли тенгламалар системаси ечимларига ташқи муҳитнинг таъсирини тадқиқ қилиш, жумладан бир ёки икки компоненталик муҳитдаги конвектив кўчиш, ўзгарувчан зичлик, ютувчи ёки манба таъсирида, икки карра ночизикли бузулувчан тенгламалар ёки системалар билан аниқланувчи иссиқлик тарқалиш, суюқлик ва газларнинг фильтрацияси, диффузия, биологик популяция масалаларида тўлқин тарқалишини ўрганиш, назарияларини амалиётда қўлланиш услубларини яратиш, ўрганилаётган жараёнларни компьютерда ечишнинг сонли усуллари, ҳисоблаш алгоритмлари ташкил этади.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида автомодель усуллар, ечимларни солиштириш тамойиллари, ечимларни баҳолаш усуллари, сонли усуллар ва ҳисоблаш экспериментларини ўтказиш усуллари қўлланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

икки карра ночизикли ўзгарувчан зичлик муҳитдаги реакция-диффузия системаси ва тенгламалари учун иссиқлик тарқалиш тезлигининг чеклилиги (ИТТЧ) ва фазовий локаллашиш ҳодисалари, blow-up хоссаларга эга ечим асимптотикаси топилган;

манба ва ютилишга эга бўлган икки карра ночизикли реакция-диффузия модели учун Коши масаласининг глобал ечими қурилган;

икки карра ночизикли тенгламалар ва системалар синфи учун уларнинг ечимлари ва фронтларини баҳолаш усуллари, автомодель тенгламалар ва системаларнинг компакт юритувчилик умумлашган ечимларининг асимптотик ифодалари ишлаб чиқилган;

икки карра ночизикли манба ёки ютишга ва конвектив кўчиш хусусиятига эга реакция-диффузия тенглама ва системалар учун Зельдович-Баренблатт типдаги ечимлар топилган ва улар ёрдамида фазовий локализация ва ИТТЧ хоссалари ўрганилган, критик экспонентани топиш алгоритми ишлаб чиқилган;

ўрганилган ночизикли математик моделлар хоссалари ёрдамида яқинлашувчи итерацион жараёнлар қурилган;

ташқи омиллар ва қаралаётган муҳит хоссаларини (ўзгарувчан зичлик, муҳитни ўтказувчанлиги, конвектив кўчиш ва бошқ.) ҳисобга оладиган бир ёки бир қанча ночизикли тенгламалар системаларини сонли моделлаштирилган.

Тадқиқотнинг амалий натижаси қуйидагилардан иборат:

ночизикли хосмас параболик тенгламалар ва системаларга асосланган визуал ночизикли жараёнларни ўрганишга ёрдам берувчи дастуй таъминот ишлаб чиқилган;

яратилган дастурлар ёрдамида ҳисоблаш эксперименти ўтказиш, вақт бўйича эволюцион жараёни назорат қилиш, параметрларга боғлиқ реакция-диффузия хоссаларини ўрганиш ишлари амалга оширилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончилиги. Тадқиқот натижаларининг ишончилиги олинган натижалар ва тасдиқлар билан қатъий исботланади ва сонли тадқиқотлар натижалари билан тасдиқланади. Ечимлар олинган баҳолардан фойдаланган ҳолда ечимларнинг сонли таҳлили келтирилган бўлиб, улар таклиф этилган усулларини ҳамда эталон тенгламалар ва автомодел таҳлилга асосланган ҳисоблаш усулларининг тўғрилигини ва самарадорлигини тасдиқланганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти икки карра ночизикли реакция-диффузия тенгламалари ва системалар учун blow-up хоссаларини қўлланилиши, реакция-диффузия жараёнларининг моделлари учун Коши масаласининг глобал ечими мавжудлиги, шунингдек, олинган натижалар ёниш назарияси, суюқлик ва газлар фильтрацияси, иссиқлик ўтказувчанлик масалалари, бир ёки икки компоненталик ночизикли муҳитлардаги диффузия, Колмогоров-Фишернинг биологик популяция масаласига татбиқ этилиши билан изоҳланади.

Тадқиқот ишининг амалий аҳамияти ишлаб чиқилган дастурлаш услублари ночизикли фильтрация, иссиқлик ўтказиш, ночизикли муҳитда диффузия, ер ости сувларининг ҳаракати масалаларида ҳисоблаш эксперименти ўтказиш орқали ночизикли реакция-диффузия жараёнларини ўрганишга хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Диссертация тадқиқоти жараёнида олинган натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга жорий қилинган:

икки карра ночизикли реакция-диффузия тенгламаси учун Коши масаласининг глобал ечими учун олинган натижалар DMS-1401316 гранти лойиҳасида ночизикли масалаларнинг глобал ечими қуришда фойдаланилган («California State University»нинг 2016 йил 29 октябрдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши ночизикли жараёнларни визуаллаштиришга хизмат қилган;

икки карра ночизикли реакция-диффузия системалари ечимлари мосланган манбали Кортевег-де Фриз тенгламаси ОТ-Ф1-002 «Штурм-

Лиувилл операторларининг квадратик дастаси учун тўғри ва тескари спектрал масалалар» грант лойиҳасида ночизикли тенгламалар ва системалар синфи учун уларнинг ечимларини қуриб олиш ва хоссаларини аниқлашда қўлланилган (Фан ва технологияларни ривожлантиришни мувофиқлаштириш қўмитасининг 2016 йил 3 ноябрдаги ФТК-03-13/744-сон маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланиши Коши масаласи глобал ечимининг мавжудлигини исботлаш имконини берган;

ночизикли парчалаш ва фильтрация масаласи учун ҳайдаш усули, ечиш алгоритми ва модели ФА-Ф4-Ф042 «Ғовак муҳитда бир жинсли бўлмаган суюқлик фильтрацияси гидродинамик моделини ишлаб чиқиш ва татқиқ қилиш» гранти лойиҳасида ночизикли жараёнларни математик моделлаштириш, уларнинг ечимларини қуриб олиш ва ечим хоссаларини ўрганишда қўлланилган (Ўзбекистон Республикаси ахборот технологиялари ва коммуникацияларини ривожлантириш вазирлигининг 2016 йил 10 ноябрдаги 33-8/6160-сон маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланиши тўқин тарқалиш тезлиги чеклилик эффекти, фазовий локализация, ғовак муҳитда бир жинсли бўлмаган суюқлик фильтрацияси масалаларини ечишда, жумладан кольмация ва суффозия билан ҳисобланган суспензияларни топиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Тадқиқот натижалари 36 та илмий-техник, шу жумладан 19 халқаро анжуманларда муҳокама қилинган: «Современное состояние и пути развития информационных технологий» (Тошкент, 2008), «Интегральные уравнения-2009» (Киев, 2009), «Современные проблемы газовой и волновой динамики» (Москва, 2009), «Вычислительные технологии и математическое моделирование» (Тошкент, 2009), «Control and Optimization of Dinamical Systems – CODS-2009» (Тошкент, 2009), «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль Хорезми 2009» (Тошкент, 2009), «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения» (Тошкент, 2011), «Progressin Analysis and its Applications» (London, 2009), IV Жаҳон Турк Математиклари Жамияти Конгрессида (Баку, 2011) «Science and Technology: step to future» (Алмата, 2012), «Актуальные проблемы математического анализа» (Урганч, 2012), «Интеллектуальные Системы для Индустриальной Автоматизации» WCIS – 2012 (Тошкент, 2012), «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль-Хорезми 2012» (Тошкент, 2012), «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения» (Тошкент, 2013), «Амалий математика ва ахборот хавфсизлиги» (Тошкент, 2014), V - Жаҳон Турк Математиклари Жамияти Конгрессида (Бишкек, 2014), Профессор Сугимото Мицури Халқаро семинарида (Нагоя университети, Япония, 2013), Математикларнинг Интернационал Конгрессида (Сеул, 2014), «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль-Хорезми 2014» (Тошкент, 2014), «Неклассические уравнения и физики и их приложения» (Тошкент, 2014), «Радиотехника, телекоммуникация ва ахборот технологиялари: муаммолари ва келажак ривожи» (Тошкент, 2015), «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и

образовании» (Алмата, 2015).

Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши. Диссертация мавзуси бўйича жами 36 та илмий иш чоп этилган бўлиб, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 14 та мақола, жумладан 8 таси республика ва 6 таси хорижий журналларда нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация таркиби кириш, бешта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловалардан иборат. Диссертациянинг ҳажми 197 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида ўтказилган тадқиқотларнинг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг мақсади ва вазифалари, объект ва предметлари тавсифланган, республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг илмий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларини амалиётга жорий қилиш, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «**Икки карра нозикли тенгламалар орқали ифодаланувчи математик моделлар хоссалари**» деб номланган биринчи бобида умумий кўринишдаги икки карра нозикли бузилувчи параболик тенгламалар учун математик моделлар қаралди ва тўлқин тарқалиш тезлигининг чеклилиги эффекти, ечимнинг фазовий локализацияси, секин ва тезкор диффузия ҳолатлари учун компакт юритувчига эга ечимлар асимптотикаси ва ҳисоблаш шарт-шароитлари келтирилади. Шунингдек, ўзгарувчан зичлик, конвектив кўчиш, нозикли иссиқлик ўтказувчилик, диффузия, суюқлик ва газ фильтрациялари, ер ости сувлар ҳаракати эволюцион жараёнларига таъсири тадқиқ қилинади.

Ушбу

$$Au \equiv -\rho_1(|x|)\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left(\rho_2(|x|)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}\nabla u^l \right) = 0, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N, \quad N > 1 \quad (2)$$

икки карра нозикли тенглама учун Коши масаласи кўпчилиқ жараёнларни математик моделлаштиришда, жумладан, иссиқлик ўтказиш, суюқлик ва газ фильтрацияси, икки карра нозикли $\rho_2(x)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}\nabla u^l$ коэффициентли ва ўзгарувчан $\rho_1(|x|)=|x|^q$, $\rho_2(|x|)=|x|^n$ зичликка эга бўлган муҳитда диффузия жараёнлари масалаларининг асосини ташкил қилади. (1) тенглама секин диффузия ($k(p-2)+m-1>0$ да), тезкор диффузия

($k(p-2)+m-1 < 0$ да), p -Лаплас ($m=1, k=l=1$ да) ва ғовак муҳит ($p=2, l=1$ да) тенгламаларини ўзида мужассамлаштирган. Агар бирор соҳада $u=0$ ёки $\nabla u=0$ бўлса, (1) тенглама бузилишга эга бўлади ва чизиқли тенгламага айланади. Бундай соҳаларда функция ҳосилалари узилишга эга бўлиб, (1) тенглама классик маънода ечимга эга бўлмаслиги мумкин. Бундай ҳолатларда (1) тенглама учун кучсиз(умумлашган) ечимлар изланади ва ўрганилади.

Б. Зельдович ва А. Компанеец (1) ночизиқли иссиқлик ўтказувчанлик тенгламанинг хусусий ҳоли, $p=2, l=1, \rho_2(x)=\rho_1(x)=1$ учун оний манба таъсиридаги масаланинг иссиқлик тарқалиш тезлигининг чеклилиги (ИТТЧ) хоссасига эга бўлган ечимини, яъни шундай $0 < l(t) \in C(0, \infty)$ функцияси мавжудки, агар $|x| \geq l(t)$ бўлса, унда $u(t, x) \equiv 0$ бўладиган ечимини топишади. Бундай эффект чизиқли ҳол: $p=2, k=1, m=1$ учун ўринли бўлмайди. (1) тенгламанинг $k=l=1, \rho_2(x)=\rho_1(x)=1$ и $\rho_2(x)=1$ хусусий ҳоли учун Коши масаласи Тедеев А.Ф. ва унинг ўқувчилари томонидан 2004-2013 йиллар давомида ўрганилиб, $u_0(x)$ чегаравий функция ва сонли параметрлар учун қайси шартларда ИТТЧ ва чекли оралиқда ечимнинг бузилиши (ЧОЕБ) эффектлари содир бўлишини ўрнатдилар. Кейинчалик (2014 й.) бу масала G. Grillo ва M. Muratori лар томонидан қаралиб, сонли параметрларнинг хусусий қийматларида, яъни $k=l=1, p=2$ ҳол учун умумлашган ечимнинг L_p – нормадаги баҳолари олинган.

Диссертацияда автомодел усулга асосланган умумий ҳолда қуйидаги Зельдович-Баренблатт типидagi умумумий ечим топилади:

$$u(t, x) = [T + t]^{\frac{-s}{p+(k(p-2)+m+l-2)s}} (a - b\xi^\gamma)_+^{\gamma_1}, \quad T > 0, \quad (3)$$

$$a > 0, \quad b = (k(p-2) + m + l - 2) \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{p}{p-1}},$$

$$\xi = \frac{\varphi(x)}{[\tau(t)]^{1/p}}, \quad s = p \frac{N-n}{p-n}, \quad n+q < p, \quad n < N.$$

Теорема 1. Агар (1) тенгламада $k(p-2)+m+l-2 > 0, \quad n < N, \quad p > n$ шартлари бажарилса, ҳамда

$$u(0, x) \leq z(0, x), \quad x \in R^N$$

ўринли бўлган ҳолда (1)-(2) масала ечими учун қуйидаги баҳо ўринли:

$$u(t, x) \leq z(t, x), \quad \text{в } Q.$$

Теорема 2. Агар (1) тенгламада $k(p-2)+m+l-2 > 0, \quad n < N, \quad p > n$ шартлари бажарилса, ҳамда

$$u(0, x) \leq z(0, x), \quad x \in R^N.$$

ўринли бўлган ҳолда масала ИТТЧ хоссасига эга бўлади.

Теорема 1 ёрдамида (1) тенглама ечимининг фазовий локализация хоссаси бажарилиши кўрсатилади. Шунингдек, ютилиш ва конвектив кўчиш таъсирида ҳамда тезлик вақтга боғлиқ шароитларида ҳам бу хоссанинг намоён бўлиши диссертацияда кўрсатилган. Хусусан, фазовий локализация хоссасининг бажарилиш шартин қуйидагича бўлади

$$(k(p-2) + m + l - 2) > 0, \quad \int_0^t v(y) dy < \infty \quad \forall t > 0,$$

бунда $v(t)$ – конвектив кўчишнинг тезлиги.

Қуйидаги автомодел масалани қараймиз

$$\xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + \frac{\alpha}{1 - \alpha(k(p-2) + m - 1)} f = 0, \quad (4)$$

$$f(0) = c > 0, \quad f(d) = 0, \quad d < \infty, \quad f'(0) = 0, \quad f(\infty) = 0, \quad (5)$$

(4),(5) масаланинг компакт юритувчили ечими

$$0 \leq f(\xi), \quad \xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df^l}{d\xi} \in C(0, \infty) \quad (6)$$

синфга тегишли ва

$$\xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df^l}{d\xi} + \int_0^\infty \left(\frac{s}{p} + \frac{\alpha}{1 - \alpha(k(p-2) + m - 1)} \right) y^{s-1} f(y) dy = 0 \quad (7)$$

интеграл тенгликни қаноатлантиради. Бундай умумлашган ечимлар биринчи марта В.Н.Gilding, L.A.Peletier лар томонидан ўрганилган бўлиб, улар $s = l = 1$ ҳолда (4-5) масаланинг компакт юритувчи ечимини мавжудлик шартларини исбот қилганлар.

Диссертацияда сушт диффузияга эга жараён учун қуйидаги асосий теорема исбот қилинади.

Қуйидаги функцияни қараймиз:

$$f_1(\xi) = \left(a - \xi^\gamma \right)_+^{\gamma_1}, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad a = c^{1/\gamma_1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2) + m + l - 2}. \quad (8)$$

Теорема 3. Фараз қилайлик $k(p-2) + m + l - 2 > 0$ бўлсин. У ҳолда (4),(5) масаланинг $\eta \rightarrow \infty$ ($\xi \rightarrow a^{(p-1)p}$) да компакт юритувчи ечимлари

$$f(\xi) = c_1 f_1(\xi) (1 + o(1)),$$

асимптотик кўринишга эга бўлади. Бу ерда

$$c_1 = \left\{ \left(\frac{p-1}{p} \right)^p \left[\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m+l-2)} \right]^{p-1} \frac{1}{p} \right\}^{\frac{1}{k(p-2)+m+l-2}}.$$

Қуйидаги функцияни оламыз:

$$f_2(\xi) = (a + \xi^\gamma)^{\gamma_1}, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2)+m+l-2}.$$

Теорема 4. Фараз қилайлик $k(p-2)+m+l-2 < 0$
 $s + \frac{p}{k(p-2)+m+l-2} < 0$ (тезкор диффузия) бўлсин. У ҳолда (4), (5)
 масаланинг $\xi \rightarrow \infty$ да қуйидаги асимптотикага эга

$$f(\xi) = c_2 f_2(\xi)(1 + o(1)),$$

бу ерда c_2 қуйидаги алгебраик тенглама ечими бўлади:

$$\left(\frac{k(p-2)+m+l-2}{p-1} \right)^{p-2} c_2^{k(p-2)+m+l-2} - \frac{1}{p} \left(\frac{p-1}{p} \right)^{(p-1)} \frac{(p-1)^2}{p^2(k(p-2)+m+l-2)} + \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m+l-2)} = 0.$$

2 параграфда қуйидаги масала қаралди:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \left(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div}(v(t)u), \quad u(0, x) = q\delta(x), \quad (9)$$

(9) масаланинг ечими қуйидаги кўринишга эга

$$u(t, x) = t^{-\frac{N}{p+(k(p-2)+m+l-2)N}} \left(a - b_1 \eta^\gamma \right)_+^{\gamma_1}, \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2)+m+l-2}, \quad b_1 = (k(p-2)+m-1) \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{p}{p-1}}.$$

$$(10) \text{ да автомодел ўзгарувчи } \eta = \left| x - \int_0^t v(y) dy \right| / [\tau(t)]^{1/p}.$$

Теорема 5. Фараз қилайлик $k(p-2)+m+l-2 > 0$,
 $-\frac{N}{p} + \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m+l-2)} \leq 0$ ва $u(0, x) \leq z(0, x)$, $x \in R^N$ шартлар

бажарилсин, бу ерда $z(t, x) = [T + t]^{-\alpha} \left(a - b_1 \eta^\gamma \right)_+^{\gamma_1}$, b_1, γ, γ_1 - юқорида
 аниқланган қийматлар. У ҳолда (9), (10) масаланинг $u(t, x)$ ечими ва $x_\phi(t)$
 фронт учун қуйидаги баҳолар ўринли:

$$u(t, x) \leq z(t, x), \quad Q_T \text{ да, } \left| x_\phi(t) - \int_0^t v(y) dy \right| \leq (a / b_1)^{(p-1)/p} [\tau(t)]^{1/p}.$$

Агар куйидаги шарт ўринли бўлса

$$\int_0^t v(y)dy = [\tau(t)]^{1/p} + v_1(t), \quad \forall t > 0 \quad \text{ва} \quad v_1(t) < \infty,$$

у ҳолда ечимнинг фазовий локализация хоссаси бажарилади.

Биринчи бобнинг якунида Краник-Никольсоннинг ўзгарувчан йўналишлик ҳайдаш алгоритмига асосланган, ҳисоблаш схемаси келтирилган. Бунда, сонли моделлаштириш жараёнининг бошланғич итерациясини танлаш, ечимларнинг олдинги параграфларда исботланган хоссаларига таянади. Ҳисоблаш экспериментлари натижалари таклиф қилинган бошланғич яқинлашиш математик моделларининг ночизиқли хоссаларини ўзида мужассамлантирганини ва таклиф этилаётган усулнинг эффективлигини кўрсатади.

Диссертациянинг **«Икки карра ночизиқли мухитда тўлқин ечимларининг иссиқлик тарқалиш тезлигининг чеклилиги ва фазовий локаллашиши»** деб номланган иккинчи бобида бир ёки икки компоненталик мухитда вақтга боғлиқ конвектив кўчиш ва ютилишга эга бўлган фазовий локаллаштирилган ечимлар топилади. Қаралаётган масалада иссиқликнинг ўзаро ютилиши ва конвектив кўчиши таъсири остида температура тўлқини фронтини тўхтаб қолиш эффекти юзага келиши мумкинлиги кўрсатилади. Бундан ташқари, икки карра ночизиқли Колмогоров-Фишер типидagi биологик популяция масаласи учун тўлқин тарқалиш чуқурлиги ва тезлигини баҳолаш амалга оширилган.

Ушбу

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \left(D_0 u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u \right) + nu(1 - u^\beta), \quad (11)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R^N, \quad N > 1,$$

Коши масаласига асосланган Колмогоров-Фишер типидagi биологик популяция модели бир ўлчовли ярим чизиқли тенглама учун, яъни (11) да $N = 1$, $p = 2$, $m = 1$, $\beta = 1$ бўлган ҳол Р.Фишер ва А.Н.Колмогоров, И.Г.Петровский, Н.С.Пискунов томонидан ўрганилган. Маълумки, тўлқинли ечим деганда одатда (11) тенгламанинг

$$u(x, t) = f(\xi), \quad \xi = \sum_{i=1}^N x_i + ct, \quad (12)$$

кўринишдаги ечими тушинилади, бунда c – тўлқин тезлиги. Номалум $f(\xi)$ функция куйидаги

$$\frac{d}{d\xi} \left(D_0 N f^{m-1} \left| \frac{df}{d\xi} \right|^{p-2} \right) \frac{df}{d\xi} - c \frac{df}{d\xi} + n f (1 - f^\beta) = 0, \quad (13)$$

автомодел тенгламанинг ечимлари ёрдамида топилади.

Р.Фишер $N=1$, $p=2$, $m=1$, $\beta=1$ бир ўлчовли ҳолда (11) тенгламанинг $0 \leq u \leq 1$ шартга бўйсунувчи ва тўлқин тарқалиш тезлиги

$$c \geq c_{\min} = 2\sqrt{nD}$$

шартини қаноатлантирувчи чексиз кўп тўлқин типдаги ечимлари мавжудлигини кўрсатди. А.Н.Колмогоров, И.Г.Петровский ва Н.С. Пискуновлар (КПП) умумийроқ шарт остида (11) нинг ягона ечимга эга бўлишини ва бу ечим (13) нинг автомодел ечими орқали (12) кўринишда, $c = c_{\min}$ тезликка эга тўлқин кўринишида бўлишини исботлаган.

Р. Фишер, А.Н. Колмогоров, И. Г. Петровский ва Н.С. Пискуновлар (ФКПП) моделида – критик (резонанс) ҳол, яъни (1) тенгламада $k(p-2) + m + l - 2 = 0$ бўлганда вақтнинг катта қийматларида $x(t)$ - тўлқин тарқалиш узунлиги $x(t)$ ва тезлиги $c(t) = \frac{d|x(t)|}{dt}$ учун мос равишда қуйидаги баҳолар:

$$|x(t)| \sim p \left(nk^{p-2} l D_0 \right)^{1/p} t^{2/p} \left[1 + \frac{\left(\ln 2 - \frac{N}{p} \ln(T+t) \right)}{t^{2/p}} \right]^{1/p},$$

$$c(t) = \frac{d|x(t)|}{dt} \cong 2 \left(n D_0 k^{p-2} l \right)^{1/p} t^{2/p-1}.$$

олинган. Бунда (11) тенгламанинг хусусий ҳоли $p=2$, $l=1$ да тўлқин тарқалиш тезлиги вақтнинг катта қийматларида $\frac{d|x(t)|}{dt} = c \sim 2\sqrt{nD_0}$ га тенг бўлади ва у ўз навбатида ФКПП лар натижаси билан устма-уст тушишини кўрамиз.

Параграф 2 да конвектив кўчиш, манба ва ютилишга эга бўлган реакция-диффузия тенглама

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) + \operatorname{div} (v(t)u) + \varepsilon \gamma(t) u^\beta, \quad \varepsilon = \pm 1,$$

иссиқлик тўлқинлари кўринишидаги ечимлар учун янги хосса – фазовий локаллашиш ҳодисаси топилган.

Қаралаётган масалада, агар

$$k(p-2) + m + l - 2 > 0, \quad c\tau(t) - \int_0^t v(y) dy < \infty, \quad \forall t > 0,$$

шартлари бажарилса унда тенгламанинг тўлқин кўринишдаги ечими локаллашган бўлади ва иссиқлик тарқалиши фронти чекли бўлади ва тўхташ эффекти намоён бўлади. Бундан ташқари,

$$k(p-2)+m+l-2>0, \quad \int_0^t b(y)dy < \infty, \quad \forall t > 0,$$

шартларда, агар иссиқлик ўтказиш коэффициентлари вақтга боғлиқ бўлиб $b(t)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}u^{l-1}$ кўринишга эга бўлса, ютилиш ва конвектив кўчишнинг бор йўқлигидан қатъий назар иссиқлик тарқалиши фазовий локализацияси намоён бўлишлиги исбот қилинган.

Шунингдек, реакция-диффузия, иссиқлик тарқалиш, фильтрация ва бошқа жараёнларни тасвирловчи икки карра нозичли тенгламалар системалари учун ҳам юқорида келтирилган хоссалар ўринли эканлиги кўрсатилган ва автомодел ечимлар асимптотикаси олинган. Хусусан,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(v^{m_1-1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - l(t) \frac{\partial u}{\partial x} - \gamma_1(t)u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(u^{m_2-1} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - l(t) \frac{\partial v}{\partial x} - \gamma_2(t)v. \end{aligned}$$

система учун бир вақтда конвектив кўчиш ва ютишнинг ўзаро таъсирида ечимларнинг фазовий локаллашиш шarti топилган ва система тўлқин кўринишдаги финит ечимларининг асимптотикаси келтирилган.

Теорема 6. Фараз қилайлик $p > 2 + [(m_1-1)(m_2-1)]^{1/2}$ бўлсин. Унда юқоридаги системанинг компакт юритувчи ечимлари $\xi \rightarrow a_-$ да қуйидаги асимптотикага эга

$$f(\xi) = Af_1(\xi)(1+o(1)), \quad \psi(\xi) = Bf_2(\xi)(1+o(1)).$$

Бунда

$$\begin{aligned} f_i(\xi) &= (a-\xi)_+^{n_i}, \quad i=1,2, \quad (b)_+ = \max(0,b), \quad c\tau(t) - x, \quad \tau(t) = \int_0^t v(y)dy, \\ n_1 &= \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{n}, \quad n_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{n}, \quad n = (p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1), \end{aligned}$$

ва A, B ўзгармаслар $(n_1)^{p-1} A^{m_1-1} B^{p-1} = c, \quad (n_2)^{p-1} A^{m_2-1} B^{p-1} = c$ алгебраик системанинг ечими бўлади.

Диссертациянинг «**Манба ёки ютилишга эга бўлган икки карра нозичли реакция-диффузия жараёнларнинг математик моделининг хоссалари**» деб номланган учинчи бобида тезлиги вақтга боғлиқ конвектив кўчиш, ютилиш ёки манбага эга икки карра нозичли, бузилишга эга бўлган параболик тенглама учун Коши масаласининг глобал ечими мавжудлиги исбот қилинади. Бунда Фужита типдаги критик экспонентани топиш учун янги алгоритм ишлаб чиқилади. Олинган натижалар етарли даражада умумий бўлиб, бошқа авторларнинг (Х.Фужита, А.А.Самарский,

С.П.Курдюмов, А.П.Михайлов, В.А.Галактионов, М.Арипов) бу йўналишдаги олдин олинган ишларини ўз ичиги олади. Шунингдек, ечимнинг ИТТЧ эффементи ва фазовий локализацияси учун шартлар топилади ва эркин чегара бўлган холда Кнерр-Кершнер типигаги баҳолар олинади. Асимптотикалар учун, уларнинг бош қисми коэффициентлари алгебраик тенглама ечими орқали ифодаланиши қатъий исбот қилинади. Бу фактнинг исботи шу давргача адабиётларда келтирилмаган эди. Исбот қилинган натижалар асосида қаралаётган масалаларнинг сонли реализацияси амалга оширилади ва ечимлар визуал формада тасвирланади.

Учинчи бобнинг 1-параграфида ушбу

$$Au \equiv -\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div}(v(t)u) - \gamma(t)u^\beta = 0, \quad (14)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N,$$

кўпчилик физик жараёнларнинг асоси бўлиб хизмат қиладиган тенглама қаралади. Бу ерда $\beta > 0$, n , k , p , m – ночизиқли муҳитни характерловчи сонли параметрлар, $\nabla(\cdot) = \operatorname{grad}(\cdot)$, $0 < \gamma(t) \in C(0, \infty)$.

Иссиқлик ўтказиш реакция-диффузия жараёни, суюқлик ва газларнинг қуввати $\gamma(t)u^\beta$ га тенг бўлган ютилиши мавжуд ночизиқли муҳитдаги политропик фильтрацияси жараёни, ФКПП биологик популяция масалалари шулар жумласидандир.

(14) тенглама $u = 0$ ёки $\nabla u = 0$ бўлганда бузилишга эга бўлади. Шунинг учун ҳам уни кучсиз (умумлашган) ечими ўрганилади. (14) тенгламани сонли моделлаштириш масаласининг қийинчилиги шундан иборатки, бузулган ночизиқли масалалар учун одатдаги сонли схемалар ярамайди. Шу сабабдан (14) тенглама учун сонли ечим ва визуал жараён ўрганилганда, олдин ечимнинг сифат хоссалари, жумладан глобал ечимнинг мавжудлиги, тўлқин тақалиш тезлигини чеклилиги, ечимнинг локализацияланганлиги, асимптотикаси, тенглама параметрларига боғлиқ равишда эркин чегара хусусиятларини ўзгариши каби хоссалари ўрганилади. Шу мақсадда диссертацияда ушбу глобал ечимнинг мавжудлиги ҳақидаги теорема исбот қилинади. Бунинг учун

$$z(t, x) = \bar{u}(t) \bar{f}(\xi), \quad \xi = |x| / [\tau(t)]^{1/p},$$

$$\bar{f}(\xi) = \begin{cases} \left(a - b |\xi|^{(p/(p-1))} \right)_+^{(p-1)/(k(p-2)+m+l-2)}, & \text{агар } k(p-2)+m+l-2 \neq 0, \\ \exp\left(-\frac{1}{lk^{p-2}} \left(\frac{\xi}{p}\right)^p\right), & \text{агар } k(p-2)+m+l-2 = 0, \end{cases}$$

функциялар киритилади.

Теорема 7. Фараз қилайлик

$$\gamma(t)\tau(t)\left[\bar{u}(t)\right]^{\beta-(k(p-2)+m+l-1)} \leq \frac{N}{p}, \quad t > 0,$$

ва $u_0(x) \leq z(0, x)$, $x \in R^N$ бўлсин. Бунда

$$\bar{u}_t = -\gamma(t)\bar{u}^\beta(t), \quad \text{а} \quad \tau(t) = \int [\bar{u}(t)]^{\frac{k(p-2)+m+l-2}{\beta-1}} dt.$$

У ҳолда (14) масала етарлича кичик бошланғич функцияларда глобал ечимга эга бўлади.

Бу теоремадан, сонли параметрларнинг хусусий қийматларида глобал ечимларнинг мавжудлиги ҳақидаги маълум натижаларга (Х.Фужита, А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов, А.Ф. Тедеев, М. Арипов) эга бўла оламиз.

Боб охирида қаралаётган масаланинг сонли ечиш усуллари келтирилган. Икки қарра нозизиқли реакция-диффузия жараёнларининг математик моделини сонли ечиш учун бундай масалаларни ечиш учун хос бўлган Писмен-Речфорд схемасидан фойдаланилди

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - y_{i,j}^k}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y^k - v^k \frac{y_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - y_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_1} - v^k \frac{y_{i,j+1}^k - y_{i,j}^k}{h_2} + \\ \qquad \qquad \qquad + \varepsilon \gamma(t_{k+\frac{1}{2}}) (y_{i,j}^{k+\frac{1}{2}})^\beta, \\ \frac{y_{i,j}^{k+1} - y_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y^{k+1} - v^{k+\frac{1}{2}} \frac{y_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - y_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_1} - v^{k+\frac{1}{2}} \frac{y_{i,j+1}^{k+1} - y_{i,j}^{k+1}}{h_2} + \\ \qquad \qquad \qquad + \varepsilon \gamma(t_{k+1}) (y_{i,j}^{k+1})^\beta. \end{array} \right.$$

бу ерда

$$\begin{aligned} \Lambda_1 y^{k+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2^{m+1} h_1^2} \left[\left(|x_{i+1,j}| \right)^n \left(y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k \right)^{m-1} |y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k|^{p-2} \left(y_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - y_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(|x_{i,j}| \right)^n \left(y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k \right)^{m-1} |y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k|^{p-2} \left(y_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - y_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right], \\ \Lambda_2 y^k &= \frac{1}{2^{m+1} h_2^2} \left[\left(|x_{i,j+1}| \right)^n \left(y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k \right)^{m-1} |y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k|^{p-2} \left(y_{i,j+1}^k - y_{i,j}^k \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(|x_{i,j}| \right)^n \left(y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k \right)^{m-1} |y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k|^{p-2} \left(y_{i,j}^k - y_{i,j-1}^k \right) \right], \\ i, j &= 1, 2, \dots, n_\alpha - 1, \quad \alpha = 1, 2. \end{aligned}$$

Бошланғич ва чегаравий шартлар қуйидагича олинади

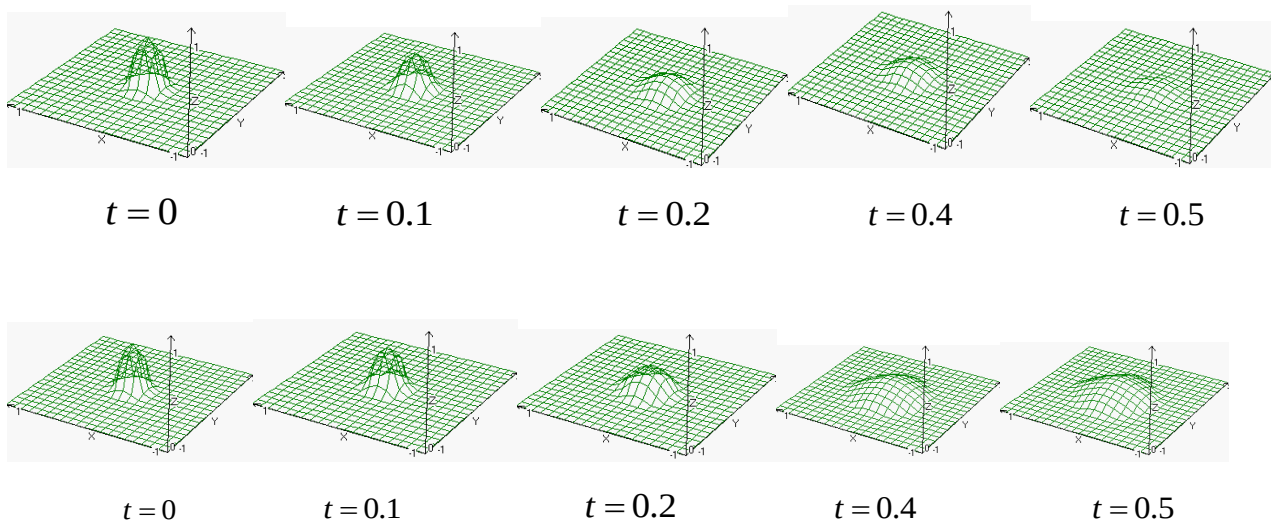
$$\begin{cases} y_{i,j}^0 = u_0(x), & x \in \bar{\omega}_h, \\ y_{i,j}^{k+1} = \varphi^{k+1}, & \text{агар } j=0 \text{ ва } j=n_2, \\ y_{i,j}^{k+1/2} = \bar{\varphi}^{k+1/2}, & \text{агар } i=0 \text{ ва } i=n_1, \end{cases}$$

бу ерда $\bar{\varphi} = \frac{1}{2}(\varphi^{k+1} + \varphi^k) - \frac{\tau}{4}\Lambda_2(\varphi^{k+1} - \varphi^k)$.

Итерация аниқлиги учун қуйидаги шарт бажарилиши лозим

$$\max_{\substack{0 \leq i \leq n_1 \\ 0 \leq j \leq n_2}} \left| \bar{y}_{i,j}^{s+1} - \bar{y}_{i,j}^s \right| < \varepsilon.$$

Қуйида эса $m=2$, $p=2.5$, $\beta=0.5$, $\varepsilon=-1$ ва $m=2$, $p=2.5$, $\beta=0.8$, $\varepsilon=+1$ бўлгандаги ҳисоблаш натижалари келтирилган:



Диссертациянинг «Икки карра ночизиқли реакция-диффузия системаларини сонли-аналитик тадқиқ қилиш» деб номланган тўртинчи бобида ютилиш ва манбага, ўзгарувчан зичликка эга ва фазовий икки компоненталик муҳитда аниқланган икки карра ночизиқли, бузилувчи параболик тенгламалар системаси учун ечимнинг ИТТЧ эффекти ва фазовий локализация хоссаси намоён бўлишлиги шарти олинади. Автомодел таҳлил асосида қаралаётган система учун Fujita типигаги глобал ечим мавжудлиги ҳақидаги теорема исбот қилинади. Ярим чизиқли системалар учун бундай натижа олдинроқ Эскобедо-Херреро томонидан исбот қилинган.

Суст ва тезкор диффузия ҳоллари учун, учинчи бобдагига ўхшаб, асимптотиканинг бош қийматини ҳисоблаш услуби таклиф қилиниб, бош қиймат коэффициенти муайян алгебраик тенгламалар системасининг ечими каби ифодаланиши исбот қилинди.

$Q = \{(t, x): t > 0, x \in R^N\}$ соҳада аниқланган бузиладиган, зичлиги бир жинсли бўлмаган, икки карра ночизиқли параболик тенгламалар системасини қарайлик:

$$\begin{aligned} |x|^n \frac{\partial u}{\partial t} &= \operatorname{div} \left(|x|^k u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u \right) + \gamma(t) |x|^n v^{\beta_1} = 0, \\ |x|^n \frac{\partial v}{\partial t} &= \operatorname{div} \left(|x|^k v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v \right) + \gamma(t) |x|^n u^{\beta_2} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, \quad v(0, x) = v_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N,$$

бунда $n, k \in R$, $m_1, m_2 > 1$, $\beta_1, \beta_2 \geq 1$, $p \geq 2$ берилган сонлар, $\nabla(\cdot) - \operatorname{grad}(\cdot)$, $0 < \gamma(t) \in C(0, +\infty)$.

Қуйидаги солиштирувчи функцияларни киритайлик

$$u_+(t, x) = (T + t)^{\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v_+(t, x) = (T + t)^{\alpha_2} \bar{v}(\xi), \quad T \geq 0,$$

бунда

$$\alpha_i = -\frac{\beta_i + 1}{\beta_i \beta_{3-i} - 1}, \quad \tau(t) = \frac{1}{\lambda_i} (T + t)^{\lambda_i}, \quad \lambda_i = 1 - \alpha_i (m_i + p - 3), \quad i = 1, 2,$$

$$\bar{f}(\xi) = \left(a - \xi^{p/(p-1)} \right)_+^{q_2}, \quad \bar{v}(\xi) = \left(a - \xi^{p/(p-1)} \right)_+^{q_1}, \quad a > 0,$$

$$q_1 = \frac{p-1}{m_1 + p - 3}, \quad q_2 = \frac{p-1}{m_2 + p - 3}, \quad (b)_+ = \max(0, b).$$

Теорема 8. (Фужита типдаги глобал ечим ҳақида). Фараз қилайлик

$$k + n < p, \quad n < N, \quad m_i + p - 3 > 0, \quad \beta_i > \frac{p + m_{3-i} - 3}{m_i + p - 3}, \quad i = 1, 2,$$

$$\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} \gamma(t) \tau(t) \bar{u}^{\beta_1 - (m_1 + p - 2)} < \frac{N}{p - (n + k)}, \quad \frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} \gamma(t) \tau(t) \bar{v}^{\beta_2 - (m_2 + p - 2)} < \frac{N}{p - (n + k)},$$

$$\text{ва } u_+(0, x) \geq u_0(x), \quad v_+(0, x) \geq v_0(x), \quad x \in R^N$$

бўлсин. У ҳолда етарлича кичик $u_0(x)$, $v_0(x)$ лар учун (15) масаланинг ечими Q соҳада қуйидагича баҳолашга эга:

$$u(t, x) \leq A_1 u_+(t, x), \quad v(t, x) \leq A_2 v_+(t, x), \quad (16)$$

бунда $u_+(t, x)$, $v_+(t, x)$ лар юқорида аниқланган функциялар, $A_1 > 0, A_2 > 0$ -ўзгармас қийматлар.

(16) тенгсизликлардан ечимлар учун ИТТЧ эффекти намоён бўлишлиги келиб чиқади.

Теорема 9. Фараз қилайлик (15) да $\gamma(t) = 1$, $m_i + p - 3 > 0$,

$$\beta_i > \frac{p + m_{3-i} - 3}{m_i + p - 3}, \quad i=1,2, \quad a_1 \left(\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_2 \beta_1 - q_1} \right) < \frac{N}{p},$$

$$a_2 \left(\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_1 \beta_2 - q_1} \right) < \frac{N}{p - (n+k)}, \quad p > n+k, \quad n < N, \quad a_1 \left(\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_2 \beta_1 - q_1} \right) < \frac{N}{p},$$

$$a_2 \left(\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_1 \beta_2 - q_1} \right) < \frac{N}{p - (n+k)}, \quad u_+(0, x) \geq u_0(x), \quad v_+(0, x) \geq v_0(x), \quad x \in R^N$$

бўлсин. У ҳолда (15) системанинг Q соҳада кучсиз ечими учун етарлича кичик $u_0(x)$, $v_0(x)$ ларда қуйидаги баҳолашлар ўринлидир:

$$u(t, x) \leq A_3 u_+(t, x), \quad v(t, x) \leq A_4 v_+(t, x) \quad (17)$$

бунда $u_+(t, x)$, $v_+(t, x)$ лар юқорида аниқланган функциялар бўлиб, $A_3 > 0, A_4 > 0$ лар фақат (15) системанинг сонли параметрларидан боғлиқ ўзгармас сонлар.

Теорема 9 дан (15) системанинг Fujita типидagi критик экспоненталари учун қуйидаги қийматларни оламиз

$$\frac{\beta_i + 1}{\beta_i \beta_{3-i} - 1} = \frac{N}{p + (p + m_i - 3)N}, \quad i=1,2.$$

Бу натижа $p + m_i - 3 = 0$, $i=1,2$ хусусий ҳолда Эскобедо-Ферреро натижасини беради. $m_i + p - 3 = 0$, $i=1,2$ хусусий ҳолга махсус (резонанс) ҳол дейилади. Бу ҳолда (15) система ИТТЧ эффе́ктини намоён қилмайди ва ечим бошқа характерга эга бўлади.

Теорема 10. Фараз қилайлик $k + n < p$, $m_i + p - 3 = 0$, $i=1,2$, $n < N$ ва $\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} < \frac{N}{p - (k+n)}$, $\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} < \frac{N}{p - (k+n)}$ тенгсизликлар бажарилсин. У ҳолда етарлича кичик $u_0(x)$, $v_0(x)$ лар учун Q соҳада (15) тенгламалар системаси ечими қуйидаги баҳолашга эга бўлади:

$$u(t, x) \leq (T + t)^{-\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1}} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) \leq (T + t)^{-\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1}} \bar{f}(\xi),$$

$$\bar{f}(\xi) = \bar{\psi}(\xi) = \exp\left(-(\xi / p)^p\right),$$

$$\xi = \frac{\varphi(|x|)}{(T + t)^{1/p}}, \quad \varphi(|x|) = \frac{p}{p - (k+n)} |x|^{(p - (k+n))/p}.$$

Хусусий $n = k = 0$, $p = 2$, $p + m_i - 3 = 0$, $i=1,2$ ҳолда Теорема 10 дан Эскобедо-Ферреро теоремаси келиб чиқади.

Диссертациянинг «Ночизикли ўзаро реакция-диффузия (кросс диффузия) системаларининг ечимларининг иссиқлик тарқалиши

тезлигининг чеклилиги ва локаллашиши» деб номланган бешинчи бобида бузилувчан икки карра нозичлиги, зичлиги ўзгарувчан, конвектив кўчувчан параболик кросс система учун ечимларнинг қуйидаги сифат хоссалари ўрнатилади: глобал ечимнинг мавжудлиги, Фужита типдаги критик экспонента қиймати, фронт хусусияти, ИТТЧ эффекти, компакт юритувчи ечимларнинг асимптотикалари, эркин чегара, автомодел системаларнинг ва чексизликда нолга айланувчи ечимларининг хусусиятлари, уларнинг сонли параметрлардан боғлиқликлари ва б. Бундан ташқари, сонли моделлаштириш ва итерацион жараёнининг муҳим муаммоси – итерацион жараён учун бошланғич яқинлашишни аниқлаш масаласи ҳал қилинади. Сонли экспериментларда таклиф этилган итерацион жараённи тез яқинлашувчи эканлиги ҳам исбот қилинади.

Ушбу бузулувчи параболик тенгламалар системаси орқали берилган ўзаро реакция-диффузия математик модель системасини қарайлик

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho_1(x)u)}{\partial t} &= \operatorname{div}\left(\rho_2(x)v^{m_1-1}|\nabla u|^{p-2}\nabla u\right) + \operatorname{div}(v(t)u) + \rho_3(x)u^{\beta_1}, \\ \frac{\partial(\rho_1(x)v)}{\partial t} &= \operatorname{div}\left(\rho_2(x)u^{m_2-1}|\nabla v|^{p-2}\nabla v\right) + \operatorname{div}(v(t)u) + \rho_3(x)v^{\beta_2},\end{aligned}\quad (18)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, v(0, x) = v_0(x) \geq 0, x \in R^N.$$

Диссертациянинг V бобида (18) системанинг Зельдович-Баренблат типдаги ечими топилади:

$$u(t, x) = A(T+t)^{-\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) = B(T+t)^{-\alpha_2} \bar{v}(\xi), \quad \xi = \frac{|x|}{[\tau(t)]^{1/p}}, \quad T > 0, \quad (19)$$

бунда

$$\tau(t) = \frac{(T+t)^{p_1}}{p_1}, \quad p_1 = 1 - (m_1 - 1)\alpha_2 - (p - 2)\alpha_1 > 0,$$

$$\bar{f}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{q_1}, \quad \bar{v}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{q_2}, \quad a > 0, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad (c)_+ = \max(0, c),$$

$$q_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{q}, \quad q_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{q}, \quad q = (p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1)$$

бўлиб,

$$\alpha_1 = \frac{n_2 N}{n_1 n_3 + n_2(m_2 - 1)N}, \quad \alpha_2 = \frac{n_1 N}{n_1 n_3 + n_2(m_2 - 1)N},$$

$$n_1 = k(p-2) + (m_1 - 1), \quad n_2 = k(p-2) + (m_2 - 1), \quad n_3 = (p + k(p-2))N$$

сонлари

$$\frac{\alpha_1}{1 - (m_1 - 1)\alpha_2 - (p - 2)\alpha_1} = \frac{N}{p},$$

$$(m_1 - 1)\alpha_2 - (p - 2)\alpha_1 = (m_2 - 1)\alpha_1 - (p - 2)\alpha_2$$

алгебраик тенгламалар системасини ечимларидан ва A, B ўзгармас сонлар

$$(\gamma\gamma_1)^{p-1} A^{k(p-2)} B^{m_1-1} = \frac{1}{p}, \quad (\gamma\gamma_2)^{p-1} A^{m_1-1} B^{k(p-2)} = \frac{1}{p},$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2) + m_1 + l - 2}, \quad \gamma_2 = \frac{p-1}{k(p-2) + m_2 + l - 2}$$

муносабатлардан топилади. (19) ечим ИТТЧ хоссасига эга бўлиб, ундан Коши масаласидан ташқари бошқа ночизикли чегаравий масалаларнинг глобал ечимга эга бўлишида фойдаланилади.

Бешинчи бобда бундан ташқари $f(\xi), \psi(\xi)$ хос функциялар асимптотикалари ўрганилади. Улар қуйидаги

$$\begin{cases} \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{N-1} \psi^{m_1-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + l_1 f = 0, \\ \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{N-1} f^{m_2-1} \left| \frac{d\psi^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{d\psi}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{d\psi}{d\xi} + l_2 \psi = 0, \end{cases} \quad (20)$$

бузилувчи автомодел тенгламалар системасининг ушбу чегаравий

$$f'(0) = 0, \quad f(\infty) = 0, \quad \psi'(0) = 0, \quad \psi(\infty) = 0,$$

$$f(0) = c_1 > 0, \quad f(d) = 0, \quad \psi(0) = c_2 > 0, \quad \psi(d) = 0, \quad d < \infty. \quad (21)$$

шартларини қаноатлантирувчи ечимлари бўлиб, бунда

$$l_1 = \frac{\alpha_1}{1 - (m_1 - 1)\alpha_2 - k(p - 2)\alpha_1}, \quad l_2 = \frac{\alpha_2}{1 - (m_2 - 1)\alpha_1 - k(p - 2)\alpha_2},$$

Фараз қилайлик

$$\bar{f}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{\gamma_1}, \quad \bar{\psi}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{\gamma_2}, \quad \xi = \frac{|x|}{(T + t)^{1/p}},$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_i = \frac{(p-1)[p - (m_i + 1)]}{q}, \quad i = 1, 2, \quad q = [k(p-2) + l - 1]^2 - (m_1 - 1)(m_2 - 1)$$

бўлсин.

Теорема 11. $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$ шартлар бажарилганда, (20), (21) масаланинг сустр ечими учун ушбу баҳолашлар ўринлидир:

$$u(t, x) \leq u_+(t, x) = (T + t)^{-\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) \leq v_+(t, x) = (T + t)^{-\alpha_2} \bar{\psi}(\xi), \quad \xi = \frac{|x|}{[\tau(t)]^{1/p}},$$

бунда $\bar{f}(\xi)$, $\bar{\psi}(\xi)$ юқорида аниқланган функциялар.

Теорема 11 дан ечимлар ИТТЧ хоссасига эга бўлиши келиб чиқади.

Теорема 12. $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$ шартлар бажарилганда, (20), (21) масаланинг кучсиз ечими $\eta \rightarrow \infty$ ($\eta = -\ln(a - \xi^{p/(p-1)})$) да ушбу асимптотикага эга

$$f(\xi) = A_1 \bar{f}(\xi)(1 + o(1)), \quad \psi(\xi) = A_2 \bar{\psi}(\xi)(1 + o(1)),$$

бунда $A_i > 0$, $i = 1, 2$, коэффициентлар қуйидаги алгебраик тенгламалар системасининг ечимидир:

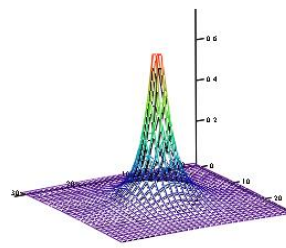
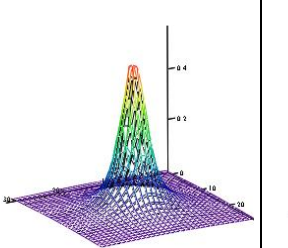
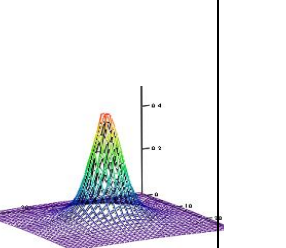
$$A_1^{p-2} A_2^{m_1-1} = b_1, \quad b_1 = \frac{1}{p(\gamma_1)^{p-1}}, \quad A_1^{m_2-1} A_2^{p-2} = b_2, \quad b_2 = \frac{1}{p(\gamma_2)^{p-1}},$$

яъни

$$A_1 = [b_1 A_2^{-(m_1-1)}]^{1/(p-2)}, \quad A_2 = [b_1 b_2^{-(m_2-1)/(p-2)}]^{p-2 - ((m_1-1)(m_2-1))}.$$

Боб охирида қаралаётган масаланинг сонли ечиш усуллари келтирилган. Масалани ечиш учун хос бўлган Писмен-Речфорд схемасидан фойдаланилди. Ҳисоблаш тажрибалари шуни кўрсатадики, бундай кўринишдаги ҳисоблаш усуллари ночизиқли масалаларни сонли ечишда автомодел ёндошув, чизиқсиз ажратиш ва стандарт тенгламалар усулидан фойдаланиб қуриб олинган ечимлар асосида ечимнинг бошланғич яқинлашиши билан ночизиқли эффектларни олишда самарали натижа олиш мумкин.

Қуйида икки карра ночизиқли ўзаро реакция-диффузия масаласини сонли ечишда параметрларнинг турли қийматларидаги ҳисоблаш натижалари келтирилган:

Қийматлар	$t = 1$	$t = 20$	$t = 40$
$m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.2$, $p = 3.8$ $\epsilon = 10^{-3}$, $k = 1$ $\gamma_1 = 2.8 > 0$, $\gamma_2 = 2.8 > 0$			

Қийматлар	$t = 1$	$t = 20$	$t = 40$
$m_1 = 1.4$, $m_2 = 1.4$, $p = 3$ $k=1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 1.429 > 0$ $\gamma_2 = 1.429 > 0$			
$m_1 = 0.4$, $m_2 = 1.4$, $p = 3$ $k=1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 2.581 > 0$, $\gamma_2 = 0.968 > 0$			
$m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.7$, $p = 3$ $k=1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 4.737 > 0$, $\gamma_2 = 3.421 > 0$			

ХУЛОСА

«Икки карра ночизикли реакция-диффузия системалари жараёнларини математик моделлаштириш» мавзусидаги докторлик диссертацияси бўйича олиб борилган тадқиқотлар натижасида қуйидаги хулосалар тақдим этилди:

1. Автомодел анализ ва солиштириш принциплари асосида бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган муҳитда иссиқлик ўтказиш, фильтрация ва реакция-диффузия масалалари ночизикли математик моделларини ўрганиш назарияси

асосида ечишда сонли модел, ҳисоблаш алгоритмлар ва дастурлар мажмуини қўллашнинг таҳлили уларнинг ўзига хос хусусиятларини белгилайди ва ривожланиш истиқболларини аниқлаб беради.

2. Зельдович-Баренблатт типигаги ечимларни қуриш ёрдамида зичлиги ўзгарувчи муҳитда икки карра ночизикли реакция-диффузия модели учун ИТТЧ ва ечимлар локализацияси хоссалари ўрганишда хизмат қилади.

3. ИТТЧ ва ечимлар локализацияси хоссалари тезлиги вақтга боғлиқ ночизикли ҳаракатланувчи муҳитда намоён бўлиши кўрсатилади.

4. Ютилиш ёки манбага эга муҳитда реакция-диффузия ночизикли модель учун локал тўлқин структураси юзага чиқиши кўрсатилади.

5. Икки карра ночизикли, зичлиги ўзгарувчан, реакция-диффузия математик модел учун ИТТЧ ва ечимлар локализацияси хоссалари ўринли эканлиги кўрсатилади.

6. Икки карра ночизикли реакция-диффузия автомодел тенгламалар системаси ечимлари учун blow-up хоссалари ўринли эканлиги кўрсатилади.

7. Икки карра ночизикли автомодел тенглама ёки тенгламалар системасининг компакт юритувчилик ва чексизликда нолга айланувчи кучсиз ечимлари асимптотикаси қурилади.

8. Икки карра ночизикли, манба ёки ютилишга эга бўлган реакция-диффузия жараёнларининг бундай масалалари глобал ечимга эга бўлиши исбот қилинади.

9. Икки карра ночизикли, манба ёки ютилиш, ҳамда конвектив кўчишга эга бўлган реакция-диффузия жараёнларининг бундай масалалари учун критик экспонента топишнинг универсал алгоритми қўлланилади.

10. Ночизикли кросс-диффузия системаси учун ИТТЧ ва фазовий локализация хоссаларига эга бўлган Зельдович-Баренблатт типигаги ечимлар қурилади.

11. Ишлаб чиқилган дастурий таъминот реакция-диффузия системалари ночизикли математик моделларини сифат хоссалари асосида ўрганиш учун компьютерда моделлаштиради.

12. Икки карра ночизикли параболик тенгламалар системаси ечимлари учун ҳисоблаш схемалари, алгоритмлар ва дастурларий таъминот бундай масалаларни назариясини ва сонли ечиш жараёнларини ўрганишда юқори унумдорликка олиб келади.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ при ТАШКЕНТСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ и НАЦИОНАЛЬНОМ
УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА по ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ
СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК 14.07.2016.Т.29.01**

**ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

САДУЛЛАЕВА ШАХЛО АЗИМБАЕВНА

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СИСТЕМ
РЕАКЦИИ-ДИФФУЗИИ С ДВОЙНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы
и комплексы программ
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДОКТОРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ

Ташкент – 2016

Тема докторской диссертации зарегистрирована за №14.07.2016/B2016.3.FM279 в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан.

Докторская диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана и Ташкентском университете информационных технологий.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский) размещен на веб-странице Научного совета по адресу (www.tuit.uz) и информационно-образовательном портале «ZIYONET» (www.ziyonet.uz).

Научный консультант:	Арипов Мерсаид доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	Абдурахимов Бахтиёр Файзиевич доктор физико-математических наук, профессор Нормуратов Чори Бегалиевич доктор физико-математических наук, профессор Имомназаров Холмат Худойназарович доктор физико-математических наук, профессор (Российская Федерация)
Ведущая организация:	Самаркандский государственный университет

Защита диссертации состоится «___» ноября 2016 г. в 10⁰⁰ часов на заседании Научного совета по присуждению ученой степени доктора наук 14.07.2016.Т.29.01 при Ташкентском университете информационных технологий и Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100202, Ташкент, ул. Амира Темура, 108. Тел.: (99871) 238-64-43, факс: (99871) 238-65-52, e-mail: tuit@tuit.uz)

С докторской диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Ташкентского университета информационных технологий (регистрационный номер ____). Адрес: 100202, Ташкент, ул. Амира Темура, 108. Тел.: (99871) 238-64-43, факс: (99871) 238-65-52, e-mail: tuit@tuit.uz

Автореферат диссертации разослан «__» ноября 2016 года.
(протокол рассылки №__ от «__» ноября 2016 г.)

Р.Х.Хамдамов

Председатель Научного совета по присуждению
учёной степени доктора наук, д.т.н.,

М.С.Якубов

Ученый секретарь Научного совета по присуждению
учёной степени доктора наук, д.т.н., профессор

Н. Равшанов

Председатель Научного семинара при Научном
совете по присуждению
учёной степени доктора наук, д.т.н.,

ВВЕДЕНИЕ (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. На сегодняшний день в мировой практике области естественных наук в разработке методов повышения эффективности системы управления процессов реакции-диффузии изучение нелинейных математических моделей считается одним из актуальных задач. По данным базы Elsevier количество научных работ ученых во всем мире, посвященных исследованию нелинейного уравнения реакции-диффузии, также задачи Коши и граничных задач для этого уравнения, практическому применению результатов исследования постоянно растет.

В Республике Узбекистан проведены широкомасштабные работы по эффективной организации мероприятий, посвященных созданию автоматизированных систем для компьютерной визуализации диффузионных процессов, по математическому моделированию процессов диффузии, описываемых нелинейными уравнениями с двойной нелинейностью в неоднородной среде. С этой точки зрения, проводится ряд научно-исследовательские работы, посвященные усовершенствованию методов исследования и визуализации нелинейного процесса, по созданию автоматизированных систем производства, которые играют важную роль в изучении математических моделей нелинейных процессов.

В настоящее время в мире ряд фундаментальных проблем требуют математическое моделирование нелинейных процессов, усовершенствование способов и средств визуализации, также, применение к практике полученных важных результатов задач реакции-диффузии с двойной нелинейностью. В настоящее время по изучению уравнений с двойной нелинейностью и практическому применению, проведение целевых научных исследований по нижеследующим направлениям считается одним из важных задач: разработка способов визуализации при изучении нелинейных моделей; создание программных комплексов, помогающих изучению нелинейных процессов; создание технологии проведения вычислительного эксперимента, контроля эволюции процесса по времени, создание компьютеризированной системы определения свойств, зависящих от динамики изменения параметров. Научные исследования, выполняемые по вышеперечисленным направлениям научных исследований, указывают актуальность темы данной диссертации.

Исследования данной диссертации, в определенной степени, служат для реализации поставленных задач во всех нормативно-правовых актах по данной деятельности, постановление Президента Республики Узбекистан от 21 марта 2012 года № ПП-1730 «О мерах по дальнейшему внедрению и развитию современных информационно-коммуникационных технологий», от 15 декабря 2010 года № ПП-1442 «О приоритетах развития промышленности Республики Узбекистан в 2011-2015 годах», постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 1 февраля 2012 года № 24 «О мерах по созданию условий для дальнейшего развития компьютеризации и

информационно-коммуникационных технологий на местах», а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии приоритетного направления развития науки и технологий республики IV. «Развитие информатизации и информационно-коммуникационных технологий».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации¹.

Научные исследования, направленные численному решению нелинейных задач, исследованию существования глобальных решений типа Fujita для разных нелинейных задач, явлению конечной скорости распространения температурных возмущений (КСРВ), исследованию качественных свойств автомодельных решений, пространственной и эффективной локализации неограниченных решений (blow-up), оценке решения и свободной границы в различных функциональных пространствах осуществляется в ведущих научных центрах и высших образовательных учреждениях мира, в том числе, North Carolina, Berkeley, California State University (США), Tokyo, Osaka, Nagoya, Fukuoka University (Япония), Autonomous University of Madrid (Испания), Tel Aviv University (Израиль), Chongqing, Changchun University (Китай), Paris Mathematics Center (Франция), Mathematical Institute of Leiden (Голландия), Technical University of Budapest (Венгрия), Институт прикладной математики, Московский государственный университет (Россия), Математический институт и Институт прикладной математики Грузии, Институт математики и вычислительной математики Болгарии, в Донецком институте математики и механики (Украина), Национальный университет Узбекистана, Самаркандский государственный университет, Ургенчский государственный университет, центр разработки программных продуктов при Ташкентском университете информационных технологий (Узбекистан).

В результате исследований, проведенных в мире, относящихся по определению новых свойств, связанных с нелинейными дифференциальными уравнениями и системами уравнений, численному решению и усовершенствованию способов визуализации, получены ряд научных результатов, в том числе: разработан алгоритм оценки решений задач моделирования процессов реакции-диффузии с двойной нелинейностью в разных пространствах (North Carolina, California State University), доказано существование глобальных решений задач с двойной нелинейностью типа H.Fujita (Tokyo University), классифицированы свойства функций, соответствующих неограниченным решениям задач с двойной нелинейностью (Институт прикладной математики Российской Академии Наук), определена критическая экспонента для полулинейных систем (Autonomous University of Madrid), получены решения с помощью

¹ Обзор международных научных исследований по теме диссертации основан работам Department of Physics, University of California, Berkly, California 94720, USA, Department of Aerospace Engineering, Department of Energy Engineering and Science, Nagoya University, Nagoya, Japan и др.

автомодельного метода, при изучении свойства двухкратных нелинейных задач (Chongqing, Changchun University).

В мире при моделировании нелинейных процессов по численно-аналитическому изучению дифференциальных уравнений параболического типа, разработке способов и средств визуализации по ряду приоритетных направлений проводится исследования, в том числе: нахождение глобального решения типа Fujita для нелинейных задач; определение конечной скорости распространения возмущений; нахождение автомодельных решений; нахождение пространственной локализации для неограниченных (blow-up) решений; оценка решения и свободной границы в различных функциональных пространствах; совершенствование методов для численного решения нелинейных задач и разработка программного комплекса для визуализации нелинейного процесса.

Степень изученности проблемы. Свойства пространственной локализации и конечной скорости распространения возмущений, для моделей теплопроводности, фильтрации, диффузии вместе с решениями типа Зельдовича-Баренблатта были изучены Мартинсоном и Павловым. С этого периода было уделено большое внимание широкомасштабным исследованиям над нелинейными математическими моделями, доказательству для других нелинейных математических моделей и изучению их различных новых свойств. Также найдены применение изучаемых математических моделей в нелинейные процессы, встречающихся в разных отраслях, и найдены новые эффекты, несвойственные линейным уравнениям.

Количество опубликованных научных работ по нелинейным задачам в последние 20 лет, показывают высокий интерес к этому направлению. Научные исследования, посвященные существованию глобальных решений типа Fujita проводились в университете Tokyo (H.Fujita, X.Y.Chen, H.Matano, M.Mimura), в университете Nagoya (M.Sugimoto), в университете Osaka (Y.Naito), в университете North Carolina (C.V.Pao, W.H.Ruan), в California State University (L.A.Caffarelli, A.Friedman, B.Mcleod); по уравнениям Δp -Лаплас и PME, обобщенные случаи, также по критическим экспонентам в Autonomous University of Madrid (научная школа под руководством J.L.Vazquez), в Axen University (Germany) (M. Winkler), в Politecnico di Milano (G. Grillo, M. Muratori), во многих университетах Китая, в том числе в Chongqing, Changchun University (J.Wu, J.Yin, H.Li, J.Zao, P.Zeng, C.Mu, D.Liu, Sh.Zhou, M.X.Wang, C.H.Xie); полулинейными системами в Complutense University (Spanish) (M.Escobedo, M.A.Herrero, M.Fila.), в Tel Aviv University (H.A.Levine, S.Kamin); изучение условий существования решений в различных функциональных пространствах для нелинейных параболических задач и получение оценок решений выполнялись в Paris Mathematics Center (G.L.Leons и его ученики); изучением новых качественных свойств нелинейных математических моделей занимаются в институте прикладной математики Российской Академии Наук и в Московском государственном университете (А.П.Михайлов, В.А.Галактионов, Е.Куркина), в Институте математики и вычислительной

математики Болгарии (С.Н.Димова, М.С.Костешиев, М.Ж.Колева) ведутся широкомасштабные научные исследования.

При исследовании нелинейных уравнений и процессов, связанных с ними, собственно, в изучении свойств уравнений типа Кортвега де Фриза предложены новые современные методы математиками Ургенчского Государственного университета А.Хасановым, Г.Уразбоевым и А.Яхшимуратовым и создана аналитическая теория; работы А.С.Расулова и его учеников направлены решению нелинейных процессов статистическим моделированием, работы Н.Мухитдинова, А.Бегматова, Б.Хужаярова, Н.Равшанова, И.Алимова, И.Хужаева направлены численному решению нелинейных задач фильтрации на основе линеаризованных уравнений применительно к задачам нефти и газа; а в работах М.Арипова и его учеников (Т.Каюмов, Д.Эшматов, А.Хайдаров, Ж.Мухаммадиев, Ш.Сеттиев, А.Матякубов, З.Рахманов, Д.Мухаммадиева) изучены разные виды решений, построенные на основе автомодельного и приближенно автомодельного подходов, новые свойства нелинейных математических моделей, асимптотика решений обобщенного уравнения и систем типа Эмдена-Фаулера. Свойства математических моделей, описываемых вырождающимися параболическими уравнениями и системами с учетом переменной плотности, с конвективным переносом и источником в настоящее время недостаточно изучены.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами выполненной высшего образовательного учреждения. Диссертационное исследование выполнено в рамках плана научно-исследовательских работ фундаментальных проектов Ташкентского государственного технического университета по теме: ОТ-Ф1-125 «Компьютерное моделирование, визуализация нелинейных процессов, описываемые уравнениями и системами типа реакции-диффузии и Клейна-Гордона, некорректные задачи для абстрактных дифференциальных уравнений» (2009-2011), ЁФ-4-10 «Численное моделирование систем биологической популяции типа Колмогорова – Фишера» (2013-2014), ИТД 5-44 «Численное моделирование взаимной систем биологической популяции типа Колмогорова – Фишера» (2015-2017).

Целью исследования является математическое моделирование процессов фильтрации, реакции-диффузии, распространения тепла, жидкости и газа, определяемых вырождающимися параболическими и системами уравнений в среде с двойной нелинейностью при переменной плотности с учетом влияния источника или поглощения с помощью автомодельных методов.

Задачи исследования:

обосновать существование КСРВ и пространственной локализации в рамках математической модели систем реакции-диффузии с двойной нелинейностью и с переменной плотностью;

построить глобальное решение задачи Коши для модели реакции-диффузии с двойной нелинейностью с источником или поглощением;

получить асимптотику решения со свойством blow-up для одного и системы уравнений реакции-диффузии с двойной нелинейностью;

установить асимптотическое поведение обобщенных решений с компактным носителем автомодельного уравнения и систем с двойной нелинейностью;

разработать алгоритм определения значения критической экспоненты для уравнения и системы реакции-диффузии с двойной нелинейностью с источником или поглощением и конвективным переносом;

построить решение типа Зельдовича-Баренблатта для системы взаимной диффузии с двойной нелинейностью с источником и конвективным переносом и доказать свойства конечной скорости распространения возмущения КСРВ и пространственной локализации;

на основе свойств, изученных нелинейных математических моделей построить итерационный процесс, который приводит к быстрой сходимости итерационного процесса. Разработать методы решения численного моделирования нелинейных задач, описываемых одним вырождающимися уравнением параболического типа и системой таких нелинейных влияния внешние факторов и нелинейности среды (переменная плотность, проводимость среды, конвективный перенос и др.);

разработать комплекс программ и провести вычислительный эксперимент, позволяющий визуально исследовать нелинейные процессы, описываемые одним и вырождающимися параболическими уравнениями системами.

Объектом исследования являются нелинейные процессы, систем реакции-диффузии в одно- и двухкомпонентных средах.

Предмет исследования составляет исследование влияние внешних сред на решение нелинейных систем уравнений с двойной нелинейностью, в том числе, в изучении распространения возмущений в задачах теплопроводности, фильтрации жидкости и газа, диффузии в одно- и двухкомпонентных средах, биологической популяции, описываемых вырождающимися уравнениями и системами с двойной нелинейностью, под воздействием нелинейного источника или поглощения, конвективного переноса, переменной плотности, разработка методики практической реализации теории, численные методы, вычислительные алгоритмы компьютерного решения изучаемых процессов.

Методы исследования. В диссертации применены автомодельные методы, принципы сравнения решений, методы оценки решений, численные методы и методы проведения вычислительного эксперимента.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

определена асимптотика решений со свойством blow-up для уравнения и системы реакции-диффузии с двойной нелинейностью в среде переменной плотности свойства КСРВ и пространственной локализации;

построено глобальное решение задачи Коши для модели реакции-диффузии с двойной нелинейностью с источником или поглощением;

разработаны методы оценки решения и фронтов для класса систем и

уравнений с двойной нелинейностью, асимптотические выражения обобщенных решений с компактным носителем нелинейных вырождающихся автомодельных уравнений и систем;

определены решения типа Зельдовича-Баренблатта и на их основе изучены свойства КСРБ и пространственной локализации для системы взаимной диффузии с двойной нелинейностью с источником и со свойством конвективного переноса, разработаны алгоритмы критической экспоненты;

на основе свойств, изученных нелинейных математических моделей, построены сходящиеся итерационные процессы;

осуществлено численное моделирование одно или систем нелинейных уравнений, учитывающих свойств рассматриваемой среды и внешних факторов (переменной плотности, пропускаемость среды, конвективный перенос и др.).

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

на базе качественных исследования свойств решений, разработан программное обеспечение, позволяющий изучение нелинейных процессов визуально, описываемых одной и системой нелинейных вырождающихся параболических уравнений;

на основе этих программ проведен вычислительный эксперимент, позволяющий наблюдать за эволюцией процесса по времени, в зависимости от значения числовых параметров.

Достоверность результатов исследования. Достоверность результатов исследования обосновывается доказательствами и полученными результатами и численно подтверждены с помощью вычислительного эксперимента. Приведен численный анализ решений, с помощью полученных оценок решений и это подтверждается утверждением правильности вычислительных методов, основанных автомодельному анализу, эталонным уравнениям, также методам, предложенным в диссертационной работе.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования заключается в том, что при решении аналогичных задач могут быть применены свойства blow-up, существование глобальной разрешимости задачи Коши для нелинейных математических моделей, а также полученные результаты могут быть применены в исследовании задач нелинейной диффузии в одно- и двухкомпонентных средах, задач биологической популяции типа Колмогорова-Фишера, в теории горения, в фильтрации жидкости и газа, в задачах теплопроводности.

Практическая значимость полученных в диссертации результатов заключается в том, что предложенные методы и программы могут применяться при проведении вычислительного эксперимента для решения задач нелинейных процессов фильтрации, теплопроводности, диффузии в нелинейной среде, движения подземных вод.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты в процессе диссертационного исследования практически внедрены в следующих направлениях:

Полученные оценки для глобального решения уравнения реакции-диффузии с двойной нелинейностью использовались в проекте DMS-1401316 для построения глобального решения нелинейных задач (Справка «California State University» от 29 октября 2016 года). Применение научных результатов служили для визуализации нелинейных процессов;

решения системы реакции-диффузии с двойной нелинейностью для уравнения Кортевег де Фриза с источником в гранте ОТ-Ф1-002 «Прямые и обратные спектральные задачи для квадратичных пучков операторов Штурма-Лиувилля» использовались для построения решений нелинейных уравнений и систем, при определении их свойств (Справка Комитета по координации развития науки и технологий ФТК-03-13/744 от 3 ноября 2016 года). Применение научных результатов позволяли доказать существование глобальных решений задачи Коши;

метод нелинейного расщепления, метод прогонки для задач нелинейной фильтрации, модель и алгоритм решения использованы в проекте ФА-Ф4-Ф042 «Разработка и исследование гидродинамической модели фильтрации неоднородной жидкости в пористой среде» применены для математического моделирования нелинейных процессов, построения их решений и изучение их свойств (Справка Министерства по развитию информационных технологий и коммуникаций Республики Узбекистан 33-8/6160 от 10 ноября 2016 года). Применение научных результатов конечная скорость распространения возмущений, пространственная локализация позволяли решать задачи фильтрации неоднородной жидкости в пористой среде, в том числе, изучение фильтрации суспензий с коагуляцией и суффозией.

Апробация результатов исследования. Результаты исследования доложены на 36 научно-практических конференциях, в том числе, на 19 международных: «Современное состояние и пути развития информационных технологий» (Ташкент, 2008), «Интегральные уравнения-2009» (Киев, 2009), «Современные проблемы газовой и волновой динамики» (Москва, 2009), «Вычислительные технологии и математическое моделирование» (Ташкент, 2009), «Control and Optimization in Dynamical Systems – CODS-2009» (Ташкент, 2009), «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных Технологий – Аль Хорезми 2009» (Ташкент, 2009), «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения» (Ташкент, 2011), «Progress in Analysis and its Applications» (London, 2009), «The IV congress of the Turkish World Mathematical Society» (Baku, 2011), «The Vth World Congress of Engineering and Technology, WCET-2012» (Almaty, 2012), «Актуальные проблемы математического анализа» (Ургенч, 2012), «Интеллектуальные Системы для Индустриальной Автоматизации, WCIS–2012» (Ташкент, 2012), «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль-Хорезми 2012» (Ташкент, 2012), «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения» (Ташкент, 2013), «Амалий математика ва ахборот хавфсизлиги» (Ташкент, 2014), The Vth Congress of Turkish World Mathematicians (Bishkek, 2014),

международный семинар проф. Сугимото Мицуру (Университет Нагоя, Япония, 2013), The International Congress of Mathematicians (Seoul, 2014), «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль-Хорезми 2014» (Ташкент, 2014), «Неклассические уравнения физики и их приложения» (Ташкент, 2014), «Радиотехника, телекоммуникация ва ахборот технологиялари: муаммолари ва келажак ривожлари» (Ташкент, 2015), «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (Алмата, 2015).

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликованы всего 36 научных работ, из них 14 журнальных статей, в том числе 6 в иностранных, 8 в республиканских журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций.

Структура и объем диссертации. Структура диссертации состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы, приложений. Объем диссертации составляет 197 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность и востребованность проведенного исследования, цель и задачи исследования, характеризуются объект и предмет, показано соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, излагаются научная новизна и практические результаты исследования, раскрываются научная и практическая значимость полученных результатов, внедрение в практику результатов исследования, сведения по опубликованным работам и структуре диссертации.

В первой главе диссертации «**Свойства математических моделей выражающимися уравнениями с двойной нелинейностью**» рассмотрена математическая модель, описываемая вырождающимися параболическим уравнением с двойной нелинейностью общего вида и доказаны условия при котором имеет место нелинейное явление КСРВ, пространственная локализация решения, асимптотика решений с компактным носителем в случае медленной и быстрой диффузии приведены условия вычисления. Также исследовано влияние конвективного переноса переменной плотности на эволюцию процессов нелинейной теплопроводности, диффузии, фильтрации жидкости и газа и эволюционному процессу движения грунтовых вод.

Рассматриваемая задача Коши для уравнения с двойной нелинейностью

$$Au \equiv -\rho_1(|x|)\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left(\rho_2(|x|)u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) = 0, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N, \quad N > 1, \quad (2)$$

которая является основой для моделирования многих процессов, например,

распространения тепла, фильтрации жидкости и газа, диффузии в среде с коэффициентом с двойной нелинейностью $\rho_2(x)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}\nabla u^l$ и переменной плотностью $\rho_1(|x|)=|x|^q$, $\rho_2(|x|)=|x|^n$. Уравнение (1) является хорошим сочетанием уравнения медленной диффузии ($k(p-2)+m-1>0$), быстрой диффузии ($k(p-2)+m-1<0$), р-Лаплас уравнения ($m=1, k=l=1$) и уравнения пористой среды (УПС), при $p=2, l=1$. Отличительной особенностью этой задачи является, то, что в области, где $u=0$ или $\nabla u=0$ уравнение (1) вырождается в уравнение первого порядка и превращается в линейное уравнение. В области вырождения производные терпят разрыв и уравнение (1) может не иметь решения в классическом смысле. В этих случаях необходимо исследовать имеющий физический смысл слабое (обобщенное) решение.

Впервые Б.Зельдович и А.Компанеец, рассмотрев задачу о мгновенном источнике для нелинейного уравнения теплопроводности (1) в частном случае, когда $p=2, l=1, \rho_2(x)=\rho_1(x)=1$, построили обобщенное решение, обладающее свойством *конечной скорости распространения возмущения (КСРВ)*: $u(t, x) \equiv 0$, при $|x| \geq l(t)$, где $0 < l(t) \in C(0, \infty)$, что не имеет место в линейном случае ($p=2, k=1, m=1$). Свойство КСРВ для задачи Коши в частном случае, когда в (1) $k=l=1, \rho_2(x)=\rho_1(x)=1$ изучали Тедеев А.Ф и его ученики в 2004-2013 годах получили условия на числовые параметры и на функцию $u_0(x)$, при котором имеет место КСРВ и разрушение решения за конечное время (РРКВ). В дальнейшем, G.Grillo M.Muratori (2014г.) рассмотрели эту задачу для частных значений числовых параметров, т.е. для значений $k=l=1, p=2$ и получили оценки обобщенного решения в L^p – нормах.

В диссертации, на основе автомодельного подхода, найдено следующее решение типа Зельдовича-Баренблатта

$$u(t, x) = [T + t]^{\frac{-s}{p+(k(p-2)+m+l-2)s}} (a - b\xi^\gamma)_+^{\gamma_1}, \quad T > 0, \quad (3)$$

$$a > 0, \quad b = (k(p-2) + m + l - 2) \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{p}{p-1}},$$

$$\xi = \frac{\varphi(x)}{[\tau(t)]^{1/p}}, \quad s = p \frac{N-n}{p-n}, \quad n+q < p, \quad n < N.$$

Теорема 1. Пусть в уравнение (1) $k(p-2)+m+l-2 > 0$ $n < N$, $p > n$. Если

$$u(0, x) \leq z(0, x), \quad x \in R^N,$$

то для решение задачи (1)-(2) имеет место оценка

$$u(t, x) \leq z(t, x), \quad \text{в } Q.$$

Теорема 2. Пусть в уравнении (1) $k(p-2) + m + l - 2 > 0$, $n < N$, $p > n$. Тогда решение задачи (1),(2) обладает свойством КСРВ, если

$$u(0, x) \leq z(0, x), \quad x \in R^N.$$

С помощью теоремы 1 показано выполнение свойства пространственной локализации решения задачи (1), (2). В диссертации показано также, выполнение этого свойства при воздействии поглощения и конвективного переноса, когда скорость зависит от времени. Доказано, что условием пространственной локализации является

$$(k(p-2) + m + l - 2) > 0, \quad \int_0^t v(y) dy < \infty \quad \forall t > 0,$$

где $v(t)$ – вектор скорости конвективного переноса.

Рассмотрим следующую автомодельную задачу:

$$\xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + \frac{\alpha}{1 - \alpha(k(p-2) + m - 1)} f = 0, \quad (4)$$

$$f(0) = c > 0, \quad f(d) = 0, \quad d < \infty, \quad f'(0) = 0, \quad f(\infty) = 0, \quad (5)$$

Обобщенное решение задачи (4),(5) с компактным носителем существует в классе

$$0 \leq f(\xi), \quad \xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df^l}{d\xi} \in C(0, \infty) \quad (6)$$

и удовлетворяет интегральному тождеству

$$\xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df^l}{d\xi} + \int_0^\infty \left(\frac{s}{p} + \frac{\alpha}{1 - \alpha(k(p-2) + m - 1)} \right) y^{s-1} f(y) dy = 0. \quad (7)$$

Такие обобщенные решения впервые исследованы в авторами В.Н.Gilding и L.A.Peletier, и получено условие существования решения задачи (4), (5) с компактным носителем в случае, когда в (4) $s = l = 1$.

В диссертации для процесса медленной диффузии доказывается следующая основная теорема:

Берем следующую функцию

$$f_1(\xi) = \left(a - \xi^\gamma \right)_+^{\gamma_1}, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad a = c^{1/\gamma_1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2) + m + l - 2}. \quad (8)$$

Теорема 3. Пусть $k(p-2) + m + l - 2 > 0$. Тогда решение задачи (4), (5) с компактным носителем при $\eta \rightarrow \infty$ ($\xi \rightarrow a^{(p-1)p}$) имеет асимптотическое представление

$$f(\xi) = c_1 f_1(\xi)(1 + o(1)),$$

где функция $f_1(\xi)$ - определённая выше функция, а

$$c_1 = \left\{ \left(\frac{p-1}{p} \right)^p \left[\frac{(p-1)}{(k(p-2) + m + l - 2)} \right]^{p-1} \frac{1}{p} \right\}^{\frac{1}{k(p-2) + m + l - 2}}.$$

Рассмотрим функцию

$$f_2(\xi) = (a + \xi^\gamma)^{\gamma_1}, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2) + m + l - 2}.$$

Теорема 4. Пусть $k(p-2) + m + l - 2 < 0$, $p > n$, $s + \frac{p}{k(p-2) + m + l - 2} < 0$ (быстрая диффузия). Тогда исчезающее на бесконечности решение задачи (7) при $\xi \rightarrow \infty$ имеет асимптотическое представление

$$f(\xi) = c_2 f_2(\xi)(1 + o(1)),$$

где постоянная c_2 определяется из решении алгебраического уравнения

$$\left(\frac{k(p-2) + m + l - 2}{p-1} \right)^{p-2} c_2^{k(p-2) + m + l - 2} - \frac{1}{p} \left(\frac{p-1}{p} \right)^{(p-1)} \frac{(p-1)^2}{p^2(k(p-2) + m + l - 2)} + \frac{\alpha}{1 - \alpha(k(p-2) + m + l - 2)} = 0.$$

В параграфе 2 рассматривается следующая задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \left(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div}(v(t)u), \quad u(0, x) = q\delta(x), \quad (9)$$

Решение этой задачи имеет вид

$$u(t, x) = t^{-\frac{N}{p + (k(p-2) + m + l - 2)N}} \left(a - b_1 \eta^\gamma \right)_+^{\gamma_1}, \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2) + m + l - 2}, \quad b_1 = (k(p-2) + m - 1) \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{p}{p-1}}.$$

При этом здесь автомодельная переменная $\eta = \left| x - \int_0^t v(y) dy \right| / [\tau(t)]^{1/p}$.

Теорема 5. Пусть выполнены условия $k(p-2) + m + l - 2 > 0$, $-\frac{N}{p} + \frac{\alpha}{1 - \alpha(k(p-2) + m + l - 2)} \leq 0$ и $u(0, x) \leq z(0, x)$, $x \in R^N$ где

$z(t, x) = [T + t]^{-\alpha} \left(a - b_1 \eta^\gamma \right)_+^{\gamma_1}$, b_1, γ, γ_1 -определенные выше числа. Тогда для решения $u(t, x)$ задачи (9),(10) и фронта $x_\phi(t)$ справедливы оценки

$$u(t, x) \leq z(t, x), \text{ в } Q_T, \quad \left| x_\Phi(t) - \int_0^t v(y) dy \right| \leq (a / b_1)^{(p-1)/p} [\tau(t)]^{1/p}.$$

Если же

$$\int_0^t v(y) dy = [\tau(t)]^{1/p} + v_1(t), \quad \forall t > 0 \text{ и } v_1(t) < \infty,$$

то имеет место пространственная локализация решения.

В заключении первой главы приводятся вычислительные схемы, основанные на схему Кранка-Никольсона метода переменных направлений. Задача решается методом прогонки. Выбор начальных приближений для итерационного процесса при численном моделировании основывается на качественных свойствах решений, полученных в предыдущих параграфах. Результаты вычислительных экспериментов показывают эффективность предложенного способа исследований нелинейных математических моделей и подтверждаются результатами вычислительного эксперимента.

Во второй главе диссертации **«Пространственная локализация и конечная скорость распространения возмущений волновых решений в среде с двойной нелинейностью»** найдены решения в виде пространственно локализованных температурных волн, при воздействии конвективного переноса, скорость которого зависит от времени и поглощения, как в случае одно- компонентной, так и в случае двухкомпонентной среды. Показано, что в рассматриваемых задачах совместное действие объемного поглощения и конвективного переноса тепла приводит к явлению остановки фронта температурной волны. Найдена глубина распространения волны и оценка скорости распространения волны в задаче биологической популяции типа Колмогорова–Фишера с двойной нелинейностью. Свойства волновых решений для модели биологической популяции типа Колмогорова- Фишера, описываемой задачей Коши

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \left(D_0 u^{m-1} |\nabla u|^k \right)^{p-2} \nabla u + nu(1 - u^\beta), \quad (11)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R^N, \quad N > 1,$$

в одномерном полулинейном случае уравнения, т.е. когда в (11) $N=1, p=2, m=1, \beta=1$ изучены Р.Фишером и А.Н.Колмогоровым, И.Г.Петровским и Н.С.Пискуновым (КПП).

Под волновым решением понимается решение уравнения (11) в форме

$$u(x, t) = f(\xi), \quad \xi = \sum_1^N x_i + ct, \quad (12)$$

где c -скорость волны. Неизвестная функция $f(\xi)$ находится из решения автомодельного уравнения

$$\frac{d}{d\xi} \left(D_0 N f^{m-1} \left| \frac{df}{d\xi} \right|^{p-2} \right) \frac{df}{d\xi} - c \frac{df}{d\xi} + n f (1 - f^\beta) = 0. \quad (13)$$

Фишер, рассматривая уравнение (11) в одномерном случае, когда в (11) $N=1$, $p=2$, $m=1$, $\beta=1$, показал что оно имеет бесконечное число решений типа бегущей волны, для которых $0 \leq u \leq 1$, с волновыми скоростями

$$c \geq c_{\min} = 2\sqrt{nD}.$$

А.Н.Колмогоров, И.Г.Петровский и Н.С.Пискунов (КПП) в более общем случае доказали, что (11) имеет единственное решение, и это решение через решение (13) имеет вид (12) монотонной бегущей волны, обладающей скоростью $c = c_{\min}$.

Для модели Р.Фишера, Н.Колмогорова, И.Г.Петровского и Н.С.Пискунова (ФКПП) в критическом (резонансном) случае, когда в (1) $k(p-2) + m + l - 2 = 0$, для скорости $c(t) = \frac{d|x(t)|}{dt}$ и глубины распространения волны $x(t)$ при достаточно больших t , нами получена оценка

$$|x(t)| \sim p \left(n k^{p-2} l D_0 \right)^{1/p} t^{2/p} \left[1 + \frac{\left(\ln 2 - \frac{N}{p} \ln(T+t) \right)}{t^{2/p}} \right]^{1/p},$$

$$c(t) = \frac{d|x(t)|}{dt} \cong 2 \left(n D_0 k^{p-2} l \right)^{1/p} t^{2/p-1}.$$

Отсюда, в частном случае уравнения (11), $p=2$, $l=1$, скорость распространения волны для достаточно больших времени, будет равным $\frac{d|x(t)|}{dt} = c \sim 2\sqrt{nD_0}$, и это в свою очередь, совпадает с результатом ФКПП.

В параграфе 2 найдены решения в виде локализованных температурных волн для уравнения реакции-диффузии с конвективным переносом, поглощением и источником

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(u^{m-1} \left| \nabla u^k \right|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div} (v(t)u) + \varepsilon \gamma(t) u^\beta, \quad \varepsilon = \pm 1.$$

Показано, что в рассматриваемых задачах совместное действие объемного поглощения и конвективного переноса тепла приводит к остановке фронта температурной волны, если выполнены условия

$$k(p-2) + m + l - 2 > 0, \quad c\tau(t) - \int_0^t v(y) dy < \infty, \quad \forall t > 0,$$

т.е. волновые решения уравнения пространственно локализованы. Далее установлено, что локализация теплового возмущения может возникать даже при отсутствии поглощения и конвективного переноса, например, в случае выполнения условий

$$k(p-2) + m + l - 2 > 0, \quad \int_0^t b(y)dy < \infty, \quad \forall t > 0,$$

и когда коэффициент теплопроводности $b(t)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}u^{l-1}$ зависит явно от времени.

Показано, что вышеизложенные свойства имеют место также для систем уравнений с двойной нелинейностью, описывающих процессы реакции-диффузии, теплопроводности, фильтрации и другие процессы и получена асимптотика автомодельных решений. В частности, для системы

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v^{m_1-1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - l(t) \frac{\partial u}{\partial x} - \gamma_1(t)u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(u^{m_2-1} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - l(t) \frac{\partial v}{\partial x} - \gamma_2(t)v, \end{cases}$$

под совместным воздействием объемного поглощения и конвективного переноса найдено условие пространственной локализации решений и приведена асимптотика финитных волновых решений.

Теорема 6. Допустим, что $p > 2 + \left[(m_1 - 1)(m_2 - 1) \right]^{1/2}$. Тогда решение выше приведенной системы с компактным носителем, при $\xi \rightarrow a_-$ имеет асимптотику

$$f(\xi) = Af_1(\xi)(1 + o(1)), \quad \psi(\xi) = Bf_2(\xi)(1 + o(1)).$$

Здесь

$$f_i(\xi) = (a - \xi)_+^{n_i}, \quad i = 1, 2, \quad (b)_+ = \max(0, b), \quad c\tau(t) - x, \quad \tau(t) = \int_0^t v(y)dy,$$

$$n_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{n}, \quad n_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{n}, \quad n = (p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1),$$

а постоянные A, B являются решениями алгебраической системы $(n_1)^{p-1}A^{m_1-1}B^{p-1} = c, \quad (n_2)^{p-1}A^{m_2-1}B^{p-1} = c$.

В третьей главе диссертации «Свойства математической модели процессов реакции-диффузии с двойной нелинейностью с источником или поглощениям» доказана глобальная разрешимость задачи Коши для вырождающихся параболических уравнений с двойной нелинейностью, с поглощением или источником и конвективным переносом, скорость которого зависит от времени. Предложен новый алгоритм нахождения критической

экспоненты типа Фуджита. Полученные результаты являются достаточно общими, и включают в себе известные ранее результаты других авторов в этом направлении (Х.Фуджита, А.А.Самарский, С.П.Курдюмов, А.П.Михайлов, В.А.Галактионов, М.Арипов). Найдено условие, при котором имеет место КСРВ и пространственная локализация решения, получена оценка типа Кнерра-Кершнера для свободной границы. Установлен главный член асимптотики автомодельных решений и доказано, что коэффициенты главного члена асимптотики находятся из решения некоторого алгебраического уравнения. Строгое доказательство которого до сих пор не было известно. На основе этих фактов проводится численная реализация рассматриваемых задач и решение представляется в визуализированной форме.

В параграфе 3.1 изучается следующее уравнение, которое служит основанием для многих физических процессов

$$Au \equiv -\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div}(v(t)u) - \gamma(t)u^\beta = 0, \quad (14)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N,$$

где $\beta > 0$, n , k , p , m – заданные числовые параметры, характеризующие нелинейную среду, $\nabla(\cdot) = \operatorname{grad}(\cdot)$, $0 < \gamma(t) \in C(0, \infty)$.

Задача (14) описывает процесс реакции-диффузии, теплопроводности, политропической фильтрации жидкости и газа в нелинейной среде при наличии поглощения, мощность которого равна $\gamma(t)u^\beta$, задачи биологической популяции типа ФКПП.

В области, где $u = 0$ или $\nabla u = 0$ уравнение (14) является вырождающимся. Поэтому исследуются обобщенные решения. Большие затруднения при численном моделировании процесса, описываемой уравнением (14), вызваны тем, что обычные численные схемы непригодны для исследования вырождающихся нелинейных задач. Поэтому для численного решения задачи и визуализации процесса, описываемой уравнением (14), предлагается, сначала изучить качественные свойства решений, такие как глобальная разрешимость, конечная скорость распространения возмущений, локализация решения, асимптотика решения, поведение свободной границы в зависимости от значений параметров уравнения и начального распределения. При этом доказана теорема о глобальной разрешимости. Для этого вводятся следующие функции

$$z(t, x) = \bar{u}(t) \bar{f}(\xi), \quad \xi = |x| / [\tau(t)]^{1/p},$$

$$\bar{f}(\xi) = \begin{cases} \left(a - b |\xi|^{(p/(p-1))} \right)_+^{(p-1)/(k(p-2)+m+l-2)}, & \text{если } k(p-2)+m+l-2 > 0, \\ \exp \left(-\frac{1}{lk^{p-2}} \left(\frac{\xi}{p} \right)^p \right), & \text{если } k(p-2)+m+l-2 = 0. \end{cases}$$

Теорема 7. Пусть выполнено условие

$$\gamma(t)\tau(t)\left[\bar{u}(t)\right]^{\beta-(k(p-2)+m+l-1)} \leq \frac{N}{p}, \quad t > 0,$$

и $u_0(x) \leq z(0, x)$, $x \in R^N$. Здесь функция $\bar{u}(t)$ – решение уравнения

$$\bar{u}_t = -\gamma(t)\bar{u}^\beta(t), \quad \text{а} \quad \tau(t) = \int [\bar{u}(t)]^{\frac{k(p-2)+m+l-2}{\beta-1}} dt.$$

Тогда задача (14), при достаточно малых данных глобально разрешима.

Из этой теоремы, при и частных значениях числовых параметров, вытекают все ранее известные теоремы о глобальной разрешимости (Х.Фуджита, А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов, А.Ф. Тедеев, М. Арипов).

В конце главы приводятся методы численного решения рассматриваемых задач. Для численной реализации математической модели процессов реакции-диффузии с двойной нелинейностью была использована схема Писмена-Речфорда, которая свойственна для решения таких задач

$$\begin{cases} \frac{y_{i,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^k}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+1/2} + \Lambda_2 y^k - v^k \frac{y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1} - v^k \frac{y_{i,j+1}^k - y_{i,j}^k}{h_2} + \\ \quad + \varepsilon \gamma(t_{k+1/2}) (y_{i,j}^{k+1/2})^\beta, \\ \frac{y_{i,j}^{k+1} - y_{i,j}^{k+1/2}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+1/2} + \Lambda_2 y^{k+1} - v^{k+1/2} \frac{y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1} - v^{k+1/2} \frac{y_{i,j+1}^{k+1} - y_{i,j}^{k+1}}{h_2} + \\ \quad + \varepsilon \gamma(t_{k+1}) (y_{i,j}^{k+1})^\beta, \end{cases}$$

здесь

$$\begin{aligned} \Lambda_1 y^{k+1/2} &= \frac{1}{2^{m+1} h_1^2} \left[\left(|x_{i+1,j}| \right)^n (y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k)^{m-1} |y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k|^{p-2} (y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}) - \right. \\ &\quad \left. - \left(|x_{i,j}| \right)^n (y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k)^{m-1} |y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k|^{p-2} (y_{i,j}^{k+1/2} - y_{i-1,j}^{k+1/2}) \right], \\ \Lambda_2 y^k &= \frac{1}{2^{m+1} h_2^2} \left[\left(|x_{i,j+1}| \right)^n (y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k)^{m-1} |y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k|^{p-2} (y_{i,j+1}^k - y_{i,j}^k) - \right. \\ &\quad \left. - \left(|x_{i,j}| \right)^n (y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k)^{m-1} |y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k|^{p-2} (y_{i,j}^k - y_{i,j-1}^k) \right], \end{aligned}$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n_\alpha - 1, \quad \alpha = 1, 2.$$

Начальное и граничные условия берутся в следующем виде

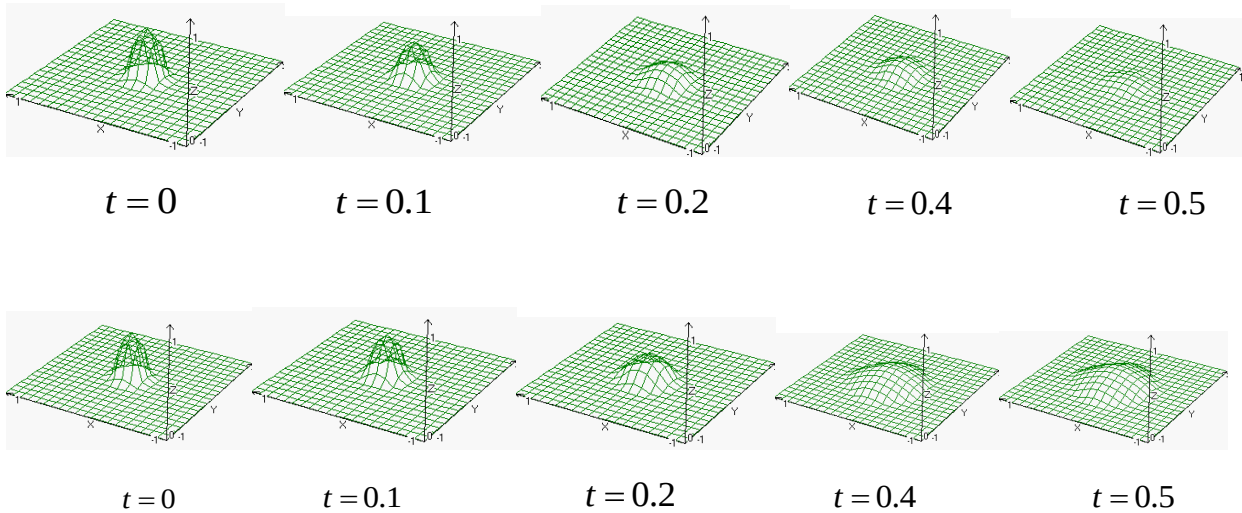
$$\begin{cases} y_{i,j}^0 = u_0(x), & x \in \bar{\omega}_h \\ y_{i,j}^{k+1} = \varphi^{k+1}, & \text{если } j = 0 \text{ и } j = n_2 \\ y_{i,j}^{k+1/2} = \bar{\varphi}^{k+1/2}, & \text{если } i = 0 \text{ и } i = n_1 \end{cases}$$

$$\text{Здесь } \bar{\varphi} = \frac{1}{2}(\varphi^{k+1} + \varphi^k) - \frac{\tau}{4}\Lambda_2(\varphi^{k+1} - \varphi^k).$$

Для точности итерации требуется выполнение следующего условия

$$\max_{\substack{0 \leq i \leq n_1 \\ 0 \leq j \leq n_2}} \left| \bar{y}_{i,j}^{s+1} - \bar{y}_{i,j}^s \right| < \varepsilon.$$

Ниже приведены результаты вычислений для $m = 2, p = 2.5, \beta = 0.5, \varepsilon = -1$ и $m = 2, p = 2.5, \beta = 0.8, \varepsilon = +1$:



В четвертой главе диссертации «**Численное и асимптотическое исследование системы реакции-диффузии с двойной нелинейностью**» получены условия возникновения явления КСРВ и пространственной локализации, для вырождающихся систем параболических уравнений с двумя нелинейностями при наличии источника и поглощения и переменной плотности в двухкомпонентных нелинейных средах. На основе автомодельного анализа доказаны теоремы о глобальной разрешимости типа Фуджита. Ранее, для полулинейного случая, такой результат был доказан со стороны Эскобедо-Херреро.

Предложен способ, с помощью которого установлен главный член асимптотики в случае медленной и быстрой диффузии и доказано, что коэффициенты главного члена асимптотики находятся из решения некоторой системы алгебраических уравнений.

Рассмотрим в области $Q = \{(t, x): t > 0, x \in R^N\}$ следующую

вырождающуюся дважды нелинейную параболическую задачу с неоднородной плотностью:

$$\begin{aligned} |x|^n \frac{\partial u}{\partial t} &= \operatorname{div} \left(|x|^k u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u \right) + \gamma(t) |x|^n v^{\beta_1} = 0, \\ |x|^n \frac{\partial v}{\partial t} &= \operatorname{div} \left(|x|^k v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v \right) + \gamma(t) |x|^n u^{\beta_2} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, \quad v(0, x) = v_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N,$$

где $n, k \in R$, $m_1, m_2 > 1$, $\beta_1, \beta_2 \geq 1$, $p \geq 2$ заданные числа, $\nabla(\cdot) - \operatorname{grad}(\cdot)$, $0 < \gamma(t) \in C(0, +\infty)$.

Введем следующие сравниваемые функции:

$$u_+(t, x) = (T + t)^{\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v_+(t, x) = (T + t)^{\alpha_2} \bar{v}(\xi), \quad T \geq 0,$$

где

$$\alpha_i = -\frac{\beta_i + 1}{\beta_i \beta_{3-i} - 1}, \quad \tau(t) = \frac{1}{\lambda_i} (T + t)^{\lambda_i}, \quad \lambda_i = 1 - \alpha_i (m_i + p - 3), \quad i = 1, 2,$$

$$\bar{f}(\xi) = \left(a - \xi^{p/(p-1)} \right)_+^{q_2}, \quad \bar{v}(\xi) = \left(a - \xi^{p/(p-1)} \right)_+^{q_1}, \quad a > 0,$$

$$q_1 = \frac{p-1}{m_1 + p - 3}, \quad q_2 = \frac{p-1}{m_2 + p - 3}, \quad (b)_+ = \max(0, b).$$

Теорема 8 (глобальная разрешимость типа Фуджита). Пусть

$$k + n < p, \quad n < N, \quad m_i + p - 3 > 0, \quad \beta_i > \frac{p + m_{3-i} - 3}{m_i + p - 3}, \quad i = 1, 2,$$

$$\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} \gamma(t) \tau(t) \bar{u}^{\beta_1 - (m_1 + p - 2)} < \frac{N}{p - (n + k)}, \quad \frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} \gamma(t) \tau(t) \bar{v}^{\beta_2 - (m_2 + p - 2)} < \frac{N}{p - (n + k)}$$

$$\text{и } u_+(0, x) \geq u_0(x), \quad v_+(0, x) \geq v_0(x), \quad x \in R^N.$$

Тогда для достаточно малых $u_0(x)$, $v_0(x)$ решение задачи (15) допускает следующие оценки

$$u(t, x) \leq A_1 u_+(t, x), \quad v(t, x) \leq A_2 v_+(t, x) \quad \text{в } Q, \quad (16)$$

где $u_+(t, x)$, $v_+(t, x)$ определенные выше функции, $A_1 > 0, A_2 > 0$ - постоянные.

Отметим, что из оценки (16) вытекает свойство КСРВ.

Теорема 9. Пусть в (15) $\gamma(t) = 1$, $m_i + p - 3 > 0$,

$$\beta_i > \frac{p + m_{3-i} - 3}{m_i + p - 3}, \quad i = 1, 2, \quad a_1 \left(\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_2 \beta_1 - q_1} \right) < \frac{N}{p},$$

$$a_2 \left(\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_1 \beta_2 - q_1} \right) < \frac{N}{p - (n + k)}, \quad p > n + k, \quad n < N, \quad a_1 \left(\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_2 \beta_1 - q_1} \right) < \frac{N}{p},$$

$$a_2 \left(\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_1 \beta_2 - q_1} \right) < \frac{N}{p - (n + k)}, \quad u_+(0, x) \geq u_0(x), \quad v_+(0, x) \geq v_0(x), \quad x \in R^N.$$

Тогда для слабого решения задачи (15), при достаточно малых начальных данных $u_0(x)$, $v_0(x)$, справедливы следующие оценки

$$u(t, x) \leq A_3 u_+(t, x), \quad v(t, x) \leq A_4 v_+(t, x) \quad \text{в } Q, \quad (17)$$

где $u_+(t, x)$, $v_+(t, x)$ определенные выше функции, $A_3 > 0, A_4 > 0$ постоянные, зависящие от числовых параметров системы (15).

Из теоремы 9 для критической экспоненты типа Фуджита для системы (15) получим следующие значения

$$\frac{\beta_i + 1}{\beta_i \beta_{3-i} - 1} = \frac{N}{p + (p + m_i - 3)N}, \quad i = 1, 2.$$

В частном случае $p + m_i - 3 = 0$, $i = 1, 2$ это дает результат Ескобедо-Ферреро. Случай $m_i + p - 3 = 0$, i будем называть особым (резонансным) случаем. В этом случае система (15) не обладает свойством КСРВ и поведение решений имеет иной характер. Справедлива

Теорема 10. Пусть $k + n < p$, $m_i + p - 3 = 0$, $i = 1, 2$, $n < N$ и выполнены неравенства $\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} < \frac{N}{p - (k + n)}$, $\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} < \frac{N}{p - (k + n)}$. Тогда для достаточно малых $u_0(x)$, $v_0(x)$ в Q справедливы следующие оценки для решения задачи (15)

$$u(t, x) \leq (T + t)^{-\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1}} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) \leq (T + t)^{-\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1}} \bar{f}(\xi),$$

$$\bar{f}(\xi) = \bar{\psi}(\xi) = \exp\left(-(\xi / p)^p\right),$$

$$\xi = \frac{\varphi(|x|)}{(T + t)^{1/p}}, \quad \varphi(|x|) = \frac{p}{p - (k + n)} |x|^{(p - (k + n))/p}.$$

В частном случае $n = k = 0$, $p = 2$, $p + m_i - 3 = 0$, $i = 1, 2$ теорема 10 содержит результат Ескобедо-Ферреро.

В пятой главе диссертации «**Конечная скорость распространения возмущений и локализация решений систем взаимной реакции-диффузии (кросс диффузии)**» для вырождающихся кросс параболической системы с двойной нелинейностью, с переменной плотностью, с конвективным переносом устанавливаются следующие качественные свойства решений: существование глобального решения, значение

критической экспоненты типа Фуджита, поведение фронта, конечная скорость распространения возмущений (КСРВ), асимптотическое поведение решений с компактным носителем, поведение свободной границы и исчезающих на бесконечности решений автомодельной системы в зависимости от значения числовых параметров. Решена главная проблема – выбор начального приближения для итерационного процесса. Показана быстрая сходимость итерационного процесса при численных экспериментах.

Рассмотрим следующую математическую модель системы взаимной реакции-диффузии, описываемой следующей системой параболических уравнений вырождающегося типа

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho_1(x)u)}{\partial t} &= \operatorname{div}\left(\rho_2(x)v^{m_1-1}|\nabla u|^{p-2}\nabla u\right) + \operatorname{div}(v(t)u) + \rho_3(x)u^{\beta_1}, \\ \frac{\partial(\rho_1(x)v)}{\partial t} &= \operatorname{div}\left(\rho_2(x)u^{m_2-1}|\nabla v|^{p-2}\nabla v\right) + \operatorname{div}(v(t)u) + \rho_3(x)v^{\beta_2}, \\ u(0, x) &= u_0(x) \geq 0, v(0, x) = v_0(x) \geq 0, x \in R^N.\end{aligned}\tag{18}$$

В главе V диссертации найдено решение типа Зельдовича-Компанейца для системы (18) в виде

$$u(t, x) = A(T+t)^{-\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) = B(T+t)^{-\alpha_2} \bar{\psi}(\xi), \quad \xi = \frac{|x|}{[\tau(t)]^{1/p}}, \quad T > 0, \tag{19}$$

где $\tau(t) = \frac{(T+t)^{p_1}}{p_1}$, $p_1 = 1 - (m_1 - 1)\alpha_2 - (p - 2)\alpha_1 > 0$,

$$\bar{f}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{q_1}, \quad \bar{\psi}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{q_2}, \quad a > 0, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad (c)_+ = \max(0, c),$$

$$q_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{q}, \quad q_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{q}, \quad q = (p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1).$$

Числа

$$\alpha_1 = \frac{n_2 N}{n_1 n_3 + n_2(m_2 - 1)N}, \quad \alpha_2 = \frac{n_1 N}{n_1 n_3 + n_2(m_2 - 1)N},$$

$$n_1 = k(p-2) + (m_1 - 1), \quad n_2 = k(p-2) + (m_2 - 1), \quad n_3 = (p + k(p-2))N$$

являются решением алгебраической системы

$$\frac{\alpha_1}{1 - (m_1 - 1)\alpha_2 - (p - 2)\alpha_1} = \frac{N}{p}, \quad (m_1 - 1)\alpha_2 - (p - 2)\alpha_1 = (m_2 - 1)\alpha_1 - (p - 2)\alpha_2$$

и постоянные A, B определяются из решения системы

$$(\gamma_1)^{p-1} A^{k(p-2)} B^{m_1-1} = \frac{1}{p}, \quad (\gamma_2)^{p-1} A^{m_1-1} B^{k(p-2)} = \frac{1}{p},$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2)+m_1+l-2}, \gamma_2 = \frac{p-1}{k(p-2)+m_2+l-2}.$$

Отметим, что найденное решение (19) обладает свойством КСРВ и может использоваться при доказательстве глобальной разрешимости и неразрешимости не только задачи Коши но и других задач с нелинейными граничными условиями.

В главе V исследована также асимптотика решений автомодельной системы для функций $f(\xi)$, $\psi(\xi)$. Имеем следующую систему вырождающихся автомодельных уравнений.

$$\begin{cases} \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{N-1} \psi^{m_1-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + l_1 f = 0, \\ \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{N-1} f^{m_2-1} \left| \frac{d\psi^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{d\psi}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{d\psi}{d\xi} + l_2 \psi = 0, \end{cases} \quad (20)$$

где $l_1 = \frac{\alpha_1}{1-(m_1-1)\alpha_2-k(p-2)\alpha_1}$, $l_2 = \frac{\alpha_2}{1-(m_2-1)\alpha_1-k(p-2)\alpha_2}$, с граничными условиями

$$\begin{aligned} f'(0) &= 0, \quad f(\infty) = 0, \quad \psi'(0) = 0, \quad \psi(\infty) = 0, \\ f(0) &= c_1 > 0, \quad f(d) = 0, \quad \psi(0) = c_2 > 0, \quad \psi(d) = 0, \quad d < \infty. \end{aligned} \quad (21)$$

Пусть

$$\bar{f}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{\gamma_1}, \quad \bar{\psi}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{\gamma_2}, \quad \xi = \frac{|x|}{(T+t)^{1/p}},$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \gamma_i = \frac{(p-1)[p-(m_i+1)]}{q}, \quad i=1,2, \quad q = [k(p-2)+l-1]^2 - (m_1-1)(m_2-1).$$

Теорема 11. Пусть $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$. Тогда для обобщенного решения задачи (20), (21) в области Q справедлива оценка

$$u(t, x) \leq u_+(t, x) = (T+t)^{-\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) \leq v_+(t, x) = (T+t)^{-\alpha_2} \bar{\psi}(\xi), \quad \xi = \frac{|x|}{[\tau(t)]^{1/p}},$$

где $\bar{f}(\xi)$, $\bar{\psi}(\xi)$ определенные выше функции.

Из теоремы 11 вытекает свойство КСРВ.

Теорема 12. Предположим, что $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$. Тогда решение задачи (20), (21) при $\eta \rightarrow \infty$ ($\eta = -\ln(a - \xi^{p/(p-1)})$) имеет асимптотику

$$f(\xi) = A_1 \bar{f}(\xi)(1+o(1)), \quad \psi(\xi) = A_2 \bar{\psi}(\xi)(1+o(1)),$$

где коэффициенты $A_i > 0$, $i=1,2$ являются решением системы

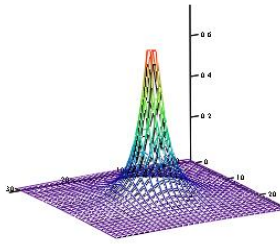
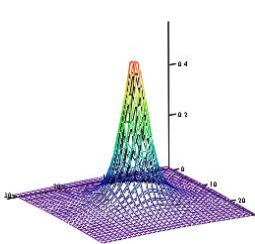
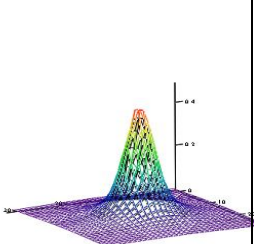
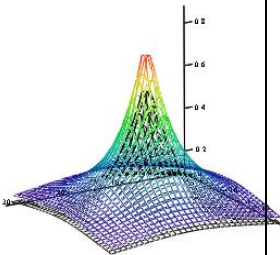
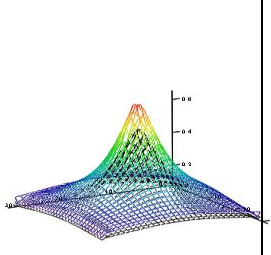
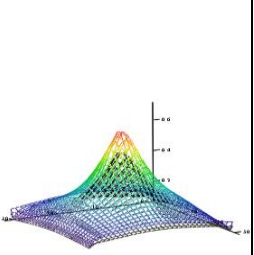
алгебраических уравнений

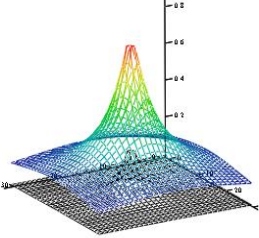
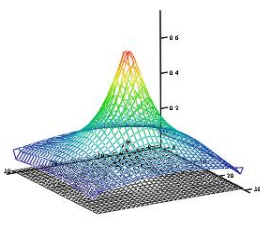
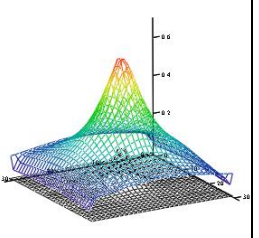
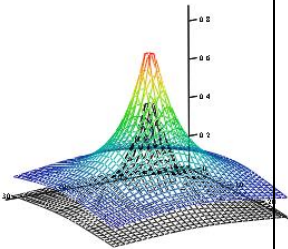
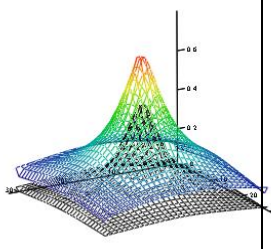
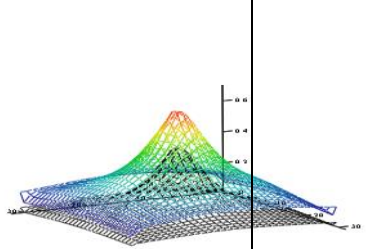
$$A_1^{p-2} A_2^{m_1-1} = b_1, \quad b_1 = \frac{1}{p(\gamma_1)^{p-1}}, \quad A_1^{m_2-1} A_2^{p-2} = b_2, \quad b_2 = \frac{1}{p(\gamma_2)^{p-1}},$$

т.е.

$$A_1 = [b_1 A_2^{-(m_1-1)}]^{1/(p-2)}, \quad A_2 = [b_1 b_2^{-(m_2-1)/(p-2)}]^{p-2 / ((p-2)^2 - ((m_1-1)(m_2-1))}.$$

При численном решении задачи уравнение аппроксимируется на сетке используя неявную схему переменных направлений (для многомерного случая) в сочетании с методом баланса. Итерационные процессы были построены на основе метода Пикара, Ньютона и специальной методе. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что все перечисленные итерационные методы эффективны для решения нелинейных задач и приводит к нелинейным эффектам, если мы будем использовать в качестве начального приближения решения автомодельные решения построенных по методу нелинейного расщепления и методом стандартных уравнений. Ниже приведены результаты вычислений для различных значениях параметров:

Значения параметров	$t = 1$	$t = 20$	$t = 40$
$m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.2$, $p = 3.8$ $eps = 10^{-3}$, $k=1$ $\gamma_1 = 2.8 > 0$, $\gamma_2 = 2.8 > 0$			
$m_1 = 1.4$, $m_2 = 1.4$, $p = 3$ $k=1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 1.429 > 0$, $\gamma_2 = 1.429 > 0$			

Значения параметров	$t = 1$	$t = 20$	$t = 40$
$m_1 = 0.4$, $m_2 = 1.4$, $p = 3$ $k = 1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 2,581 > 0$, $\gamma_2 = 0,968 > 0$			
$m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.7$, $p = 3$ $k = 1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 4,737 > 0$, $\gamma_2 = 3,421 > 0$			

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По теме докторской диссертации «Математическое моделирование систем реакции-диффузии с двойной нелинейностью» представлены следующие выводы:

1. При решении задач нелинейной модели реакции-диффузии, фильтрации, теплопроводности, как в однородной, так и в неоднородной среде, на основе теоретического исследования путем автомодельного анализа и принципа сравнения, анализа применения вычислительных алгоритмов и комплексов программ выделены своеобразные свойства и определено дальнейшее развитие исследований.

2. Предложенные методы служат для изучения свойств КСРВ и локализации решения нелинейной модели реакции-диффузии с двойной нелинейностью для сред с переменной плотностью путем построения решения типа Зельдовича-Баренблатта.

3. Показано, что свойство КСРВ и локализации проявляются в движущейся нелинейной среде, скорость которой зависит от времени.

4. Для нелинейной модели реакции-диффузии в средах с поглощением или источником обуславливает возникновение локализованной волновой структуры.

5. Обосновывается уместности свойств КСРВ и пространственной локализации для математической модели систем реакции-диффузии с двойной нелинейностью и с переменной плотностью.

6. Обосновывается уместность свойств blow up для решений системы автомодельных уравнений реакции-диффузии с двойной нелинейностью.

7. Строится асимптотика обобщенных решений с компактным носителем и исчезающих на бесконечности решений автомодельных уравнений или систем с двойной нелинейностью.

8. Доказывается глобальная разрешимость таких задач для систем реакции-диффузии с двойной нелинейностью с источником или поглощением.

9. При получении критической экспоненты для процессов реакции-диффузии с двойной нелинейностью с источником или поглощением и конвективным переносом применяется универсальный алгоритм.

10. Построятся решения типа Зельдовича-Баренблатта для нелинейной кросс системы со свойством КСРВ и пространственной локализации решения.

11. Разработанный комплекс программ дает возможность осуществить компьютерное моделирование для изучения на основе качественных свойств нелинейной математической модели систем реакции-диффузии.

12. Разработанные вычислительные схемы, алгоритмы и комплексы программ для решения системы параболических уравнений с двойной нелинейностью дают высокую производительность при изучении теории и процессов численного решения таких задач.

**SCIENTIFIC COUNCIL 14.07.2016. T.29.01 ON AWARD OF
SCIENTIFIC DEGREE OF DOCTOR OF SCIENCES AT TASHKENT
UNIVERSITY OF INFORMATION TECHNOLOGIES AND
NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

TASHKENT UNIVERSITY OF INFORMATION TECHNOLOGY

SADULLAEVA SHAKHLO AZIMBAEVNA

**MATHEMATICAL MODELING OF REACTION-DIFFUSION SYSTEM
PROCESSES WITH DOUBLE NONLINEARITY**

05.01.07– Mathematical modeling. Numerical methods
and complex of applications
(Physical-mathematical sciences)

ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION

The theme of the doctoral dissertation is registered at the Supreme Attestation Commission of the Cabinet of Ministers of Uzbekistan under №14.07.2016/B2016.3FM279.

The doctoral dissertation has been prepared at the Tashkent University of Information Technologies.

The abstract of the dissertation is posted in three (Uzbek, Russian and English) languages on the website of the Scientific Council at www.tuit.uz and on the information-educational portal «ZIYONET» (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	Aripov Mersaid Doctor physical-mathematical science, professor
Official opponents:	Abduraximov Baxtiyor Fayzievich Doctor physical-mathematical science, professor Normuratov Chori Begalievich Doctor physical-mathematical science, professor Imomnazarov Xolmat Xudoynazarovich Doctor physical-mathematical science, professor (Russian Federation)
Leading organization:	Samarkand state university

Defence of the thesis will take place «___» November 2016 year at 10⁰⁰ at the meeting of Scientific Council 14.07.2016.T.29.01 at Tashkent University of Information Technologies and National University of Uzbekistan. (Address: 100202 Tashkent, Amir Temur str. 108. Tel.: (99871) 238-64-43; fax: (99871) 238-65-52; e-mail: tuit@tuit.uz).

Doctoral thesis can be found on the Information Resource Center at Tashkent University of Information Technologies (registration number ____). Address: 100202 Tashkent, Amir Temur str. 108. Ph. : (99871) 238-64-43; fax: (99871) 238-65-52; e-mail: tuit@tuit.uz).

Abstract of the dissertation is sent out on «__» November 2016 year
Mailing report №__ on «__» November 2016 year

R. Kh. Khamdamov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degree, Doctor of Tekhnical Science

M. S. Yakubov
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degree, Doctor of Tekhnical Science, Professor

N.Ravshanov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degree, Doctor of Tekhnical Science

INTRODUCTION (abstract of doctoral dissertation)

The urgency and relevance of the theme of dissertation. Today in the world practice of the the natural sciences the development of methods of efficiency of the reaction-diffusion processes control system, study of nonlinear mathematical models is considered one of the most urgent tasks. According to the Elsevier information base the scientific works of scientists around the world devoted to the study of nonlinear reaction-diffusion equation, as the Cauchy problem and boundary-value problems to this equation and their practical applications.

In the Republic of Uzbekistan conducted extensive works on the effective organization of events dedicated to the development of automated systems for the computer visualization of diffusion processes, mathematical modeling of diffusion processes described by nonlinear equations with double nonlinearity in a heterogeneous environment. At the same time, carried out a series of research projects dedicated to the improvement of research methods and visualization of non-linear process, the creation of automated production systems, which play an important role in the study of mathematical models of nonlinear processes.

Currently, in the world a number of fundamental problems require mathematical modeling of nonlinear processes, the improvement of the methods and visualization tools, and applying to the practice of obtaining important results of the reaction-diffusion problems with double nonlinearity. At present, the study of equations with double non-linearity and practical application, conducting targeted research on the following areas is considered one of the most important tasks: the development of imaging methods in the study of nonlinear models; creating software systems that help the study of nonlinear processes; creating technology of computational experiment, monitoring the evolution over time of the process, the establishment of a computerized system of determining the properties of which depend on the parameters of the dynamics of change. Research carried out on the above areas of research, indicate the relevance of the topic of this thesis.

Research of this thesis, to a certain extent, serve to implement the objectives of all legal acts on this activity, the decree of the President on March 21, 2012 № PP-1730 «On measures for further implementation and development of modern information and communication technologies», dated December 15, 2010 № PP-1442 «On the priorities of industrial development of Uzbekistan in 2011-2015», Resolution of the Cabinet of Ministers dated February 1, 2012 № 24 «On measures to create conditions for further development of computerization and information and communication field of technology», as well as other legal documents adopted in this area.

Relevant research priority areas of science and technology of the republic. This study was performed according to the priority directions of development of science and technology of the Republic IV. «Development of information and information and communication technologies.»

A review of international research on the topic of the dissertation¹.

Extensive scientific research aimed to the numerical solution of nonlinear problems, the study of the existence of global Fujita types of solutions for different nonlinear problems, the phenomenon of finite propagation speed of temperature disturbances (FPSP), the study of qualitative properties of self-similar solutions, the space and the effective localization of unbounded solutions (blow-up), evaluation solutions and the free boundary in a variety of functional spaces are the subject of research of many foreign scientific centers. In particular, in North Carolina, Berkeley, California State University (USA), Tokyo, Osaka, Nagoya, Fukuoka University (Japan), Autonomous University of Madrid (Spain), Tel Aviv University (Israel), Chongqing, Changchun University (China), Paris mathematics Center (France), Mathematical Institute of Leiden (The Netherlands), Technical University of Budapest (Hungary), Institute of Applied Mathematics, Moscow State University (Russia), Georgian Mathematical Institute and Institute of Applied Mathematics, Bulgarian Institute of Mathematics and Computing Mathematics, in the Donetsk Institute of Mathematics and Mechanics (Ukraine), in National University of Uzbekistan, Samarkand State University, Urgench State University, in the Center of software development at the Tashkent University of Information Technologies (Uzbekistan).

As a result of research in the world, related definition of new properties associated with non-linear differential equations and systems of equations, numerical solution and improvement of methods of visualization were obtained a number of scientific results, such as the algorithm estimates of solutions of reaction-diffusion process modeling tasks with double nonlinearity in different spaces (North Carolina, California State University), it is proved the existence of global solutions of problems with double nonlinearity type H.Fujita (Tokio University), was classified the properties of the functions corresponding to the unrestricted solutions of the problems with double nonlinearity (Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences), built the critical exponent for semilinear systems (Autonomous University of Madrid), built solutions using the self-similar method, was studied the properties of non-linear problems (Chongqing, Changchun University).

The global research in modeling of nonlinear processes for numerical and analytical study of partial differential equations of parabolic type, the development of methods and visualization tools, conducting research on the following priority areas such as: proof of the existence of global Fujita types of solutions for nonlinear problems; definition of finite speed of propagation of disturbances; study the asymptotic behavior of solutions of self-similar solutions; finding the spatial localization for unlimited (blow-up) decisions; assessment decisions and the free boundary in a variety of functional spaces; improving methods for the numerical solution of nonlinear problems and the development of software for the visualization of the nonlinear process.

¹ Review of foreign scientific research on the topic of the thesis is based on: Department of Physics, University of California, Berkly, California 94720, USA, Department of Aerospace Engineering, Department of Energy Engineering and Science, Nagoya University, Nagoya, Japan and others.

The comments of international scientific and researches by the topic of dissertation. The existence of global solutions as the type of Fujita for various nonlinear problems nonlinear issues, and the limitance of speed in distribution of temperature, qualitative properties of avtomodel solutions, the spatial localizations of unlimited (blow-up) solutions, the solution and estimations of free boundary in different functional spaces, world's leading scientific research centers and higher education institutions, including North Carolina, Berkeley, California State University (USA), Tokyo, Osaka, Nagoya, Fukuoka, Saga University (Japan), the Autonomous University of Madrid (Spain), Tel Aviv University (Israel), Chongqing, Changchun University (China), Paris mathematics Center, Mathematical Institute of leider (the Netherlands), the Technical University of Budapest (Hungary), the Russian Academy of Sciences Institute of Applied mathematics, Moscow state University (Russia), Georgia Institute of mathematics and Applied mathematics, Bulgaria, mathematics and computing mathematics Institute, the Institute of mathematics and Mechanics of Donetsk (Ukraine), the National University of Uzbekistan Uzbekistan, Samarkand state University, Urgench state University and research centers (Uzbekistan) has aimed for the numerical solutions of the nonlinear problems in different spatial localization, and functional spaces.

According to the results of scientific researches by solving the nonlinear differential equations and defining a new properties, numerical solutions and in improving methods of their visualizations has received more scientific results including the following results: has built estimations of the solutions of nonlinear problems(North Carolina, and California State University), has proved the existance of the solutions in the type of Masahisa Fijita(Nagoya University), has made an classifications of accorting to the unlimited solutions of nonlinear problems(the Russian Academy of Sciences Institute of Applied mathematics), has built an critical exponential for semi-linear systems(Autonomous University of Madrid), in study the properties of nonlinear problems to build the solutions by using the method of self-similaring(Chongqing, Changchun University) their scientific works is a symbol of effectiveness of the studying field.

According to the development of mathematical models of nonlinear problems, methods and visualization tools, covering the achievements of modern information technologies, is conducted research on the following priority areas such as: proof of the existence of global Fujita types of solutions for nonlinear problems; definition of finite speed of propagation of disturbances; study the asymptotic behavior of solutions of self-similar solutions; finding the spatial localization for unlimited (blow-up) decisions; assessment decisions and the free boundary in a variety of functional spaces; improving methods for the numerical solution of nonlinear problems and the development of software for the visualization of the nonlinear process.

The degree of study of the problem. Nonlinear heat diffusion, filtration speed of diffusion models for the spatial localization properties and limited heat dissipation Zeldovich-Barenblat types of solutions are studied by scientists Martinson and Pavlov. At the same time, has been paid attention to study various properties on nonlinear mathematical models, to prove them for new mathematical

models and to study their different new properties. In addition, the study of mathematical models used in many areas of common nonlinear effects and non-linear equation has been found.

The next 20 years, many published scientific works which declared by nonlinear problems demonstrated that the interests to this area becomes very high. For instance, the researches, dedicated to the existence of global solutions type of Fujita, provided in the University of Tokyo (H.Fujita XYChen H.Matano M.Mimura), Nagoya University (M.Sugimoto), Osaka University (Y.Naito), in the University of North Carolina (CV Pao, WHRuan), California State University (LACaffarelli A.Friedman B.Mcleod); Lp-Laplace equation and the PME, the total cases, as well as the critical exponents were studied in the Autonomous University of Madrid (headed by Vazquez school), AXENS University (Germany) (M. Winkler), Politecnico di Milano (G. Grillo, M. Muratori), the majority of universities in China, including Chongqing, Changchun University (J.Wu J.Yin H.Li J.Zao P.Zeng C.Mu D.Li Sh.Zhou MXWang CHXie); on linear systems at Complutense University (Spanish) (M.Escobedo M.A.Herrero M.Fila), Tel Aviv University (H.A.Levine S.Kamin); on nonlinear parabolic issues for the study of the conditions existing in the different functional space solution with installation and solution assessment at Paris Mathematics Center (G.L.Leons and students); the study of the properties of new nonlinear mathematical modellarnig quality at Russian Academy of Sciences and the Institute of Applied Mathematics, Moscow State University (A. P. Mikhaylov, V. A. Galaktionov, E. Kurkina), Bulgaria, mathematics and computing at the Institute of Mathematics (S.N.Dimova, M.S.Kosteshiev M.J.Koleva) is conducted a wide range of scientific research.

Nonlinear equations and the study of the processes associated with them, including Kortveg de Friz-type equations of new methods of studying the properties of Urgench State University, mathematician A.Xasanov G.Urazboev proposed by A.Yaxshimuratovlar and analytical theory was created for this purpose; N.Muxitdinov A. Begmatov B. Xujayarov I. Alimov, I. Thrashed scientific research, oil, gas and liquid to study the issues and nonlinear filtration method chiziqlashtirish of the issues to address; M. Ward and his disciples (T.Kayumov D.Eshmetov A.Xaydarov J.Muxammadiev Sh.Settiev Sh.Sadullaeva A.Matyakubov Z.Raxmanov D.Muxammadieva) nonlinear avtomodel approach based on various issues solutions of nonlinear mathematical models of new features, as well as generalized Emden-fault-type equations and systems solutions asimptotikasi studied. These complex issues in the form of research, ie leads to a parabolic equation in different environments (varying density and conductivity of the environment with the capacity to move convective cases) for nonlinear systems, scientific research had not seen enough.

Communication of the theme of dissertation with the scientific-research works of higher educational institution, which is the dissertation conducted in. The dissertation research was carried out according to the approach plan of researche works of Tashkent University of Information Technology in the framework of the grant projects: OT-F1-125 «Expressed Klein-Gordon-type reaction-diffusion systems with non-linear processes, visualization, and computer modeling» (2009-2011), YoF 4-10 «Kolmogorov-Fisher type of modeling

biological systems of the population» (2013-2014), ITD 5-44 «Kolmogorov-Fisher population depends on the type of biological systems modeling» (2015-2017).

The aim of research work is consists of mathematical modeling of reaction-diffusion, heat conductivity, liquids and gas distribution, filtration processes described degenerate parabolic equations and systems of equations with double nonlinearity with the influence of the source and absorption.

The tasks of research work:

substantiate existence of a finite speed of propagation of the disturbance and spatial localization within the framework of the mathematical model of reaction-diffusion systems with double nonlinearity and with variable density;

to build a global solution of the Cauchy problem for a model reaction-diffusion equation with double non-linearity with a source or absorption;

to define the asymptotic behavior of blow-up solutions of the solutions of double nonlinear reaction-diffusion equations and systems;

to establish the asymptotic behavior of generalized solutions with compact support self-similar equations and systems with double nonlinearity;

to develop an algorithm determining the critical exponent for the values of the equation and reaction-diffusion system with double non-linearity to the source or absorption and convective transfer;

to construct a solution of Zeldovich-Barenblatt type of mutual diffusion system with double nonlinearity with a source and convective transfer and prove properties of finite speed of speed of distribution of disturbances and spatial localization;

based on the properties studied nonlinear mathematical models to build an iterative process that lead to the rapid convergence of the iterative process. Develop methods for solving numerical modeling of one or some nonlinear mathematical models of nonlinear influence of external factors and the nonlinearity of the medium (variable density, conductivity of media, the convective transfer, etc.);

develop software and conduct a computational experiment to visually explore nonlinear processes are described by a degenerate parabolic equation systems.

The object of the research work are nonlinear processes, reaction-diffusion systems in one- and two-component media.

The subject of the research work are researching new qualitative properties of nonlinear problems with double nonlinearity taking into account external factors and their influence on the studied nonlinear processes and the construction of the theoretical aspects of the use of models in practice, in particular in the study of the propagation of disturbances in heat transfer problems, liquid filtration and gas diffusion in single and two-component media, biological population described degenerate equations with double nonlinearity systems under the influence of the nonlinear source or absorption, convective transfer, variable density and numerical methods, computational algorithms for computer modeling of the studied processes based on them.

Methoda of research work. On thesis is used avtomodel methods, principles of comparable solutions, the solutions in the evaluation and numerical

methods and computing experiment methods.

Scientific novelty of the research work is as follows:

the properties of finite speed of distribution of the disturbance and spatial localization, proof of the asymptotic behavior of blow-up solutions of reaction-diffusion systems with double nonlinearity and with variable density have been studied;

global solvability of the Cauchy problem for a model reaction-diffusion equation with double non-linearity to the source or absorption have been proven;

the estimates of the solution, and the front and for the class of systems of equations with double nonlinearity parabolic, asymptotic expressions of generalized solutions with compact support for degenerate nonlinear self-similar equations and systems have been produced;

the solution of type Zeldovich-Barenblatt to the mutual diffusion system with double nonlinearity with a source and convective transfer have been found, the properties of finite speed of distribution of disturbances and spatial localization are shown and an algorithm for determining the value of the critical exponent have been developed;

on based of the properties studied nonlinear mathematical models, have been built an iterative process that converges quickly;

nonlinear problem for a system or a degenerate parabolic equation with double non-linearity, take into account external factors and properties of the medium (variable density, medium conductivity, convective transfer, etc.) has numerically solved.

Practical results of the research work are as follows:

on the basis of qualitative studies of the properties of solutions, developed programs that allows the study of nonlinear processes visually, described by the system of nonlinear degenerate parabolic equation;

programs based on these computer experiment performed, allowing to observe the evolution in time of the process, depending on the numerical values of the parameters.

The reliability of the results of the research work. The reliability of the results of the research is justified by evidence and results numerically and confirmed by computational experiment. The numerical analysis of the solutions obtained using estimates of solutions and this is confirmed by the statement of correctness of computer-based methods the self-analysis, reference equations and the methods proposed in the thesis.

Theoretical and practical significance of the study. The scientific significance of the results of the study lies in the fact that in dealing with similar problems can be applied to the properties of blow-up, global existence razreshimosti Cauchy problem for nonlinear mathematical models, as well as the results can be applied in the study of non-linear diffusion problems in one- and two-component media, tasks biological population of Kolmogorov-Fischer combustion theory, filtration and liquid gas in heat transfer problems.

The practical significance of the results obtained in the thesis is that the proposed methods and the program can be used in conducting the computational

experiment for solving nonlinear processes of filtration, heat conductivity, diffusion in a nonlinear medium, groundwater movement.

Implementation of the research results. The results of the dissertation and the methods applied in practice in the following areas:

The estimates for a global solution to reaction-diffusion equation with double non-linearity used in the project DMS-1401316 (certificate of «California State University», October 10, 2016 year) for the construction of a global solution to nonlinear problems. Application of scientific results were in determining the properties of solutions of nonlinear processes with double nonlinearity;

solutions of reaction-diffusion systems with double nonlinearity for the Korteweg-de Vries equation with a source in the project OT- Φ 1-002 «Direct and inverse spectral problem for a quadratic pencil of Sturm-Liouville» used to construct the solutions of nonlinear equations and systems, the determination of their properties (act of Committee for coordination of science and technology Φ TK-03-13/744, November 3, 2016 year). Application of research results enables us to prove the existence of global solutions of the Cauchy problem;

method of nonlinear splitting, sweep method for nonlinear filtering problems, model and solution algorithm used in the project Φ A- Φ 4- Φ 042 «Development and research of hydrodynamic model of an inhomogeneous liquid filtration in a porous medium» used for mathematical modeling of nonlinear processes of constructing their solutions and to study their properties of the (act of Ministry of development of information technologies and communications of the Republic of Uzbekistan, 33-8/6160, November 10, 2016 year). Application of scientific results the ultimate speed of propagation of disturbances, spatial localization allows to solve problems filtering inhomogeneous liquid in a porous medium, including the study of filtration of suspensions with mudding and suffusion.

Approbation of the research results. According to the research, 36 scientific-technical, including 19 international conferences has discussed: «Current state and ways of development of information technologies» (Tashkent, 2008) «Integral Equation-2009» (Kyiv, 2009), «Modern Problems of Gas and Wave Dynamics» (Moscow, 2009), «Computational Technologies and Mathematical Modeling» (Tashkent 2009), «Control and Optimization in Dynamical Systems - cODS-2009» (Tashkent, 2009), «Actual problems of applied mathematics and information Technology - Al Khwarizmi 2009» (Tashkent, 2009), «Limit theorems of probability theory and their applications» (Tashkent, 2011), «Progress in Analysis and its Applications» (London, 2009), «the IV congress of the Turkish World Mathematical Society» (Baku, 2011), «the Vth World congress of Engineering and Technology, WCET-2012» (Almaty, 2012), «Actual problems of mathematical analysis» (Urgench, 2012), «Intelligent systems for industrial automation, WCIS-2012» (Tashkent, 2012), «Recent developments in applied mathematics and information technology - Al-Khwarizmi 2012» (Tashkent, 2012), «Modern problems of differential equations and their applications» (Tashkent, 2013), «Amal math wa Akhborot havfsizligi» (Tashkent, 2014), The Vth Congress of Turkish World Mathematicians (Bishkek, 2014), an international seminar prof. Sugimoto Mitsuru (Nagoya University, Japan, 2013), The

International Congress of Mathematicians (Seoul, 2014), «Recent developments in applied mathematics and information technology - Al-Khwarizmi in 2014» (Tashkent, 2014), «Non-classical equations of physics and their applications» (Tashkent, 2014), «Radio engineering, telecommunications and Information Technologies: problems and future development» (Tashkent, 2015) «Computational and informational technologies in science, engineering and education» (Almaty, 2015).

Publication of the research results. According to the thesis topic published only 36 papers. From the 14 journal articles, including 6 foreign, 8 in national journals recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the publication of basic scientific results of doctoral theses.

The structure and volume of the thesis. Structure of the thesis consists of an introduction, five chapters, conclusion, list of references, applications. The volume of dissertation is 197 pages.

THE MAIN CONTENT OF THE RESEARCH WORK

In the introduction is proved the urgency and a demand of a theme of the dissertation, conformity of research to priority directions of development of a science and technologies of republic is defined, are resulted the review of foreign scientific researches on a theme of the dissertation and degree of a level of scrutiny of a problem, formulated the purpose and problems, the object and an object of research are revealed, scientific novelty and practical results of research are stated, is opened theoretical and practical value of the results received, data on introduction of results of research, works published and are given dissertation structure.

The first chapter of dissertation titled «**Properties of mathematic models which described with double nonlinear equations**» carried out the common view of mathematical models for double nonlinear spoiled parabolic equations and the effectivity of the final speed of distrubuion of wave, spatial localisation of the solutions, asymptotics of the solutions with the compact carrier in case of slow and fast diffusion and has given the conditions of calculations.

In addition, changing the density of the convective movements, nonlinear heat transfer, diffusion, liquid and gas filtration, the movement of underground waters will be the impact of evolutionary processes.

The following problem of Cauchy

$$Au \equiv -\rho_1(|x|)\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left(\rho_2(|x|)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}\nabla u^l \right) = 0, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N, \quad N > 1, \quad (2)$$

represents modelling some processes for double nonlinear equation such as heat conductivity, liquid and gas filtrations, consists of the basis of diffusion processes with double nonlinear coefficient $\rho_2(x)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}\nabla u^l$ and

$\rho_1(|x|)=|x|^q, \rho_2(|x|)=|x|^n$ in volatile density media. (1) equation includes the equations of the following cases, slow diffusion ($k(p-2)+m-1>0$), fast diffusion ($k(p-2)+m-1<0$), p-Laplacian ($m=1, k=l=1$) and in porous media ($p=2, l=1$). If in some filed were $u=0$ or $\nabla u=0$ then, (1) equation will have the voidable property and it will changed into linear equations. In these cases differencils of the fuctions will have interrupts that's why (1) equation may not have solutions in classical maining. In these cases will searched and studied weak (common) solutions for (1) equation.

The first time B. Zeldovich and A. Kampaneyts having considered a problem about an instant source for nonlinear the heat conductivity equation (in (1) $p=2, l=1, \rho_2(x)=\rho_1(x)=1$) have constructed the generalized solution possessing property of *final speed distribution of indignation (FSPD)*: $u(t,x) \equiv 0$, if $|x| \geq l(t)$, here $0 < l(t) \in C(0, \infty)$, that does not take place in a linear case ($p=2, k=1, m=1$).

Property FSPD for problem Cauchy in that specific case when in (1) $k=l=1, \rho_2(x)=\rho_1(x)=1$ and $\rho_2(x)=1$ studied Teddeev A. F and its pupils [2004-2013] which a method excellent, from here offered by us, have received conditions on numerical parametres and when $u_0(x)$ which takes place FSPD and solution destruction for final time (SDFT).

Later in 2014 this problem has considered in in the specific values of numerical parametres by G. Grillo and M. Muratori, the case $k=l=1, p=2$ in L^p – norm and have established the estimations for generalised solution.

On thesis will be found solutions in type of Zeldovich-Barenblatt for following problems the basis on self-similarling approach:

$$u(t,x) = [T+t]^{\frac{-s}{p+(k(p-2)+m+l-2)s}} (a - b\xi^{\gamma})_+^{\gamma_1}, \quad T > 0, \quad (3)$$

$$a > 0, \quad b = (k(p-2) + m + l - 2) \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{p}{p-1}},$$

$$\xi = \frac{\varphi(x)}{[\tau(t)]^{1/p}}, \quad s = p \frac{N-n}{p-n}, \quad n+q < p, \quad n < N.$$

Teorem 1. If in (1) equation has performed these conditions $k(p-2)+m+l-2>0, n < N, p > n$ as well as

$$u(0,x) \leq z(0,x), \quad x \in R^N$$

for the solution of the problem (1) - (2) we have the estimate

$$u(t, x) \leq z(t, x), \text{ in } Q.$$

Theorem 2. If in (1) equation has performed these conditions $k(p-2)+m+l-2>0$, $n<N$, $p>n$ as well as

$$u(0, x) \leq z(0, x), \quad x \in R^N$$

was available then problems will have a property of (SDFT).

According to theorem 1 basis on the solution (3) has allowed to establish property of spatial localisation of the solution of a problem (1), (2) as well at influence of absorption and convective transfer when speed depends on time has shown in dissertation work. In particular, it is proved, that a condition of spatial localisation is

$$(k(p-2)+m+l-2)>0, \quad \int_0^t v(y)dy < \infty, \quad \forall t > 0,$$

where $v(t)$ – speed vector of convective transferring.

We consider the following self-similar problems

$$\xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m-1)} f = 0, \quad (4)$$

$$f(0)=c>0, \quad f(d)=0, \quad d<\infty, \quad f'(0)=0, \quad f(\infty)=0, \quad (5)$$

(4)-(5) are the compact supported solutions

$$0 \leq f(\xi), \quad \xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \in C(0, \infty). \quad (6)$$

And belongs to

$$\xi^{s-1} f^{m-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df^l}{d\xi} + \int_0^\infty \left(\frac{s}{p} + \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m-1)} \right) y^{s-1} f(y) dy = 0 \quad (7)$$

Satisfies integral equality which given above. The first time such kind of common solutions has studied by B.H.Gilding, L.A.Pelletier, they had proved the existence of compact supported solutions of (4)-(5) problem when $s=l=1$.

On thesis will be proved the following theorem for slowly diffusion processes:

Take the following function

$$f_1(\xi) = \left(a - \xi^\gamma \right)_+^{\gamma_1}, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad a = c^{1/\gamma_1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2)+m+l-2}. \quad (8)$$

Theorem 3. Let's $k(p-2)+m+l-2>0$. Then the compactly supported solutions of (4),(5) problem when was $\eta \rightarrow \infty$ ($\xi \rightarrow a^{(p-1)p}$) will be in the

following asymptotical form

$$f(\xi) = c_1 f_1(\xi)(1 + o(1)),$$

here function $f_1(\xi)$ - the function and defined above

$$c_1 = \left\{ \left(\frac{p-1}{p} \right)^p \left[\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m+l-2)} \right]^{p-1} \frac{1}{p} \right\}^{\frac{1}{k(p-2)+m+l-2}}.$$

Consider the function

$$f_2(\xi) = (a + \xi^\gamma)^{\gamma_1}, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2)+m+l-2}.$$

Theorem 4. Let $k(p-2)+m+l-2 < 0$, $p > n$, $s + \frac{p}{k(p-2)+m+l-2} < 0$ (fast diffusion). Then vanishes at infinity the solution of problem (7) has the asymptotic representation at $\xi \rightarrow \infty$

$$f(\xi) = c_2 f_2(\xi)(1 + o(1)),$$

where the constant c_2 is determined from the solution of algebraic equations

$$\left(\frac{k(p-2)+m+l-2}{p-1} \right)^{p-2} c_2^{k(p-2)+m+l-2} - \frac{1}{p} \left(\frac{p-1}{p} \right)^{(p-1)} \frac{(p-1)^2}{p^2(k(p-2)+m+l-2)} + \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m+l-2)} = 0.$$

In paragraph 2, the following problem is considered

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \left(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div}(v(t)u), \quad u(0, x) = q\delta(x), \quad (9)$$

The solution of this problem is given by

$$u(t, x) = t^{-\frac{N}{p+(k(p-2)+m+l-2)N}} \left(a - b_1 \eta^\gamma \right)_+^{\gamma_1}, \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2)+m+l-2}, \quad b_1 = (k(p-2)+m-1) \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{p}{p-1}}.$$

The similar variable is $\eta = \left| x - \int_0^t v(y) dy \right| / [\tau(t)]^{1/p}$.

Theorem 5. Let the conditions $k(p-2)+m+l-2 > 0$, $-\frac{N}{p} + \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m+l-2)} \leq 0$ and $u(0, x) \leq z(0, x)$, $x \in R^N$ where

$z(t, x) = [T + t]^{-\alpha} \left(a - b_1 \eta^\gamma \right)_+^{\gamma_1}$, b_1, γ, γ_1 - defined above numbers. Then the solution $u(t, x)$ of problem (9), (10) and front $x_\phi(t)$ the estimates were valid

$$u(t, x) \leq z(t, x), \text{ in } Q_T, \quad \left| x_\phi(t) - \int_0^t v(y) dy \right| \leq (a / b_1)^{(p-1)/p} [\tau(t)]^{1/p}.$$

If

$$\int_0^t v(y) dy = [\tau(t)]^{1/p} + v_1(t), \quad \forall t > 0 \text{ and } v_1(t) < \infty,$$

then there is a spatial localization solutions.

At the end of the first chapter has given the calculation schedule of Kranic-Nicolson on the basis of suspension algorithm with volatile directions. There, has used how to choose initial iteration of process on numerical modelling, here supported the properties of solutions which has considered on previous chapters. The results of calculations shows that suggested initial iteration will include all the properties of nonlinear mathematical models and shows the effectiveness of suggested method.

In the second chapter called «**The spatial localization and the ultimate speed of propagation of the wave solutions of disturbances in the environment with double nonlinearity**» found the solution in the form of spatially localized thermal waves when exposed to convective transport, the speed of which depends on the time and absorption, as in the case of a single-component, so in the case of two-component medium. It is shown that in these problems the combined effect of volume absorption and convective heat transfer leads to the phenomenon of stopping the temperature wave front. Found depth of wave propagation and evaluation of the propagation velocity of the waves in the problem of biological population Fisher-Kolmogorov-type with double nonlinearity. Properties wave solutions for biological population model type Kolmogorov Fischer described the Cauchy problem

The following

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \left(D_0 u^{m-1} |\nabla u|^k \right) + nu(1 - u^\beta), \quad (11)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R^N, \quad N > 1,$$

Kolmogorov-Fisher-type biological population model for semilinear equation in one dimension such as when $N=1, p=2, m=1, \beta=1$ (11) has studied by Kolmogorov-Petrovskiy-Piskunov. Usually as the wave solution we know

$$u(x, t) = f(\xi), \quad \xi = \sum_{i=1}^N x_i + ct, \quad (12)$$

this kind of solutions of (11) equation, here c-speed of wave. The unknown function $f(\xi)$ will be found by solutions of the following self-similar equation

$$\frac{d}{d\xi} \left(D_0 N f^{m-1} \left| \frac{df}{d\xi} \right|^{p-2} \right) \frac{df}{d\xi} - c \frac{df}{d\xi} + n f (1 - f^\beta) = 0. \quad (13)$$

When $p=2, m=1, \beta=1$ in the case of one dimation has shown the existence of more solutions as the form of wave which subordinated the condition $0 \leq u \leq 1$ and spped of the spread was

$$c \geq c_{\min} = 2\sqrt{nD}.$$

by R. Fisher.

Later Kolmogorov F. N., Petrovskiy I. G. And Piskunov N. S. have proved that having the once solutions of (11) under the general conditons a nd this solution will becoming in the form of (12) with speed $c = c_{\min}$ by (13) self-similar solution.

Furthermore R. Fisher, Kolmogorov A.N., Petrovskiy I. G. And Piskunov N. S.P. has received the following estimations

$$|x(t)| \sim p \left(n k^{p-2} l D_0 \right)^{1/p} t^{2/p} \left[1 + \frac{\left(\ln 2 - \frac{N}{p} \ln(T+t) \right)}{t^{2/p}} \right]^{1/p},$$

$$c(t) = \frac{d|x(t)|}{dt} \cong 2 \left(n D_0 k^{p-2} l \right)^{1/p} t^{2/p-1}.$$

for the case critical –model such as in (1) when $k(p-2) + m + l - 2 = 0$ in large values of time the $x(t)$ –lengs of wave disribution and $c(t) = \frac{d|x(t)|}{dt}$ speed of parturbation.

Hence, in the particular case of the equation $p=2, l=1$ wave propagation velocity for a sufficiently long time, will be equal to $\frac{d|x(t)|}{dt} = c \sim 2\sqrt{nD_0}$ and this, in turn, coincides with the result of the FKPP.

On the secont paragraph has founded in the form of localized thermal waves for reaction-diffusion equation with convective transfer, absorption and the source

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(u^{m-1} \left| \nabla u^k \right|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div} (v(t)u) + \varepsilon \gamma(t) u^\beta, \quad \varepsilon = \pm 1.$$

It is shown that in these problems the combined effect of volume absorption and convective heat transfer leads to a halt of the temperature wave front, if the conditions

$$k(p-2) + m + l - 2 > 0, \quad c\tau(t) - \int_0^t v(y) dy < \infty, \quad \forall t > 0,$$

ie wave solutions of the equation are spatially localized. Further it found that

localization of thermal disturbances can occur even in the absence of convective transport, and absorption, for example, in the case of the conditions

$$k(p-2) + m + l - 2 > 0, \quad \int_0^t b(y)dy < \infty, \quad \forall t > 0,$$

and when the thermal conductivity $b(t)u^{m-1}|\nabla u^k|^{p-2}u^{l-1}$ depends explicitly on time.

It has been shown that the above properties hold also for systems with double nonlinearity of the equations describing the processes of reaction-diffusion, heat conductivity, filtration and other processes, and obtained the asymptotic behavior of self-similar solutions. In particular, for a system

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v^{m_1-1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - l(t) \frac{\partial u}{\partial x} - \gamma_1(t)u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(u^{m_2-1} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - l(t) \frac{\partial v}{\partial x} - \gamma_2(t)v, \end{cases}$$

under the joint influence of the volume of absorption and convective transfer found the condition of the spatial localization of solutions and shows the asymptotic behavior of the finite wave solutions.

Theorem 6. Suppose $p > 2 + [(m_1 - 1)(m_2 - 1)]^{1/2}$. Then the compact carrier solutions of system that given in above will has the following asymptotic when $\xi \rightarrow a_-$

$$f(\xi) = Af_1(\xi)(1 + o(1)), \quad \psi(\xi) = Bf_2(\xi)(1 + o(1)).$$

Here $f_i(\xi) = (a - \xi)_+^{n_i}$, $i = 1, 2$, $(b)_+ = \max(0, b)$, $c\tau(t) - x$, $\tau(t) = \int_0^t v(y)dy$,

$$n_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{n}, \quad n_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{n}, \quad n = (p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1),$$

and constants A , B are the solutions of algebraic equation $(n_1)^{p-1} A^{m_1-1} B^{p-1} = c$, $(n_2)^{p-1} A^{m_2-1} B^{p-1} = c$.

The third chapter of the dissertation titled «**The properties of the mathematical model of the reaction-diffusion processes with double non-linearity to the source or or absorption**» proven global solvability of the Cauchy problem for a degenerate parabolic equation with double non-linearity, with absorption or source and convective transport, the speed of which depends on the time. A new algorithm for finding the critical exponent type Fujita. The results are fairly common, and include a previously known results of other authors in this direction (H.Fujita, A.A.Samarsky, S.P.Kurdyumov, A.P.Mihaylov, V.A.Galakionov, M.Aripov). A condition in which there is a FSPD and spatial localization solutions, such as an estimate for Kershner Knerr-free boundary.

Established the principal term of the asymptotic behavior of self-similar solutions, and proved that the main term of the asymptotic coefficients are found by solving an algebraic equation. A strong proof of which still was not known. On the basis of these facts carried out numerical realization of these problems and the solution is presented in visualized form.

On paragraph 1 we study the following equation, which is the basis for many of the physical processes

$$Au \equiv -\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left(u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) - \operatorname{div}(v(t)u) - \gamma(t)u^\beta = 0, \quad (14)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N.$$

Here $\beta > 0$, n, k, p, m – are numerical parametres which describe the nonlinear media, $\nabla(.) = \operatorname{grad}_x(.)$, $0 < \gamma(t) \in C(0, \infty)$.

Problem (14) describes the process of reaction-diffusion, heat conductivity, polytropic filtration of liquid and gas in a nonlinear medium in the presence of absorption, which is equal to the power $\gamma(t)u^\beta$, the problem of biological populations of type FKPP.

In the domain where $u = 0$ or $\nabla u = 0$ equation (14) is degenerate. Therefore, we study the generalized solutions. Great difficulties in the numerical modeling of the process described by equation (14), due to the fact that the usual numerical schemes are not suitable for the study of degenerate nonlinear problems. Therefore, for the numerical solution of the problem and the rendering process described by equation (14), it is proposed to first examine the qualitative properties of the solutions, such as the global solvability of the ultimate speed of propagation of disturbances, localization solutions, asymptotic behavior of solutions, the behavior of the free boundary, depending on the parameters of the equation of values and basic distribution. This theorem on global solvability. To do this, the following functions are introduced

We have included the following functions,

$$z(t, x) = \bar{u}(t) \bar{f}(\xi), \quad \xi = |x| / [\tau(t)]^{1/p},$$

$$\bar{f}(\xi) = \begin{cases} \left(a - b |\xi|^{(p/(p-1))} \right)_+^{(p-1)/(k(p-2)+m+l-2)}, & \text{если } k(p-2)+m+l-2 > 0, \\ \exp \left(-\frac{1}{lk^{p-2}} \left(\frac{\xi}{p} \right)^p \right), & \text{если } k(p-2)+m+l-2 = 0. \end{cases}$$

Theorem 7. Let condition

$$\gamma(t)\tau(t) \left[\bar{u}(t) \right]^{\beta - (k(p-2)+m+l-1)} \leq \frac{N}{p}, \quad t > 0,$$

and $u_0(x) \leq z(0, x)$, $x \in R^N$. Here the function solution $\bar{u}(t)$ -of the equation

$$\bar{u}_t = -\gamma(t)\bar{u}^\beta(t), \quad \text{a} \quad \tau(t) = \int [\bar{u}(t)]^{\frac{k(p-2)+m+l-2}{\beta-1}} dt.$$

Then the problem (14), for sufficiently small data globally solvable.

From this theorem, with particular values and numeric parameters, follow all previously known theorem on global solvability (H.Fujita, A. Samara, SP Kurdyumov, AP Mikhailov, AF Tedeyev, M. Aripov).

The chapter provides methods for the numerical solution of these problems. For the numerical implementation of mathematical models of reaction-diffusion processes with double non-linearity circuit of Pismen-Rachford was used, which is typical for such tasks

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y_{i,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^k}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+1/2} + \Lambda_2 y^k - v^k \frac{y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1} - v^k \frac{y_{i,j+1}^k - y_{i,j}^k}{h_2} + \\ \quad + \varepsilon \gamma(t_{k+1/2}) (y_{i,j}^{k+1/2})^\beta, \\ \frac{y_{i,j}^{k+1} - y_{i,j}^{k+1/2}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+1/2} + \Lambda_2 y^{k+1} - v^{k+1/2} \frac{y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1} - v^{k+1/2} \frac{y_{i,j+1}^{k+1} - y_{i,j}^{k+1}}{h_2} + \\ \quad + \varepsilon \gamma(t_{k+1}) (y_{i,j}^{k+1})^\beta, \end{array} \right.$$

here

$$\begin{aligned} \Lambda_1 y^{k+1/2} &= \frac{1}{2^{m+1} h_1^2} \left[\left(|x_{i+1,j}| \right)^n \left(y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k \right)^{m-1} |y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k|^{p-2} \left(y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(|x_{i,j}| \right)^n \left(y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k \right)^{m-1} |y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k|^{p-2} \left(y_{i,j}^{k+1/2} - y_{i-1,j}^{k+1/2} \right) \right], \\ \Lambda_2 y^k &= \frac{1}{2^{m+1} h_2^2} \left[\left(|x_{i,j+1}| \right)^n \left(y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k \right)^{m-1} |y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k|^{p-2} \left(y_{i,j+1}^k - y_{i,j}^k \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(|x_{i,j}| \right)^n \left(y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k \right)^{m-1} |y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k|^{p-2} \left(y_{i,j}^k - y_{i,j-1}^k \right) \right], \\ i, j &= 1, 2, \dots, n_\alpha - 1, \quad \alpha = 1, 2. \end{aligned}$$

The initial and boundary conditions are taken as follows

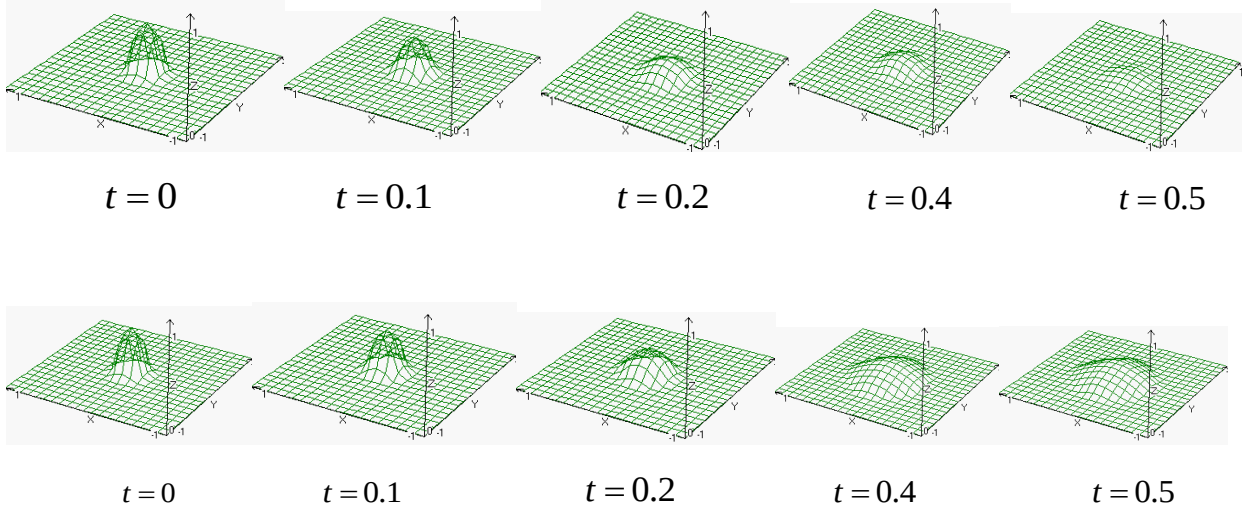
$$\begin{cases} y_{i,j}^0 = u_0(x), & x \in \bar{\omega}_h \\ y_{i,j}^{k+1} = \varphi^{k+1}, & \text{if } j=0 \text{ and } j=n_2 \\ y_{i,j}^{k+1/2} = \bar{\varphi}^{k+1/2}, & \text{if } i=0 \text{ and } i=n_1 \end{cases}$$

Here $\bar{\varphi} = \frac{1}{2}(\varphi^{k+1} + \varphi^k) - \frac{\tau}{4} \Lambda_2 (\varphi^{k+1} - \varphi^k).$

For accuracy iteration requires the following:

$$\max_{\substack{0 \leq i \leq n_1 \\ 0 \leq j \leq n_2}} \left| \bar{y}_{i,j}^{s+1} - \bar{y}_{i,j}^s \right| < \varepsilon.$$

Below are the results of calculations for the $m = 2, p = 2.5, \beta = 0.5, \varepsilon = -1$ and $m = 2, p = 2.5, \beta = 0.8, \varepsilon = +1$:



The fourth chapter of the dissertation titled «**Numerical and asymptotic study of reaction-diffusion systems with double nonlinearity**» conditions are obtained FSPD occurrence of the phenomenon and the spatial localization for degenerate parabolic systems of equations with two non-linearities in the presence of the source and the absorption and variable density in the two-component nonlinear media. On the basis of the self-analysis proved the theorem on global solvability type Fujita. Previously, the semi-linear case, this result was proved by the Escobedo-Herrero.

A method by which established the principal asymptotic term in the case of slow and fast diffusion and proved that the main term of the asymptotic coefficients are obtained by solving a system of algebraic equations

We will consider $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$ density of the violation identified at the system of double nonlinear parabolic equations:

$$\begin{aligned} |x|^n \frac{\partial u}{\partial t} &= \operatorname{div} \left(|x|^k u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u \right) + \gamma(t) |x|^n v^{\beta_1} = 0, \\ |x|^n \frac{\partial v}{\partial t} &= \operatorname{div} \left(|x|^k v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v \right) + \gamma(t) |x|^n u^{\beta_2} = 0, \\ u(0, x) &= u_0(x) \geq 0, v(0, x) = v_0(x) \geq 0, x \in R^N, \end{aligned} \tag{15}$$

here $n, k \in R, m_1, m_2 > 1, \beta_1, \beta_2 \geq 1, p \geq 2$ are given numbers, $\nabla(\cdot) = \operatorname{grad}(\cdot)$, $0 < \gamma(t) \in C(0, +\infty)$.

We introduce the following comparable functions:

$$u_+(t, x) = (T + t)^{\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v_+(t, x) = (T + t)^{\alpha_2} \bar{\psi}(\xi), \quad T \geq 0,$$

where

$$\alpha_i = -\frac{\beta_i + 1}{\beta_i \beta_{3-i} - 1}, \quad \tau(t) = \frac{1}{\lambda_i} (T + t)^{\lambda_i}, \quad \lambda_i = 1 - \alpha_i(m_i + p - 3), \quad i = 1, 2,$$

$$\bar{f}(\xi) = \left(a - \xi^{p/(p-1)}\right)_+^{q_2}, \quad \bar{\psi}(\xi) = \left(a - \xi^{p/(p-1)}\right)_+^{q_1}, \quad a > 0,$$

$$q_1 = \frac{p-1}{m_1 + p - 3}, \quad q_2 = \frac{p-1}{m_2 + p - 3}, \quad (b)_+ = \max(0, b).$$

Theorem 8. (About global solvability of Fijita type) Suppose $k + n < p$, $n < N$, $m_i + p - 3 > 0$, $\beta_i > \frac{p + m_{3-i} - 3}{m_i + p - 3}$, $i = 1, 2$,

$$\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} \gamma(t) \tau(t) \bar{u}^{\beta_1 - (m_1 + p - 2)} < \frac{N}{p - (n + k)}, \quad \frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} \gamma(t) \tau(t) \bar{v}^{\beta_2 - (m_2 + p - 2)} < \frac{N}{p - (n + k)}$$

$$\text{and } u_+(0, x) \geq u_0(x), \quad v_+(0, x) \geq v_0(x), \quad x \in \mathbb{R}^N.$$

Then for enough small $u_0(x)$, $v_0(x)$ values the solution of (15) equation in area Q will has the folling type estimation:

$$u(t, x) \leq A_1 u_+(t, x), \quad v(t, x) \leq A_2 v_+(t, x) \quad \text{B } Q, \quad (16)$$

here $u_+(t, x)$, $v_+(t, x)$ functions have defined above, $A_1 > 0, A_2 > 0$ – are constants.

Note that the estimate (16) follows the property FSPD.

Theorem 9. Let's suppose in (15) was $\gamma(t) = 1$, $m_i + p - 3 > 0$,

$$\beta_i > \frac{p + m_{3-i} - 3}{m_i + p - 3}, \quad i = 1, 2, \quad a_1 \left(\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_2 \beta_1 - q_1} \right) < \frac{N}{p},$$

$$a_2 \left(\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_1 \beta_2 - q_1} \right) < \frac{N}{p - (n + k)}, \quad p > n + k, \quad n < N, \quad a_1 \left(\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_2 \beta_1 - q_1} \right) < \frac{N}{p},$$

$$a_2 \left(\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} + a^{q_1 \beta_2 - q_1} \right) < \frac{N}{p - (n + k)}, \quad u_+(0, x) \geq u_0(x), \quad v_+(0, x) \geq v_0(x), \quad x \in \mathbb{R}^N.$$

Then for weak solutions of system (15) in Q area and for enoght small $u_0(x)$, $v_0(x)$ the following estimations are true:

$$u(t, x) \leq A_3 u_+(t, x), \quad v(t, x) \leq A_4 v_+(t, x) \quad \text{B } Q, \quad (17)$$

here $u_+(t, x)$, $v_+(t, x)$ are previously defined functions, constants

$A_3 > 0, A_4 > 0$ depending on the numerical parameters of the system (15).

From Teorem 9 we will obtain the following values for critical exponets in Fijita type for system (15)

$$\frac{\beta_i + 1}{\beta_i \beta_{3-i} - 1} = \frac{N}{p + (p + m_i - 3)N}, \quad i = 1, 2.$$

This result will give teorem of Escobedo-Ferrero in the particular case $p + m_i - 3, i = 1, 2. m_i + p - 3 = 0, i = 1, 2$ this special case is called like (resonans case). In this case system (15) doesn't reprecent the effects of FSPD and it will has another characteristics.

Teorem 10. Let $k + n < p, m_i + p - 3 = 0, n < N, i = 1, 2$, and $\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} < \frac{N}{p - (k + n)}, \frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1} < \frac{N}{p - (k + n)}$. Then for $u_0(x), v_0(x)$ - enough small values in Q area the solution of system equations (15) will had the following estimations:

$$u(t, x) \leq (T + t)^{\frac{\beta_1 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1}} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) \leq (T + t)^{\frac{\beta_2 + 1}{\beta_1 \beta_2 - 1}} \bar{f}(\xi),$$

$$\bar{f}(\xi) = \bar{\psi}(\xi) = \exp\left(-(\xi / p)^p\right),$$

$$\xi = \frac{\varphi(|x|)}{(T + t)^{1/p}}, \quad \varphi(|x|) = \frac{p}{p - (k + n)} |x|^{(p - (k + n))/p}.$$

In the particular case of $n = k = 0, p = 2, p + m_i - 3 = 0, i = 1, 2$, Teorem 10 contains the result of Escobedo-Ferrero.

The fifth chapter of the dissertation titled «**The finite speed of propagation of disturbances and localization solutions mutual reaction-diffusion systems (cross diffusion)**» investigarted cross parabolic systems with double nonlinearity, with variable density, convective transport following the qualitative properties of the solutions set: the existence of a global solution, the critical Fujita exponent type, edge behavior, the finite speed of propagation of disturbances (FSPD), the asymptotic behavior of solutions with compact support, the behavior of the free boundary and vanishing at infinity of solutions of the self system, depending on the value of numerical parameters. Solved the main problem - the choice of the initial approximation for the iterative process. It is shown that the rapid convergence of the iterative process in numerical experiments.

Now consider the following mathematical model of the system of mutual reaction-diffusion described by the following system of parabolic equations of degenerate type

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho_1(x)u)}{\partial t} &= \operatorname{div}\left(\rho_2(x)v^{m_1-1}|\nabla u|^{p-2}\nabla u\right) + \operatorname{div}(v(t)u) + \rho_3(x)u^{\beta_1}, \\ \frac{\partial(\rho_1(x)v)}{\partial t} &= \operatorname{div}\left(\rho_2(x)u^{m_2-1}|\nabla v|^{p-2}\nabla v\right) + \operatorname{div}(v(t)u) + \rho_3(x)v^{\beta_2},\end{aligned}\quad (18)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, v(0, x) = v_0(x) \geq 0, x \in R^N.$$

On this chapter will be found the solutions of Zeldovich-Barenblatt type for the system (18):

$$u(t, x) = A(T+t)^{-\alpha_1} \bar{f}(\xi), \quad v(t, x) = B(T+t)^{-\alpha_2} \bar{v}(\xi), \quad \xi = \frac{|x|}{[\tau(t)]^{1/p}}, \quad T > 0, \quad (19)$$

$$\text{where } \tau(t) = \frac{(T+t)^{p_1}}{p_1}, \quad p_1 = 1 - (m_1-1)\alpha_2 - (p-2)\alpha_1 > 0,$$

$$\bar{f}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{q_1}, \quad \bar{v}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{q_2}, \quad a > 0, \quad \gamma = \frac{p}{p-1}, \quad (c)_+ = \max(0, c),$$

$$q_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{q}, \quad q_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{q}, \quad q = (p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1).$$

The numbers

$$\alpha_1 = \frac{n_2 N}{n_1 n_3 + n_2(m_2-1)N}, \quad \alpha_2 = \frac{n_1 N}{n_1 n_3 + n_2(m_2-1)N},$$

$$n_1 = k(p-2) + (m_1-1), \quad n_2 = k(p-2) + (m_2-1), \quad n_3 = (p+k(p-2))N$$

are the solution of the algebraic system

$$\frac{\alpha_1}{1 - (m_1-1)\alpha_2 - (p-2)\alpha_1} = \frac{N}{p}, \quad (m_1-1)\alpha_2 - (p-2)\alpha_1 = (m_2-1)\alpha_1 - (p-2)\alpha_2$$

and constants are determined from the system solutions

$$(\gamma\gamma_1)^{p-1} A^{k(p-2)} B^{m_1-1} = \frac{1}{p}, \quad (\gamma\gamma_2)^{p-1} A^{m_1-1} B^{k(p-2)} = \frac{1}{p},$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_1 = \frac{p-1}{k(p-2) + m_1 + l - 2}, \quad \gamma_2 = \frac{p-1}{k(p-2) + m_2 + l - 2}.$$

Solution (19) has been FSPD property and it can be used at an establishment of global resolvability and nonsolvability not only problem Cauchy but also for other problems with nonlinear boundary conditions, too.

In chapter V also studied the asymptotic behavior of solutions of self-similar system

$$\begin{cases} \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{N-1} \psi^{m_1-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + l_1 f = 0, \\ \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{N-1} f^{m_2-1} \left| \frac{d\psi^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{d\psi}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{d\psi}{d\xi} + l_2 \psi = 0, \end{cases} \quad (20)$$

where $l_1 = \frac{\alpha_1}{1 - (m_1 - 1)\alpha_2 - k(p-2)\alpha_1}$, $l_2 = \frac{\alpha_2}{1 - (m_2 - 1)\alpha_1 - k(p-2)\alpha_2}$,
with boundary conditions

$$\begin{aligned} f'(0) = 0, \quad f(\infty) = 0, \quad \psi'(0) = 0, \quad \psi(\infty) = 0, \\ f(0) = c_1 > 0, \quad f(d) = 0, \quad \psi(0) = c_2 > 0, \quad \psi(d) = 0, \quad d < \infty. \end{aligned} \quad (21)$$

Let

$$\bar{f}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{\gamma_1}, \quad \bar{\psi}(\xi) = (a - \xi^\gamma)_+^{\gamma_2}, \quad \xi = \frac{|x|}{(T+t)^{1/p}},$$

$$\gamma = \frac{p}{p-1}, \quad \gamma_i = \frac{(p-1)[p - (m_i + 1)]}{q}, \quad i = 1, 2,$$

$$q = [k(p-2) + l - 1]^2 - (m_1 - 1)(m_2 - 1).$$

Theorem 11. Let $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$. Then for the weak solution of (20), (21) problems the following estimations are true:

$$u(t, x) \leq u_+(t, x) = (T+t)^{-\alpha_1} \bar{f}(\xi),$$

$$v(t, x) \leq v_+(t, x) = (T+t)^{-\alpha_2} \bar{\psi}(\xi), \quad \xi = \frac{|x|}{[\tau(t)]^{1/p}},$$

here $\bar{f}(\xi)$, $\bar{\psi}(\xi)$ functions has defined above .

From theorem 11 will be found that solutions will had FSPD.

Theorem 12. Let $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$. Then as $\eta \rightarrow \infty$ ($\eta = -\ln(-\xi^{p/(p-1)})$ a weak solution of (20), (21) will have the following asymptotic

$$f(\xi) = A_1 \bar{f}(\xi)(1 + o(1)), \quad \psi(\xi) = A_2 \bar{\psi}(\xi)(1 + o(1)),$$

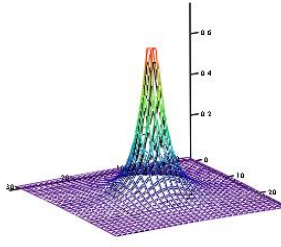
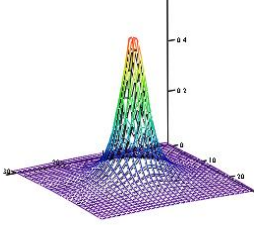
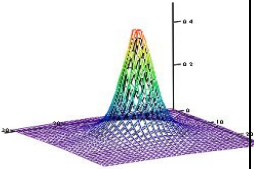
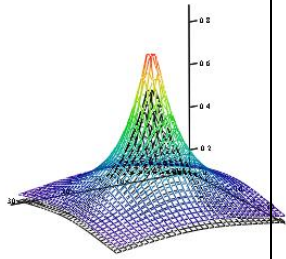
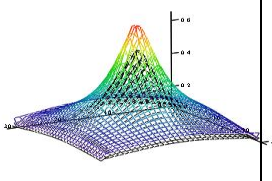
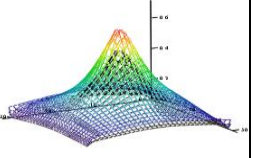
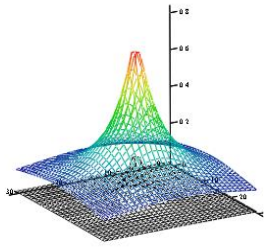
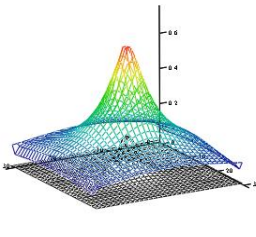
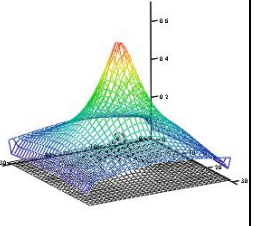
here $A_i > 0$, $i = 1, 2$, are the solutions of the following algebraic equations:

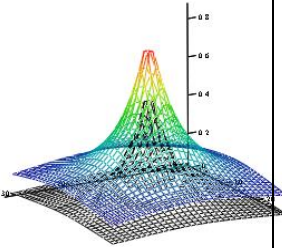
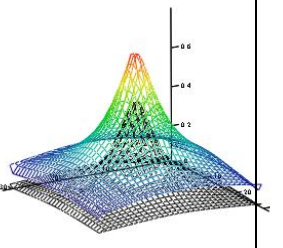
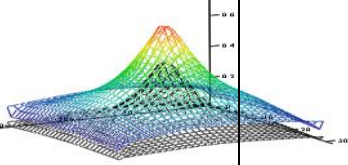
$$A_1^{p-2} A_2^{m_1-1} = b_1, \quad b_1 = \frac{1}{p(\gamma_1)^{p-1}}, \quad A_1^{m_2-1} A_2^{p-2} = b_2, \quad b_2 = \frac{1}{p(\gamma_2)^{p-1}},$$

ie.

$$A_1 = [b_1 A_2^{-(m_1-1)}]^{1/(p-2)}, \quad A_2 = [b_1 b_2^{-(m_2-1)/(p-2)}]^{1/((p-2)^2 - ((m_1-1)(m_2-1))}.$$

In the numerical solution of the problem can be approximated by the equation on the grid using the unimplicit scheme of variables directions (the multidimensional case) in conjunction with the balance method. Iterative processes were built on the basis of the method of Picard, Newton, and a special method. The results of computational experiments shows that all of these iterative methods are effective for solving nonlinear problems and leads to nonlinear effects, if we use as an initial approximation of the solution self-similar solutions constructed by the method of nonlinear splitting and standard equations. Below are the results of calculations for different values of the parameters:

Parameter values	$t = 1$	$t = 20$	$t = 40$
$m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.2$, $p = 3.8$ $eps = 10^{-3}$, $k=1$ $\gamma_1 = 2.8 > 0$, $\gamma_2 = 2.8 > 0$			
$m_1 = 1.4$, $m_2 = 1.4$, $p = 3$ $k=1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 1.429 > 0$, $\gamma_2 = 1.429 > 0$			
$m_1 = 0.4$, $m_2 = 1.4$, $p = 3$ $k=1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 2,581 > 0$, $\gamma_2 = 0,968 > 0$			

Parameter values	$t = 1$	$t = 20$	$t = 40$
$m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.7$, $p = 3$ $k=1$, $eps = 10^{-3}$ $\gamma_1 = 4,737 > 0$, $\gamma_2 = 3,421 > 0$			

CONCLUSION

On the topic of the doctoral thesis «Mathematical modeling of reaction-diffusion systems with double nonlinearity» presented the following conclusions:

1. In solving problems of nonlinear models of reaction-diffusion, filtering, heat conductivity, as in homogeneous and in heterogeneous environments, based on the theoretical study by the self-analysis and the comparison principle, the analysis of the use of computational algorithms and software complexes isolated original properties and defined the further development of research.

2. The proposed methods are used to study the properties of FSPD and localization solutions of nonlinear reaction-diffusion model with double nonlinearity for variable density environments by construction solutions of type Zeldovich-Barenblatt.

3. It is shown that the property FSPD and localization are shown in moving nonlinear medium whose velocity depends on time.

4. For non-linear reaction-diffusion model in absorbing media or source found occurrence of localized wave structure.

5. Established property FSPD and spatial localization of a mathematical model of reaction-diffusion systems with double nonlinearity and with variable density.

6. It has been shown that there is a blow up property for the solutions of a system of self-reaction-diffusion equations with double nonlinearity.

7. Built asymptotic behavior of generalized solutions with compact support and vanishing at infinity of solutions of self-similar equations or systems with double nonlinearity.

8. It is proved the global solvability of such problems for reaction-diffusion systems with double nonlinearity with the source or absorption.

9. At the critical exponent for the preparation of reaction-diffusion systems with double nonlinearity with the source or absorption and convective transfer use a universal algorithm.

10. A solution of type Zeldovich-Barenblatt for nonlinear systems with cross

property FSPD and spatial localization solutions.

11. The developed programs allows you to carry out computer simulations to study on the basis of the qualitative properties of nonlinear mathematical models of reaction-diffusion systems.

12. The developed computational schemes, algorithms and programm for solving a system of parabolic equations with double nonlinearity provide high performance in the study of the theory and process of numerical solution of such problems.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙЎАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (Часть I; Part I)

1. Садуллаева Ш.А. Асимптотическая решения задачи Коши для одного нелинейного уравнения параболического типа при критическом значении параметра // «Вычислительные технологии», 2004, том 9, С. 363-368, (01.00.00; СНГ №18).

2. Садуллаева Ш.А. О свойствах одной нелинейной модели биологической популяции типа Колмогорова-Фишера // Вестник НУУз №3, 2010, С. 173-176 (01.00.00; №8).

3. Арипов М., Садуллаева Ш.А. О глобальной разрешимости задачи Коши для уравнения реакции диффузии с двойной нелинейностью // Доклады академии наук Республики Узбекистан, № 4, 2012, С. 9-11 (01.00.00; №7).

4. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. To Properties of Solutions to Reaction-diffusion Equation with Double Nonlinearity with Distributed Parameters // Journal Sib. Fed. Univ. Math. Phys., Volume 6(2), 2013, p. 157–167, (01.00.00; №59).

5. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. Qualitative properties of solutions of a doubly nonlinear reaction-diffusion system with a source // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2015, 3, С. 1090-1099, (01.00.00; USA №6).

6. Sadullaeva Sh.A., Pardava G. Numerical investigation one system reaction-diffusion with double nonlinearity // «Вычислительные технологии», 2015, том 20, часть III, С. 58-63, (01.00.00; СНГ №18).

7. Садуллаева Ш.А. О некоторых свойствах решений системы реакции-диффузии с двойной нелинейностью с переменной плотностью и источником // Вестник НУУз, 2015, №1, С. 82-87 (01.00.00; №8).

8. Aripov M., Sadullaeva Sh.A., An asymptotic analysis of a self-similar solution for the double nonlinear reaction-diffusion system // J. Nanosystems: physics, chemistry, mathematics, 2015, 6 (6), С. p. 793-802, (01.00.00; СНГ №5).

9. Садуллаева Ш.А. О неограниченных решениях одного параболического уравнения с двумя нелинейностями // Ўзбекистон математика журналы, 2015, №3, С. 121-128 (01.00.00; №6).

10. Sadullaeva Sh.A. Numerical Investigation of Solutions to A Reaction-Diffusion System with Variable Density // Journal Sib. Fed. Univ. Math. Phys., Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2016, V. 9(1), С. 90-101, (01.00.00; №59).

11. Арипов М., Садуллаева Ш. Исследованию свойств нелинейной системы диффузионного уравнения с неоднородной плотностью и источником // Доклады Академии наук Республики Узбекистан, 2015, № 6, С. 8-11 (01.00.00; №7).

12. Садуллаева Ш.А. Эффект конечной скорости распространения возмущения для модели кросс диффузии // Ўзбекистон математика журналы, 2016, №1, С. 116-122 (01.00.00; №6).

13. Садуллаева Ш.А. Решение типа Зельдовича-Баренблатта одной системы реакции-диффузии с двойной нелинейностью с переменной плотностью // Вестник НУУз, 2016, №2/2, С. 134-142 (01.00.00; №8).

14. Арипов М., Садуллаева Ш. Эффекты конечной скорости распространения возмущения для кросс диффузии // Доклады Академии наук Республики Узбекистан, 2016, №4, С. 12-14 (01.00.00; №7).

II бўлим (Часть II; Part II)

15. Aripov M., Khaydarov A., Sadullaeva Sh.A. Numerical modeling of some processes in a nonlinear moving media // «Илм сарчашмалари», 2007, №1, 20-26.

16. Арипов М., Юсупалиева Б., Нарманов О., Садуллаева Ш.А. К свойствам решений задачи реакции-диффузии типа Колмогорова-Фишера с конвективным переносом // Совместный выпуск. Узбекского журнала «Проблемы информатики и энергетики» и сборника научных трудов «Вопросы вычислительной и прикладной математики», 2008, 51-55.

17. Садуллаева Ш.А. Численное моделирование одной системы взаимной реакции диффузии с поглощением и конвективным переносом // Вестник Каз НУ № 4(67), 2010, 164-169.(ISSN 1563-0285)

18. Садуллаева Ш.А. О свойствах одной нелинейной модели задачи биологической популяции типа Колмогорова-Фишера // Труды международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль Хорезми 2009», Ташкент, 18-21 сентября, 2009, 278-280.

19. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. To Numerical Modeling of the Mutual Reaction Diffusion Type // Интегральные уравнения-2009, 26-29 января, Киев, стр 40-41.

20. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. Decomposition algorithm and nonlinear many componential problems // Тезисы Международной конференции, «Современные проблемы газовой и волновой динамики», Москва, 21-23 апреля, 2009, стр. 15.

21. Арипов М., Садуллаева Ш.А. К асимптотике решения и свободной границы для одного параболического уравнения с двумя нелинейностью в критическом случае // Материалы республиканской научной конференции, «Вычислительные технологии и математическое моделирование», Ташкент, 27-30 апреля, 2009, 35.

22. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. On solutions of the non-divergent type parabolic equation with double nonlinearity // Abstracts of International Conference «Control and Optimization of Dinamical Systems – CODS-2009», Tashkent, September 28-30, 2009, p. 19.

23. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. To solutions of the one non-divergent type parabolic equation with double nonlinearity // E-Proceedings of the 7th International ISAAC Congress «Progress in Analysis and its Applications», London, 2009, 592-596.

24. Садуллаева Ш.А. О свойствах одной системы взаимной реакции-диффузии с двойной нелинейностью // Материалы VI – Ферганской конференции «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения», Ташкент, 2011, 243-246.

25. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. To properties of the nonlinear diffusion-reaction system with inhomogeneous density // The IV congress of the Turkic World Mathematical Society, 1-3 July 2011, Baku, p. 167.

26. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. To properties of nonlinear mathematical models described by the double nonlinear parabolic equations // Collection of thesis of the V Th World Congress of Engineering and Technology-WCET-2012 «Science and Technology: step to future», 1-2 June 2012, Almaty, p.261.

27. Садуллаева Ш.А. Численное моделирование одной системы взаимной реакции диффузии с поглощением и конвективным переносом // Материалы международной научной конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль-Хорезми 2012», Ташкент, 19 - 22 декабря, 2012 г, Том I, 235-239.

28. Арипов М., Садуллаева Ш.А. К исследованию свойств решений системы реакции диффузии с двойной нелинейностью // Материалы Республиканской научной конференции «Актуальные проблемы математического анализа», I часть, 9-10 ноября, 2012, Ургенч, 46-47.

29. Sadullaeva Sh.A. To numerical investigation of solutions of the one reaction diffusion system with a double nonlinearity // Седьмая всемирная конференция «Интеллектуальные системы для индустриальной Автоматизации» WCIS – 2012, 25-27 Ноябрь, 238-242.

30. Арипов М., Садуллаева Ш.А. К исследованию неограниченных решений задачи реакции диффузии с двойной нелинейностью // «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». межд. конф. г. Ташкент, 21- 23 ноября, 2013, 91-93.

31. Арипов М., Садуллаева Ш.А. О волновых решениях задачи теплопроводности с двойной нелинейностью // «Амалий математика ва ахборот хавфсизлиги» республика илмий-техника конференцияси материаллари, 2014, 28-30 апрель, 85-89.

32. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. To investigation of solutions of double nonlinear degenerate parabolic system with variable coefficients // Abstracts of the V Congress of Turkic World Mathematicians, Bishkek, June 5-7, 2014, p.163.

33. Aripov M., Sadullaeva Sh.A. To the numerical and asymptotical investigation of the reaction-diffusion system // International Congress of Mathematicians, august 13-21, 2014, Seol, Korea, p-369.

34. Садуллаева Ш.А. К локализации волновых решений одной системы взаимной реакции-диффузии с конвективным переносом и поглощением //

Труды IV-Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль-Хорезми 2014», Ташкент, 15 – 17 сентября 2014, 137-139.

35. Sadullaeva Sh.A. To numerical investigation of system of biological population // «Неклассические уравнения и физики и их приложения», 23-25 октября, 2014, 294.

36. Sadullaeva Sh.A., Pardaeva G.A. Numerical investigation of system reaction-diffusion with double nonlinearity // «Радиотехника, телекоммуникация ва ахборот технологиялари: муаммолари ва келажак ривожини» халқаро илмий техник конференция, 1 том, 21-22 май, 2014, 90-93.

Автореферат «ТАТУ хабарлари» журнали таҳририятида таҳрирдан
ўтказилди. (26.10.2016 йил)

Босишга рухсат этилди: 14.11.2016 йил
Бичими 60x45 $\frac{1}{16}$, «Times New Roman»
гарнитурда рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табағи 5. Адади: 100. Буюртма: № ____.

Ўзбекистон Республикаси ИИВ Академияси,
100197, Тошкент, Интизор кўчаси, 68

«АКАДЕМИЯ НОШИРЛИК МАРКАЗИ» ДУК