O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

UDK.519.21

Qo'lyozma xuquqi

SOBITOV RAVSHAN ABDURAIMXONOVISHNING

ZAXIRADAGI TIKLANUVCHI ELEMENTLAR UCHUN TAKRORLANUVCI SISTEMADA LIMIT TEOREMALAR

5A130102-Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika

Magistr

akademik darajasini olish uchun

DISSERTATSIYASI

Ilmiy rahbar: F-m.f.n.dotsent. **A.Mashrabbaev**

Namangan – 2014

MUNDARIJA

KIRISH

I-Bob.

1 – §. Ehtimollar nazariyasi elementlari……………………………….........15

2 – §. Ishonchlilik nazariyasida tadbiq etilgan asosiy taqsimotlar……......25

3 - §. Extimollikning xarakteristikalari……………………………….......30

II-Bob.

1 – §. Ehtimollar nazariyasining limit teoremalari …….........................35

2 – §. Ishonchlilik nazariyasida tiklanuvchi element tushunchasi va Limit teoremalar ……...40

3 - §. Ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasidagi tug’ulish va o’lish jarayoni...........………………………………………….............................47

III-Bob.

1 – §. Kritikkacha bo’lgan Galton-Vatson tarmoqlanish jarayoni uchun Berriy-Essen tengsizligi...53

2 – §. I-sxemali immigratsiyali tarmoqlanish jarayoni uchun limit teorema 2...56

3 - §. Ishlab chiqarish modeli uchun masala..57

Xulosa va 62

Foydalanilgan adabiyo...63

Internet ma’lumotlari..65

ANNOTATSIYA

Ushbu magistrlik dissertatsiyasi “Zaxiradagi tiklanuvchi elementlar uchun takrorlanuvci sistemada limit teoremalar” deb nomlangan va ehtimallar nazariyasining bozor iqtisodiyotiga taqbiqidir.

Dissetatsiya sahifada bayon etilgan bo’lib,Kirish va III bobdan iborat.Kirish qismida tanlangan mavzuning dolzarbligi,ahamiyati, yo’nalishning o’rganganlik darajasi,shu yo’nalishda ish olib borogan olimlar va erishilgan natijalar haqida umumiy ma’lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning 1-bobi Ehtimollar nazariyasi elementlari, Ishonchlilik nazariyasida tadbiq etilgan asosiy taqsimotlar. Extimollikning xarakteristikalari.

deb nomlangan va unda ishonchlilik nazariyasi va ehtimollar nazariyasi orasidagi munosabat berilgan .

Dissertatsiyani 2-bobi Ishonchlilik nazariyasida tiklanuvchi element tushunchasi, Tiklanuvchi sistema haqida asosiy tushunchalar, Limit teoremalar kabi bo’limlar bor. Bu bobda dissertatsiyaning asosiy qismi berilgan unda birikmagan,bog’liqsiz ikki juft hamda uch juft hususiyatlarni genlarni avlodlarga o’tish ehtimoli keltirilgan.

Dissertatsiyaning 3-bobi “Zaxiradagi tiklanuvchi elementlar uchun takrorlanuvci sistemada limit teoremalar ”deb nomlangan dissertatsiya ishida olingan asosiy natijalar keltirilgan.

A B S T R A C T

This master's thesis is named "Limit theorems in repeating system for reserved elements with restoring" and using theory of chances in market economy.

The thesis is created on 64 pages. Thesis contains introduction, main part (three chapters), conclusion, used literature and informations from internet. Introduction is brought significant of the subject, subjects of the inquire, aim of the inquire, methods of inquire, the results achieved and their novelty, degree of embed and economic effectivity, shphere of usage, scientists who researched to this subject and general informations about gotten results.

In the first chapter of this thesis illuminated main notions of theory of chances, distribution in theory of reliability and features of probability

The second chapter of this thesis is contains three parts: restoring element in theory of reliability, main notions about restoring systems and limit theorems. In this chapter also given probability of the transition properties non united, independent two vapour(pair)s and three vapour(pair)s gene to descendant.

In the third chapter of thesis illuminated gotten results and their analysis.

In the end of the main part. Competitor gave own conclusions and invitations

In the part "Appendix", competitor brought informations from internet and his own scientific works on subject.

K I R I S H

Ma'lumki, O‘zbekiston Respublikasi mustaqillikka erishgan kunlardan boshlaboq Respublikamiz Prezidenti Islom Abdug’aniyevich Karimov mamlakatimzdagi kadrlar tayyorlash masalasiga asosiy e'tiborni qaratib kelmoqda. Xususan, 1997 yilning 29 avgustida O‘zbekiston Respublikasi Oliy majlisining 9 sessiyasida ta'lim to‘g‘risidagi qonunga asoslangan “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” qabul qilindi. Bu dastur uch bosqichdan iborat:

1-bosqich: 1997-2001 yillar. Bunda kadrlar tayyorlash milliy dasturining amalga oshirish uchun zarur shart sharoitlar yaratish.

2-bosqich: 2001-2005 yillar. Bunda xuquqiy me'yoriy xujjatlar asosida barkamol avlodni Davlat ta'limi standartiga javob beradigan qilib tayyorlash maqsad qilib qo‘yilgan.

3-bosqich: 2005 yil va undan keyingi yillar. Bunda davr talabiga mos bo‘lgan barkamol avlodni jamiyatimizning rivojlanishi darajasida tarbiyalab voyaga yetkazish maqsad qilib qo‘yilgan.

Xozirgi paytda Respublikamizda “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”da nazarda tutilgan barcha rejalar muvaffaqyat bilan amalga oshirildi va davom ettirilmoqda.

Tabiiyki, bu maqsadlarni yuqori saviyada amalga oshirish uchun oliygohlar, kollej va litseylarning bitiruvchilari har tomonlama yetuk kadrlar bo‘lib yetishmog‘i – zamon talabidir. Oliygohlarda magistrlar tayyorlashni yuqori saviyada tashkil etish ham shu programmaning bir qismidir.

Muxtaram Prezidentimiz I.A.Karimov, muntazam ravishda yosh avlodning bilimli, barkamol bo‘lib yetishishi va mustaqil O‘zbekistonimizning fidoyi kadrlari bo‘lmog‘i uchun sharoitlar yaratib bermoqdalar, o‘zlarining har bir nutqlarida yoshlarning ta'lim tarbiyasi, bilim saviyasi, dunyoqarashini shakllantirish kabi dolzarb muammolarga alohida e'tibor qaratmoqdalar. Biz quyida Prezidentimiz I.A.Karimovning turli paytlarda so‘zlagan nutqlaridan iqtiboslar keltiramiz.

O‘zbekiston mustaqillikka erishgach butun ta’lim tizimini tubdan isloh qilish rejalari ishlab chiqildi, bunda asosiy e'tibor Respublika uchun ilmiy kadrlar tayyorlashni kengaytirishga qaratilgandir. Bu haqda Prezidentimiz I.A.Karimovning quyidagi fikrlarini keltirish joizdair:

“Yoshlarni zamonaviy fan – tehnikaning, umuman ilm – fanning yutuqlaridan bahramand qilmasdan turib, ularga yuqori malakali mutaxassislar bo‘lib yetishishga sharoit tug‘dirmay turib, biz respublikamiz xalq xo‘jaligini, sanoat ishlab chiqarish sohalarini tubdan o‘zgartira olmaymiz, buni har doim yodda tutish kerak. Chunki ishsizlik, maosh kamligi, mutaxassislar yetishmasligi va boshqa ko‘p yetishmovchiliklar ana shundan deb o‘ylayman. ...Demak, xalq saylab qo‘ygan deputatlarning birinchi navbatdagi vazifalaridan biri – yoshlarimiz tarbiyasi. Milliy siyosatni, harakat dasturini ishlab chiqish masalasidir.”

Yoshlarni ilm – fanga qiziqtirish, respublikamiz hayotidagi dolzarb masalalarni hal etishga tayyorlab borish zarurdir.

“Ayniqsa, o‘sib kelayotgan avlod taqdiriga hyech kim befarq qaray olmaydi. Bunda oliy o‘quv yurtlarining ahamiyati kattadir. Yoshlarni qay usulda o‘qitish, ularni tarbiyalash, mustaqil mamlakatning yetuk mutaxassislari bo‘lishiga qayg‘urish har birimizning muqaddas burchimizdir. Bunda oliy va o‘rta maxsus ta'lim tizimi saviyasini jahon andozalari darajasiga yetkazish, xalq xo‘jaligida kadrlarga bo‘lgan talab va ehtiyojlarni ilmiy tahlil asosida aniqlash, xorijiy mamlakatlar tajribasidan oqilona foydalanish shu kunning dolzarb vazifalaridandir...” – deb ta'kidlagan muxtaram Prezidentimiz I.A.Karimov. ([2]. “Ilm – ziyo salohiyati – yurt boyligi” nutqidan. “Ma'rifat” gazetasi. 1993 yil, 21 iyul).

Kasb – hunar kollejlari, litsey talabalari, oliy o‘quv yurtini tamomlayotgan har bir yosh mutaxassisni o‘z kasbining bilimdoni va jonkuyar qilib tayyorlash shu kunning eng birinchi talabidir. Bu o‘rinda Prezidentimiz I.A.Karimovning ushbu so‘zlarini keltirish joizdir:

“Hukumatimiz fan, ma'rifat va madaniyat sohasiga jiddiy e'tibor bilan qaramoqda. O‘tish davrining eng qiyin va murakkab paytida ham davlat maorifni takomillashtirish, bilimli va har tomonlama barkamol avlodni voyaga yetkazish uchun hech narsani ayamayapti.

Axir, o‘ylab ko‘raylik, birodarlar, biz bugun ne – ne mashaqqatlar bilan qurayotgan davlatimiz, mustaqil va har jihatdan mustahkam mamlakatimiz ertaga kimning qo‘lida qoladi?

Bugungi katta islohotlar evaziga qo‘lga kiritayotgan yutuqlarimizni ertaga farzandlarimiz davom ettirishga qodir bo‘ladimi – yo‘qmi?...

Islohotning taqdiri, uning qay darajada amalga oshirish, birinchi navbatda kadrlarning malakasiga, ularning o‘z ishlarini qay darajada o‘zlashtirib olganligiga, yurtparvarligi va fidoiyligiga bog‘liq”. (I.A.Karimovning xalq dasturlari Samarqand viloyati kengashi sessiyasida so‘zlagan nutqidan, “Ma'rifat” gazetasi. 1995 yil 29 noyabr).

Oliygohni bitirayotgan talabalarimiz o‘zlari egalagan mutahassislik bo‘yicha malakali mutaxassis bo‘lishlari, ilm – fanning, xalq xo‘jaligining turli jabxalaridagi o‘rnini anglab olgan bo‘lishlari kerak. Bu o‘rinda I.A.Karimovning ushbu so‘zlarini keltirish joizdir:

“Zero, ilmu tafakkur odamlar qalbiga nur, ongiga ziyo, xonadoniga fayz – baraka keltiradigan buyuk mo‘jizadir. Ana shu nuqtai nazardan qaraganda, barkamol tashkilotchi va zukko kadrlarni tayyorlash ishiga alohida ahamiyat berishimiz kerak. Binobirin, savodli xalq va ilmli rahbarlar bilan ishlash ham oson, ham zavqli...” (I.A.Karimov. “Istiqlol imkoniyatlaridan oqilona foydalanaylik”, xalq deputatlari Qashqadaryo viloyati kengashi sessiyasida so‘zlangan nutq. “Ma'rifat” gazetasi. 1995 yil, 6 dekabr).

Oliygohlardagi ta'lim va tarbiya jarayonini shunday tashkil etish lozimki, yosh kadrlar mustaqil ravishda ish yurita oladigan, o‘z fikriga ega bo‘lishi, o‘zi egallagan mutaxassislik bo‘yicha olgan diplomlarni oqlashlari lozim.

“Universitet diplomi darajasi va obro‘sini oshirish zarur. Buning uchun o‘quv muassasalari moddiy bazasini mustahkamlash, ularni

zamonaviy o‘quv va kompyuter texnikasi bilan jihozlash, zarur o‘quv adabiyotlar bilan ta'minlash, o‘quv dasturining turli shakllarini kengaytirish, o‘qituvchilarning mehnatga rag‘batini kuchaytirish kerak” – deb ta'kidlaydi Prezidentimiz I.A.Karimov. (“Islohotlar izchilligi – inson mafaatlari omili”, “Ma'rifat” gazetasi. 1997 yil, 1 mart).

Oliygohda talabalarga bilim berish jarayonida zamonaviy ilm – fan yutuqlariga katta e'tibor berish bilan birga o‘tmishdagi tarixiy merosimizni yaxshi o‘rganishimiz va buyuk ajdodlarimizning ishlarini davom ettirishimiz lozim. Bu borada so‘z yuritganda Prezidentimizning quyidagi fikrlari hamma vaqt yodimizda bo‘lmog‘i kerak:

“Olimlarimiz eng yaxshi an'analarni o‘zlashtirib, tarixiy merosimizni chuqur o‘rganib, buyuk ajdodlarimizning ishlarini munosib davom ettirmoqdalar. Ilmiy ziyolilarimizning munosib fazilati hamma vaqt bilimga, ilg‘or ilmiy tafakkurning oldingi marralarida bo‘lishga intilishdan iborat.

O‘zbekiston innavatsion rivojlanish turining xozirgi zamon modeliga o‘tish uchun hamma zarur sharoitlarga ega. Bu model vujudga keltirilgan ilmiy – texnikaviy salohiyatdan keng va samarali foydalanishga, fundamental va amaliy fanning yutuqlarini chuqur talab qiladigan texnolagiyalarni amaliyotga keng joriy etishga, yuqori malakali, iqtidorli ilmiy kadrlar sonini ko‘paytirishga asoslanadi. Bu – mamlakatimiz jahondagi iqtisodiyoti va sanoati rivojlangan mamlakatlar qatoriga kirib borishning zarur sharti va mustahkam poydevori bo‘lib xizmat qiladi.” (O‘zbekiston XXI asr bo‘sag‘asida: xavfsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyoti kafolatlari. I.A.Karimov. Toshkent. “O‘zbekiston” nashriyoti 1997 yil).

Prezidentimizning kadrlar haqidagi ushbu fikrlari katta ahamiyatga ega:

“Biz hayotimizning turli jabhalarida, xalq xo‘jaligining barcha sohalarida tub islohotlarni amalga oshirib, yangilanish sari borar ekanmiz, ushbu islohotlarning turmush tarzimizni ijobiy tomonga o‘zgartirishi,

ma'naviy yuksalishimizga ko‘mak berishi hamda milliy g‘urur va iftixorlarimizning kuchaytirish ko‘p jihatdan har tomonlama yetuk kadrlarga bog‘liq ekanini unutmasligimiz kerak. Respublikamizning iqtisodiy, siyosiy va ma'naviy jihatdan ravnaq topishida, bu sohalardagi muammolarni hal qilishimmizda ham milliy kadrlar bosh omillardan biri bo‘ladi” (“Zamonaviy kadrlar tayyorlash – islohotlar muvaffaqiyatining asosi” nutqidan. “Ma'rifat” gazetasi. 1998 yil 28 yanvar).

Respublikamizda amalga oshirilayotgan barcha islohotlarda ilm – fanning yutuqlardan foydalanish nazarda tutilgandir. Oliygohda ta'lim olayotgan barcha yoshlar asosiy e'tiborni fan asoslarini egallashga qaratmog‘i kerak. Bu borada prezidentimiz I.A.Karimovning ushbu fikrlari dasturul – amal bo‘lmog‘i shart:

“Umuman men, fanni ilg‘or taraqqiyot, progress degan so‘zlar bilan yonma – yon qabul qilaman. Fanning vazifasi kelajagimizning shakl – tamoyilini yaratib berish, ertangi kunimizning yo‘nalishlarini, tabiiy qonuniyatlarni, uning qanday bo‘lishini ko‘rsatib berishdan iborat, deb tushunaman. Odamlarga mustaqillikning afzalligini, mustaqil bo‘lmagan millatning kelajagi yo‘qligini, bu tabiiy qonuniyat ekanini isbotlab, tushuntirib berish lozim. Fan jamiyat taraqqiyotining olg‘a siljituvchi kuchi, vositasi bo‘lmog‘i lozim”. (I.A.Karimov. “Tarixiy xotirasiz kelajak yo‘q”. “Munojot” jurnali, 1998 yil 5 - son).

“Shundan kelib chiqqan holda, bizning yaqin istiqbolimizdagi eng muhim vazifamiz, boshlagan ishlarimizni izchil davom ettirish – iste'mol talabini kengaytirish maqsadida sotsial sohani rivojlantirish, mehnatga haq to‘lashni yanada oshirish, xizmat ko‘rsatish sektorini, infratuzilma ob'ektlarini rivojlantirishga, transport va komunikatsiya loyihalari amalga oshirishga alohida e'tibor berishdir”. (“Mamlakatimizda demokratik islohotlarni yanada chuqurlashtirish va fuqarolik jamiyatini rivojlantirish konsepsyasi”, O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning O‘zbekiston Respublikasi Oliy majlisi qonunchilik palatasi va Senatining qo‘shma majlisidagi ma'ruzasi, Norin ovozi gazetasi, 2010 yil 19 – noyabr, №46(6747) – chi son.)

Yurtboshimiz I.A.Karimovning yuqorida keltirilgan chaqiriqlariga amal qilgan holda har bir magistr ham o’z izlanishlari bilan mamlakatimiz taraqqiyotiga munosib hissa qo’shmog’I kerak. Men ham ana sunday maqsadlarni amalga oshirishda o’z hissamni qo’shish maqsadida ushbu magistrlik dissertatsiyasini yozdim.

Ushbu magistrlik dissertatsiyasi ehtimolliklar nazariyasining genetika tatbiqlariga bag’ishlangan.

Magistrlik ishining I bobida genetikaning asosiy qonunlari hamda ikki juft xususiyatdan iborat genlarni avlodlarga o’tish ehtimolliklari uchun mavjud natijalar yoritilgan.

Magistrlik ishining II bobida uch xilli genlarni avlodlarga uzatilish ehtimollari haqida so’z yuritiladi.

Magistrlik ishining III bobida To’rt xilli genlarni avlodlarga o’tish ehtimollari keltiridi. Ishning so’ngida xulosalar va takliflar berildi.

Ushbu magistrlik ishim Prezidentimiz Islom Abdug’aniyevich Karimovning quyidagi fikrlariga mos keladi degan fikrdaman. Prezidentimiz Ehtimollar nazariyasi haqida aytgan so’zlarini yodda tutishimiz lozim:

“ … Respublikamizda quyidagi yo’nalishlar bo’yicha jahon darajasidagi ilmiy maktablar yaratilgan bo’lib, ularda tadqiqotlar muvafaqqiyatli olib borilmoqda. Jumladan, matematika, ehtimollar nazariyasi, tabiiy va ijtimoiy jarayonlarni matematik modellash, informatika va hisoblash texnikasi sohasidagi tadqiqotlar. Matematika fanining ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, differentsial tenglamalar va matematik fizika, funktsional tahlil sohasidagi yutuqlari respublikadan ancha uzoqda ham mashhur”. (“O’zbekiston XXI asr bo’sag’asida: xavfsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyot kafolatlari” nomli kitoblaridan**).**

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI PREZIDENTINING

QARORI

«SOG‘LOM BOLA YILI» DAVLAT DASTURI TO‘G‘RISIDA

(O‘zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari to‘plami, 2014 y., 9-son, 87-modda)

Mamlakatimizda jismoniy sog‘lom, ma’naviy yetuk, har tomonlama uyg‘un va barkamol rivojlangan, mustaqil fikrlaydigan, intellektual salohiyatga, chuqur bilim va zamonaviy dunyoqarashga ega, Vatanimizning taqdiri va kelajagi uchun mas’uliyatni o‘z zimmasiga olishga qodir bo‘lgan yosh avlodni tarbiyalab voyaga yetkazish vazifasini izchil davom ettirish uchun aniq maqsadga qaratilgan keng ko‘lamdagi kompleks chora-tadbirlarni amalga oshirish, davlat va jamiyatning barcha kuch va imkoniyatlarini shu yo‘lda safarbar etish maqsadida hamda 2014 yil «Sog‘lom bola yili» deb e’lon qilinishi munosabati bilan:

1. Quyidagilar «Sog‘lom bola yili» Davlat dasturini amalga oshirishning ustuvor vazifalari va yo‘nalishlari etib belgilansin:

sog‘lom va har tomonlama barkamol avlodni shakllantirish uchun qonunchilik va normativ-huquqiy bazani yanada takomillashtirish, bu borada qulay tashkiliy-huquqiy shart-sharoitlarni yaratishga qaratilgan yangi qoida va me’yorlarni ishlab chiqish;

sog‘lom bolaning dunyoga kelishi masalasiga sog‘lom va ahil oilaning mevasi sifatida qarab, oilada o‘zaro hurmat va mehr-muhabbat, yuksak axloqiy va ma’naviy qadriyatlar muhitini shakllantirish, yosh oilalarning oyoqqa turib olishi uchun moddiy yordam ko‘rsatish, onalik va bolalik muhofazasini ta’minlash, ona va bolaning salomatligini mustahkamlash, ayollarning o‘z qobiliyat va imkoniyatlarini ro‘yobga chiqarishi, ularning ro‘zg‘or tashvishlarini yengillashtirish uchun zarur shart-sharoitlarni yaratish;

sog‘lom bolani voyaga yetkazishda, patologiyalarsiz bolalar tug‘ilishida sog‘liqni saqlash tizimi va tibbiyot xodimlarining roli va mas’uliyatini oshirish, sog‘liqni saqlash tizimining moddiy-texnika bazasini va kadrlar salohiyatini yanada mustahkamlash, aholining tibbiy madaniyatini oshirish bo‘yicha keng ko‘lamli axborot-tushuntirish ishlarini muntazam olib borish;

sog‘lom bolani shakllantirishda ta’lim-tarbiya tizimi va sportning rolini kuchaytirish, maktabgacha ta’lim muassasalari tarmog‘ini kengaytirish, ularni yuqori malakali va tajribali pedagoglar bilan ta’minlash, boshlang‘ich ta’limning yuqori sifatini ta’minlagan holda bolalarni maktabga tayyorlash darajasini tubdan oshirish, Ilg‘or pedagogik va axborot-kommunikasiya texnologiyalarini amaliyotga keng joriy etish, sog‘lom turmush tarzini keng targ‘ib etish, bolalar, ayniqsa qiz bolalar o‘rtasida jismoniy tarbiya va sportga mehr uyg‘otish bo‘yicha aniq chora-tadbirlarni amalga oshirish;

sog‘lom va barkamol avlodni tarbiyalab voyaga yetkazishda davlat va jamiyat tomonidan ko‘rsatiladigan yordam va madadni kuchaytirish, mazkur jarayonlar uchun mas’ul bo‘lgan sog‘liqni saqlash, ta’lim, madaniyat, ijtimoiy muhofaza muassasalarida zamonaviy talablarga javob beradigan shart-sharoitlarni yaratish, ularni rivojlantirishga yo‘naltiriladigan mablag‘lardan foydalanish samaradorligini oshirish, sog‘lom bolani tarbiyalash bo‘yicha ilg‘or xalqaro tajribani keng ko‘lamda o‘rganish va amalda joriy etish;

sog‘lom bolani, ayniqsa, qiz bolalarni tarbiyalab voyaga yetkazishda, zamonaviy bilim va kasb-hunarlarni egallashi uchun ularga ko‘mak berish, bolalarni turli to‘garaklarga jalb etish, tadbirkorlikni rivojlantirish bo‘yicha mahalla va boshqa jamoat tuzilmalarining rolini oshirish, huquq va imkoniyatlarini kengaytirish, oilalar va jamiyatda o‘zaro hamjihatlik, tinchlik va osoyishtalikni mustahkamlash, kam ta’minlangan oilalarga moddiy va ma’naviy yordamni o‘z vaqtida va manzilli ko‘rsatish borasida mahalla va boshqa jamoat tuzilmalarining mas’uliyatini kuchaytirish;

«Sog‘lom bola yili» Davlat dasturining maqsad va vazifalari hamda uning bajarilishi to‘g‘risida keng axborot-tushuntirish ishlari olib borilishini tashkil etish, bunda ommaviy axborot vositalarining, shu jumladan elektron ommaviy axborot vositalarining va Internet tarmog‘ining imkoniyatlarini faol ishga tushirish.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti I. KARIMOV

Toshkent sh., 2014 yil 19 fevral, PQ-2133-son

Prezident Islom Karimovning O‘zbekiston Respublikasi Konstitusiyasi qabul qilinganining 21 yilligiga bag‘ishlangan tantanali marosimdagi ma’ruzasi

Amalga oshirayotgan islohotlarimizni yanada chuqurlashtirish va fuqarolik jamiyati qurish – yorug‘ kelajagimizning asosiy omilidir

6 dekabr, «O‘zbekiston» Xalqaro anjumanlar saroyi. Toshkent.

Ta’lim-tarbiya tizimini yangi bosqichga ko‘tarish maqsadida ancha tadbirlar amalga oshirildi.

2013 yilda mamlakatimizda 756 ta ta’lim maskani, musiqa va san’at maktablari, bolalar sporti ob’yektlari yangitdan qurildi, rekonstruksiya qilindi va kapital ta’mirlandi. Zamonaviy kompyuter sinflari, o‘quv laboratoriyalari, ustaxonalar tashkil etilib, zarur asbob-uskunalar bilan jihozlandi.

Ma’lumki, shu yildan e’tiboran mamlakatimizda xorijiy tillarni o‘qitish tizimini yanada takomillashtirish dasturi doirasida umumta’lim maktablarining 1-sinfidan boshlab xorijiy tillarni chuqur o‘rganish yo‘lga qo‘yildi. Bu esa, albatta farzandlarimizning jahon ilm-fani va madaniyati yutuqlarini egallashi, yetuk va malakali kadrlar bo‘lib yetishishi uchun yangi imkoniyatlar ochib berishi bilan ayniqsa muhimdir.

Joriy yilda 300 mingga yaqin bola, jumladan, Orolbo‘yi hududidan 4 ming 500 nafar o‘quvchi hamda kam ta’minlangan oilalarga mansub 75 ming nafar bolaning yozgi oromgohlarda imtiyozli dam olishi tashkil etilib, ularning salomatligi mustahkamlandi.

Yildan-yilga kuchayib borayotgan bunday amaliy ishlarimizning tabiiy mahsuli va natijasini yurtdoshlarimiz, avvalambor, jondan aziz farzandlarimizning turli sohalarda qo‘lga kiritayotgan yutuqlarida ko‘rishimiz mumkin.

<u>Uchinchidan, sog‘lom bolani voyaga etkazishda ta’lim-tarbiya va sportning o‘rni va ta’sirini yanada kuchaytirish lozim.</u>

Dasturda maktabgacha ta’lim muassasalari tizimini kengaytirish, ularni zamonaviy jihozlash, yuqori malakali pedagog va murabbiylar bilan ta’minlash, bolalarni maktabga tayyorlashning sifatini oshirish masalalariga alohida e’tibor qaratish darkor.

Bolaning jismoniy va psixologik rivojlanishidagi eng asosiy davr – bu boshlang‘ich sinf davridir. Hammamiz bilamizki, sobiq tuzum sharoitida bu masalaga, afsuski, yetarlicha ahamiyat berilmas edi. Quyi sinflarda dars berish asosan o‘rta maxsus ma’lumotga ega bo‘lgan muallimlarga topshirib qo‘yilgan edi.

Boshlang‘ich ta’limning yosh avlod hayotidagi roli va ahamiyatini hisobga olgan holda, bunday nomaqbul holatga butunlay barham berildi va bu vazifani bugungi kunda oliy ma’lumotli, yuksak professional mahoratga ega bo‘lgan pedagog kadrlar bajarmoqda.

Qabul qilinadigan dasturda boshlang‘ich ta’limning sifatini oshirish, ta’lim standartlari, o‘quv dasturlari, darslik va qo‘llanmalarni takomillashtirish, ilg‘or pedagogik va axborot-kommunikasiya texnologiyalarini keng joriy etish masalalari o‘z ifodasini topishi kerak.

MAGISTRLIK ISHINING MAQSAD VA VAZIFALARI.

Dissertatsiya ishining maqsadi ehtimollar nazariyasining bozor iqtisodiyotiga bog’liqligini ko’rsatish va ayrim masalalar misolida ko’rishdan iborat.

AMALIY AHAMIYATI.

Ta’lim soxasida va xayotda uning nazariy asoslaridan foydalanish muhim axamiyatga ega ekanligini asoslab berishga xarakat qilingan.

Bu sohada dunyoning mashhur matematiklaridan tortib yosh izlanuvchilarning hissalari ham muhim. Moskvalik, Ukrainalik, Litvalik, O’zbekistonlik va boshqa horijiy davlatlarning olimlari juda muhim ishlarni amalgam oshirganlar. A.N.Kolmogorov, B. V. Gnedenko, Yu.K. Belyayev, A.D.Solovyov, V.M.Zolotaryov, V.V.Petrov, Yu.V.Proxorov, V.A.Statulyavichus, S. H. Sirojiddinov, M. Mamatov, T. Azlarov, N. Shohaydarova, M. G'ofurov, A. Jomirzaev, R. Ibragimov, V.Hojiboyev, A. Mashrabbayev, D. Otaqo'ziyev, M. Holmuradov va boshqa yuzlab matematiklar bu sohada izlanishlar olib borganlar va juda muhim natijalarga erishganlar.

ILMIY YANGILIGI.

Magistrlik dissertatsiyasida zaxiralarni boshqarishning ba'zi bir usullari o'rganilgan.

TADQIQOT OB'EKTI VA PREDMETI.

Ehtimollar nazariyasi fanidagi ma'lumotlardan foydalanib, zahiralarni boshqarish, takrorlanuvchi sistemalar haqidagi ma'lumotlarni o'rganish va fan bilan tabiat orasidagi bog'lanishni o'rganishdir.

Ushbu magistrlik dissertatsiyasi Kirish, Asosiy qism, Xulosa, Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va Ilovadan tashkil topgan. Asosiy qism uchta bobdan iborat bo'lib, birinchi va ikkinchi boblar tegishli mavzularning obzoriga bagishlangan, uchinchi bobda esa asosiy natijalar va ularning isbotlari keltirilgan. Internet ma'lumotlarida dissertatsiya mavzusiga oid eng yangi natijalardan namuna keltirilgan. Dissertatsiyaning ilova qismida asosiy qismda foydalanilgan faktlar haqida ma'lumotlar, dissertantning chop etgan maqolasi joy olgan. Shuningdek, ilovada dissertatsiya mavzusiga oid internetdan olingan maqolalardan ham namunalar keltirilgan.

Magistrant tomonidan olingan natijalar matematika fakultetidagi professor R. Ibragimovning ilmiy seminarida, "Yosh matematiklarning yangi teoremalari-2013" 1- to'plamida, Namangan,Andijon va Farg'ona viloyatlari uchun "XXI asr- intellektual avlod asri" shiori ostidagi hududiy ilmiy-amaliy konferensiya 3-to'plamida. Namangan - 2014

1.1 Ehtimollar nazariyasi elementlari

Boshlang'ich tushunchalar.

Ehtimollar nazariyasi “tasodifiy tajribalar”, ya'ni natijasini oldindan aytib bo‘lmaydigan tajribalardagi qonuniyatlatni o‘rganuvchi matematik fandir. Bunda shunday tajribalar qaraladiki, ularni o‘zgarmas (ya'ni, bir xil) shartlar kompleksida hech bo‘lmaganda nazariy ravishda ixtiyoriy sonda takrorlash mumkin, deb hisoblanadi. Bunday tajribalar har birining natijasi *tasodifiy hodisa* ro‘y berishidan iboratdir. Insoniyat faoliyatining deyarli hamma sohalarida shunday holatlar mavjudki, u yoki bu tajribalarni bir xil sharoitda ko‘p matra takrorlash mumkin bo‘ladi. Ehtimollar nazariyasini sinovdan-sinovga o‘tishida natijalari turlicha bo‘lgan tajribalar qiziqtiradi. Biror tajribada ro‘y berish yoki bermasligini oldindan aytib bo‘lmaydigan hodisalar tasodifiy hodisalar deyiladi. Masalan, tanga tashlash tajribasida har bir tashlashga ikki tasodifiy hodisa mos keladi: tanganing gerb tomoni tushishi yoki tanganing raqam tomoni tushishi. Albatta, bu tajribani bir marta takrorlashda shu ikki tasodifiy hodisalardan faqat bittasigina ro‘y beradi. Tasodifiy hodisalarni biz tabiatda, jamiatda, ilmiy tajribalarda, sport va qimor o‘yinlarida kuzatishimiz mumkin.

Dastlab ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri “tasodifiy hodisa” tushunchasini keltiramiz. Natijasini oldindan aytib bo‘lmaydigan tajriba o‘tkazilayotgan bo‘lsin. Bunday tajribalar ehtimollar nazariyasida tasodifiy deb ataladi.

Tasodifiy hodisa(yoki hodisa) deb, tasodifiy tajriba natijasida ro‘y berishi oldindan aniq bo‘lmagan hodisaga aytiladi.

Hodisalar, odatda, lotin alifbosining bosh harflari $A, B, C, \ldots$lar bilan belgilanadi.

Tajribaning har qanday natijasi *elementar hodisa* deyiladi va ω orqali belgilanadi.

Tajribaning natijasida ro‘y berishi mumkin bo‘lgan barcha elementar hodisalar to‘plami *elementar hodisalar fazosi* deyiladi va Ω orqali belgilanadi.

Tajriba natijasida albatta ro‘y beradigan hodisaga *muqarrar hodisa* deyiladi.

Elementar hodisalar fazosi muqarrar hodisaga misol bo‘la oladi.

Aksincha, umuman ro‘y bermaydigan hodisaga mumkin bo‘lmagan hodisa deyiladi va u $\varnothing$ orqali belgilanadi.

Tasodifiy hodisalar orasidagi munosabatlarni keltiramiz:

A va B *hodisalar yig‘indisi* deb, A va B hodisalarning kamida bittasi(ya’ni yoki A, yoki B, yoki A va B birgalikda) ro‘y berishidan iborat $C = A \cup B$ ($\mathrm{C} = \mathrm{A} + \mathrm{B}$) hodisaga aytiladi.

A va B *hodisalar ko‘paytmasi* deb, A va B hodisalar ikkilasi ham(ya’ni A va B birgalikda)ro‘y berishidan iborat $C = A \cap B$ ($\mathrm{C} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$)hodisaga aytiladi.

A hodisadan B *hodisaning ayirmasi* deb, A hodisa ro‘y berib, B hodisa ro‘y bermasligidan iborat $C = A \setminus B$ ($\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B}$) hodisaga aytiladi.

A hodisaga *qarama-qarshi* $\overline{A}$ hodisa faqat va faqat A hodisa ro‘y bermaganda ro‘y beradi(ya’ni $\overline{A}$ hodisa A hodisa ro‘y bermaganda ro‘y beradi). $\overline{A}$ ni A uchun teskari hodisa deb ham ataladi.

Agar A hodisa ro‘y berishidan B hodisaning ham ro‘y berishi kelib chiqsa A hodisa B hodisani *ergashtiradi* deyiladi va $A \subseteq B$ ko‘rinishida yoziladi.

Agar $A \subseteq B$ va $B \subseteq A$ bo‘lsa, u holda A va B hodisalar *teng*(*teng kuchli*) hodisalar deyiladi va $\mathrm{A} = \mathrm{B}$ ko‘rinishida yoziladi.

Ehtimollikning statistik ta’rifi. A hodisa n ta bog‘liqsiz tajribalarda n_A marta ro‘y bersin. n_A son A hodisaning chastotasi, $\frac{n_A}{n}$ munosabat esa A hodisaning nisbiy chastotasi deyiladi.

Nisbiy chastotaning statistik turg‘unlik xossasi deb ataluvchi xossasi mavjud, ya’ni tajribalar soni oshishi bilan nisbiy chastotasi ma’lum qonuniyatga ega bo‘ladi va biror son atrofida tebranib turadi.

Misol sifatida tanga tashlash tajribasini olaylik. Tanga A={Gerb} tomoni bilan tushishi hodisasini qaraylik. Byuffon va K.Pirsonlar tomonidan o‘tkazilgan tajribalar natijasi quyidagi jadvalda keltirilgan:

Tajriba o‘tkazuvchi	Tajribalar soni, n	Tushgan gerblar soni, n_A	Nisbiy chastota, n_A/n
Byuffon	4040	2048	0.5080
K.Pirson	12000	6019	0.5016
K.Pirson	24000	12012	0.5005

Jadvaldan ko‘rinadiki, n ortgani sari n_A/n nisbiy chastota $\frac{1}{2}=0.5$ ga yaqinlashar ekan.

Agar tajribalar soni etarlicha ko‘p bo‘lsa va shu tajribalarda biror A hodisaning nisbiy chastotasi biror o‘zgarmas son atrofida tebransa, bu songa A hodisaning *statistik ehtimolligi* deyiladi.

A hodisaning ehtimolligi $\mathrm{P(A)}$ simvol bilan belgilanadi. Demak,

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n_A}{n}=P(A)$ yoki yetarlicha katta n lar uchun $\frac{n_A}{n}\approx P(A)$.

Statistik ehtimollikning kamchiligi shundan iboratki, bu yerda statistik ehtimollik yagona emas. Masalan, tanga tashlash tajribasida ehtimollik sifatida nafaqat 0.5, balki 0.49 yoki 0.51 ni ham olishimiz mumkin. Ehtimollikni aniq hisoblash uchun katta sondagi tajribalar o‘tkazishni talab qiladi, bu esa amaliyotda ko‘p vaqt va xarajatlarni talab qiladi.

Statistik ehtimollik quyidagi xossalarga ega:

1. $0\le P(A)\le 1$;
2. $P(\varnothing)=0$;
3. $P(\Omega)=1$;
4. $A\cdot B=\varnothing$ bo‘lsa, u holda $P(A+B)=P(A)+P(B)$;

Isboti. 1) Ihtiyoriy A hodisaning chastotasi uchun $0 \le n_A \le n \Rightarrow 0 \le \frac{n_A}{n} \le 1$.

Etarlicha katta n lar uchun $\frac{n}{n_A} \approx P(A)$ bo‘lgani uchun $0 \le P(A) \le 1$ bo‘ladi.

2) Mumkin bo‘lmagan hodisa uchun $n_A=0$.

3) Muqarrar hodisaning chastotasi $n_A=n$.

4) Agar $A \cdot B = \varnothing$ bo‘lsa, u holda $n_{A+B} = n_A + n_B$ va

$$P(A+B) \approx \frac{n_{A+B}}{n} = \frac{n_A + n_B}{n} = \frac{n_A}{n} + \frac{n_B}{n} \approx P(A) + P(B).$$

Ehtimollikning klassik ta’rifi. Ω chekli n ta teng imkoniyatli elementar hodisalardan tashkil topgan bo‘lsin.

A hodisaning ehtimolligi deb, A hodisaga qulaylik yaratuvchi elementar hodisalar soni k ning tajribadagi barcha elementar hodisalar soni n ga nisbatiga aytiladi.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{k}{n} \qquad (1.1.1)$$

Klassik ta’rifdan foydalanib, ehtimollik hisoblashda kombinatorika elementlaridan foydalaniladi. Shuning uchun kombinatorikaning ba’zi elementlari keltiramiz. Kombinatirikada qo‘shish va ko‘paytirish qoidasi deb ataluvchi ikki muhim qoida mavjud.

$A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ va $B = \{b_1, b_2, ..., b_m\}$ chekli to‘plamlar berilgan bo‘lsin.

Qo‘shish qoidasi: agar A to‘plam elementlari soni n va B to‘plam elementlari soni m bo‘lib, $A \cdot B = \varnothing$ (A va B to‘plamlar kesishmaydigan) bo‘lsa, u holda $A + B$ to‘plam elementlari soni $n+m$ bo‘ladi.

Ko‘paytirish qoidasi: A va B to‘plamlardan tuzilgan barcha (a_i, b_j) juftliklar to‘plami $C = \{(a_i, b_j) : i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}\}$ ning elementlari soni $n \cdot m$ bo‘ladi.

n ta elementdan m ($0 < m \le n$)tadan tanlashda ikkita sxema mavjud: qaytarilmaydigan va qaytariladigan tanlashlar. Birinchi sxemada olingan elementlar qayta olinmaydi(orqaga qaytarilmaydi), ikkinchi sxemada esa har bir olingan element har qadamda o‘rniga qaytariladi.

Qaytarilmaydigan tanlashlar sxemasi

Guruhlashlar soni: n ta elementdan m ($0 < m \le n$)tadan guruhlashlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \qquad (1.1.2)$$

C_n^m sonlar Nyuton binomi formulasining koeffisientlaridir:

$$(p+q)^n = p^n + C_n^1 p^{n-1}q + C_n^2 p^{n-2}q^2 + ... + q^n.$$

O‘rinlashtirishlar soni: n ta elementdan m ($0 < m \le n$) tadan o‘rinlashtirishlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}. \qquad (1.1.3)$$

O‘rin almashtirishlar soni: n ta elementdan n tadan o‘rinlashtirish o‘rin almashtirish deyiladi va u quyidagicha hisoblanadi:

$$P_n = n!. \qquad (1.1.4)$$

O‘rin almashtirish o‘rinlashtirishning xususiy holidir, chunki agar (1.6.3.)da $n=m$ bo‘lsa $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{n!}{0!} = n!$ bo‘ladi.

Qaytariladigan tanlashlar sxemasi

Qaytariladigan guruhlashlar soni: n ta elementdan *m* ($0 < m \le n$) tadan qaytariladigan guruhlashlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\overline{C}_n^m = C_{n+m-1}^m \qquad (1.1.5)$$

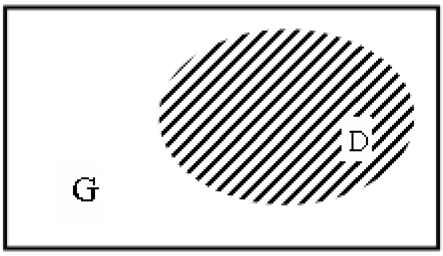
Qaytariladigan o'rinlashtirishlar soni: n ta elementdan *m* ($0 < m \le n$) tadan qaytariladigan o'rinlashtirishlari soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\overline{A}_n^m = n^m . \qquad (1.1.6)$$

Qaytariladigan o'rin almashtirishlar soni: k hil n ta elementdan iborat to'plamda 1-element n_1 marta, 2-element n_2 marta,…, k- element n_k marta qaytarilsin va $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ bo'lsin, u holda *n* ta elementdan iborat o'rin almashtirish $P_n(n_1, n_2, ..., n_k)$ orqali belgilanadi va u quyidagicha hisoblanadi:

$$P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_k!} . \qquad (1.1.7)$$

Ehtimollikning geometrik ta'rifi. Ehtimolning klassik ta'rifiga ko'ra Ω - elementar hodisalar fazosi chekli bo'lgandagina hisoblashimiz mumkin. Agar Ω cheksiz teng imkoniyatli elementar hodisalardan tashkil topgan bo'lsa, geometrik ehtimollikdan foydalanamiz.



6-rasm.

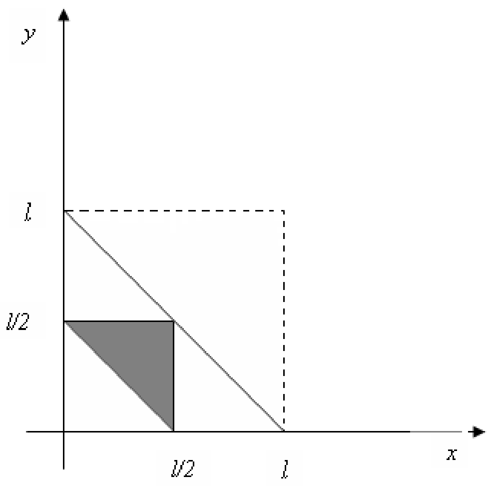
O'lchovli biror G soha berilgan bo'lib, u D sohani o'z ichiga olsin. G sohaga tavakkaliga tashlangan X nuqtani D sohaga tushishi ehtimolligini hisoblash masalasini ko'ramiz. Bu yerda X nuqtaning G sohaga tushishi muqarrar va D sohaga tushishi tasodifiy hodisa bo‘ladi. $A=\{X\in D\}$ -X nuqtaning D sohaga tushishi hodisasi bo‘lsin.

A hodisaning geometrik ehtimolligi deb, D soha o‘lchovini G soha o‘lchoviga nisbatiga aytiladi, ya’ni

$$P(A)=\frac{mes\{D\}}{mes\{G\}},$$

bu yerda *mes* orqali uzunlik, yuza, hajm belgilangan.

Misol. l uzunlikdagi sterjen tavakkaliga tanlangan ikki nuqtada bo‘laklarga bo‘lindi. Hosil bo‘lgan bo‘laklardan uchburchak yasash mumkin bo‘lishi ehtimolligini toping.



7-rasm

Birinchi bo‘lak uzunligini x, ikkinchi bo‘lak uzunligini y bilan belgilasak, uchinchi bo‘lak uzunligi l-x-y bo‘ladi. Bu yerda $\Omega=\{(x,y):0<x+y<l\}$, ya’ni $0<x+y<l$ sterjenning bo‘laklari uzunliklarining barcha bo‘lishi mumkin bo‘lgan kombinatsiyasidir. Bu bo‘laklardan uchburchak yasash mumkin bo‘lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak: $x+y>l-x-y,\ \ x+l-x-y>y,\ \ y+l-x-y>x$.

Bulardan $x<\frac{l}{2},\quad y<\frac{l}{2},\quad x+y>\frac{l}{2}$ ekanligi kelib chiqadi.

Bu tengsizliklar 7-rasmdagi bo‘yalgan sohani bildiradi. Ehtimollikning geometrik ta’rifiga ko‘ra:

$$P(A)=\frac{mes\{A\}}{mes\{G\}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{2}}{\frac{1}{2}\cdot l\cdot l}=\frac{1}{4}.$$

Ehtimollikning aksiomatik ta’rifi. Ehtimollar nazariyasini aksiomatik qurishda A.N. Kolmogorov tomonidan 30-yillarning boshlarida asos solingan.

Ω- biror tajribaning barcha elementar hodisalar to‘plami, *S*-hodisalar algebrasi bo‘lsin.

S hodisalar algebrasida aniqlangan, haqiqiy qiymatlar qabul qiluvchi $P(A)$ fuksiya ehtimollik deyiladi, agar u uchun quyidagi aksiomalar o‘rinli bo‘lsa:

A1: ihtiyoriy $A \in S$ hodisaning ehtimolligi manfiy emas $P(A) \geq 0$ (nomanfiylik aksiomasi);

A2: muqarrar hodisaning ehtimolligi birga teng $P(\Omega) = 1$ (normallashtirish aksiomasi);

A3: juft-jufti bilan birgalikda bo‘lmagan hodisalar yig‘indisining ehtimolligi shu hodisalar ehtimollari yig‘indisiga teng, ya’ni agar $A_i \cdot A_j = \varnothing, \quad i \neq j$ bo‘lsa, u holda

$$P(\bigcup_k A_k) = \sum_k P(A_k)$$

(additivlik aksiomasi);

(Ω, S, P) uchlik ehtimollik fazosi deyiladi, bu yerda Ω-elementar hodisalar fazosi, *S*-hodisalar algebrasi, *P*- A1-A3 aksiomalarni qanoatlantiruvchi sanoqli funksiya.

Shartli ehtimollik.

A va B hodisalar biror tajribadagi hodisalar bo‘lsin.

B hodisaning A hodisa ro‘y bergandagi *shartli ehtimolligi* deb,

$$\frac{P(A \cdot B)}{P(A)} \quad (P(A) \neq 0) \qquad (1.1.8)$$

nisbatga aytiladi. Bu ehtimollikni $P(B/A)$ orqali belgilaymiz.

Shartli ehtimollik ham Kolmogorov aksiomalarini qanoatlantiradi:

1. $P(B/A) \geq 0$;

2. $P(\Omega/A) = \dfrac{P(\Omega \cdot A)}{P(A)} = \dfrac{P(A)}{P(A)} = 1$;

3. Agar $B \cdot C = \varnothing$ bo‘lsa, u holda

$$P((B+C)/A) = \frac{P((B+C)\cdot A)}{P(A)} = \frac{P(B\cdot A + C\cdot A)}{P(A)} = \frac{P(B\cdot A)+P(C\cdot A)}{P(A)} =$$
$$= \frac{P(B\cdot A)}{P(A)} + \frac{P(C\cdot A)}{P(A)} = P(B/A) + P(C/A),$$

chunki $B \cdot C = \varnothing$ekanligidan, $(B\cdot A)\cdot(C\cdot A) = B\cdot A\cdot A\cdot C = B\cdot C\cdot A = \varnothing\cdot A = \varnothing$

To‘la ehtimollik va Bayes formulalari. $A_1, A_2, ..., A_n$ juft-jufti bilan birgalikda bo‘lmagan hodisalar to‘la gruppani tashkil etsin, ya’ni $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = \Omega$ va $A_i \cdot A_j = \varnothing, \quad i \neq j$. U holda $A_1 + A_2 + ... + A_n = \Omega$ ekanligini hisobga olib, B ni $B = B\cdot\Omega = B\cdot(A_1 + A_2 + ... + A_n) = B\cdot A_1 + B\cdot A_2 + ... + B\cdot A_n$ ko‘rinishda yozamiz. $A_i \cdot A_j = \varnothing, \quad i \neq j$ ekanligidan $(B\cdot A_i)\cdot(B\cdot A_j) = \varnothing, \quad i \neq j$ ekani kelib chiqadi. B hodisaning ehtimolligini hisoblaymiz:

$$P(B) = P(B\cdot A_1 + B\cdot A_2 + ... + B\cdot A_n) =$$
$$= P(B\cdot A_1) + P(B\cdot A_2) + ... + P(B\cdot A_n). \qquad (1.1.9)$$

Ko‘paytirish qoidasiga ko‘ra $P(B\cdot A_i) = P(A_i)\cdot P(B/A_i), i = \overline{1,n}$ bo‘ladi. Bu tenglikni (1.12.1) ga qo‘llasak,

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + ... + P(A_n)P(B/A_n).$$

Agar $B \subset \sum\limits_{i=1}^{n} A_i$ bo‘lsa, u holda

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B/A_i) \qquad (1.1.10)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Bu tenglik *to‘la ehtimollik formulas*i deyiladi.

Masala. Detallar partiyasi uch ishchi tomonidan tayyorlanadi. Birinchi ishchi barcha detallarning 25%ini, ikkinchi ishchi 35%ini, uchinchsi esa 40%ini tayyorlaydi. Bu uchchala ishchining tayyorlagan detallarining sifatsiz bo‘lish ehtimolliklari mos ravishda 0.05,0.04 va 0.02 ga teng bo‘lsa, tekshirish uchun partiyadan olingan detalning sifatsiz bo‘lish ehtimolligini toping.

A_i={detal i-ishchi tomonidan tayyorlangan} $i=\overline{1,3}$, B={tekshirish uchun olingan detal sifatsiz} hodisalarni kiritamiz va quyidagi ehtimolliklarni hisoblaymiz:

$$P(A_1)=\frac{25\%}{100\%}=0.25,\quad P(A_2)=\frac{35\%}{100\%}=0.35,\quad P(A_3)=\frac{40\%}{100\%}=0.4,$$

$P(B/A_1)=0.05,\quad P(B/A_2)=0.04,\quad P(B/A_3)=0.02$. To‘la ehtimollik formulasiga asosan $P(B)=0.25\cdot 0.05+0.35\cdot 0.04+0.4\cdot 0.02=0.0345$.

A_i va B hodisalar ko‘paytmasi uchun

$$P(A_i\cdot B)=P(B)\cdot P(A_i/B) \tag{1.1.11}$$

$$P(A_i\cdot B)=P(A_i)\cdot P(B/A_i) \tag{1.1.12}$$

tengliklar o‘rinli. (1.1.11) va (1.1.12) tengliklardan quyidagilarni hosil qilamiz:

$$P(B)\cdot P(A_i/B)=P(A_i)\cdot P(B/A_i),$$

$$P(A_i/B)=\frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(B)}. \tag{1.1.13}$$

Bu yerda $P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B/A_i)$. (1.1.13) tenglik *Bayes formulasi* deyiladi. Bayes formulasi yana *gipotezalar teoremasi* deb ham ataladi. Agar $A_1,A_2,...,A_n$ hodisalarni gipotezalar deb olsak, u holda $P(A_i)$ ehtimollik A_i gipotezaning aprior(“a priori” lotincha tajribagacha), $P(A_i/B)$ shartli ehtimollik esa aposterior(“a posteriori” tajribadan keyingi) ehtimolligi deyiladi.

Masala. Yuqoridagi misolda sifatsiz detal ikkinchi ishchi tomonidan tayyorlangan bo‘lishi ehtimolligini toping. Bayes formulasiga ko‘ra:

$$P(A_2/B)=\frac{0.35\cdot 0.04}{0.25\cdot 0.05+0.35\cdot 0.04+0.4\cdot 0.02}=\frac{28}{69}\approx 0.4$$

1.2. Ishonchlilik nazariyasida tadbiq etilgan asosiy taqsimotlar

$A_1, A_2, ..., A_s$ xodisalar to'plamida o'zaro bog'liq emas deyiladi, agar ixtiyoriy $A_{i_1}, A_{i_2}, ..., A_{i_k}$ $k \le s$ qism gruppalar uchun quidagi tenglik o'rinli bo'lsa.

$$P\left\{\prod_{i=1}^{s} A_i\right\} = \prod_{i=1}^{k} P\{A_{i_k}\}$$

2 ta xodisani bog'liq bo'lmasligidan , ularning to'plamda bog'liq emasligi kelib chiqmaydi. Aksinchasi o'rinli.

Qandaydir maxsulot t vaqtdan kam vaqt mobaynida faoliyat ko'rsatib , maxsulotni ishdan chiqish extimolligi $(t, t+h)$ oraliqda ishlash extimolligi $a(t)h + o(h)$ bo'lsin.

$p(t)$ bilan maxsulotni kamida t vaqtgacha ishlash extimolligini olaylik. U xolda shartga ko'ra

$$p(t+h) = p(t)(1 - a(t)h - o(h))$$

Bu yerdan topamiz

$$p'(t) = -a(t)\,p(t)$$

demak

$$p(t) = Ce^{-\int_0^t a(z)dz}$$

$t = 0$da maxsulot ishlab turgan bo'lsa, u holda $p(0) = 0$ bo'ladi. Bundan $C = 0$ boladi.

Shunday qilib

$$p(t) = e^{-\int_0^t a(z)dz}$$

Agar $a(t) = a$, yani maxsulot yana biroz vaqt ishlashi uning oldin qancha ishlaganiga bog'liq emas. U xolda

$p(t) = e^{-at}$ bo'ladi

Katta yoshdagi aholining vafot etish jadvalini tuzishda Amakagama formulasidan foydalaniladi. Yani

$$\alpha(t) = \alpha + \gamma\beta e^{\gamma t}$$

Makagama muloxazasi quidagini bildiradi. Yani vafot etish vaqti 2 ga bo’linadi

1)yoshga bog’liq bolmaydi

2) $\gamma > 0$ da olim ko’payadi , $\gamma < 0$ da kamayadi, yoshga bog’liq geometrik progressiyadan iborqt bo’ladi.

Yuqoridagi qo’shimcha shartlarda

$$p(t) = e^{-\alpha t - \beta(e^{\gamma t} - 1)}.$$

Kelajakda biz binomial taqsimot , manfiy binomial taqsimot, geometrik taqsimot, tekis taqsimot, narmal taqsimot, ko’rsatkichli taqsimot, γ taqsimot, Logarifmik normal taqsimot, Veybulla taqsimot va Beta taqsimotlaridan foydalanamiz. Suning uchun bu taqsimotlar haqida qisqacha ma’lumot beramiz.

Geometrik taqsimot

✓ Agar *X* t.m. 1,2,…m,… qiymatlarni

$$p_m = P\{X = m\} = q^{m-1} p \qquad (1.2.1)$$

ehtimolliklar bilan qabul qilsa, u *geometrik qonuni* bo‘yicha taqsimlangan t.m. deyiladi. Bu yerda $p = 1 - q \in (0,1)$.

Geometrik qonun bo‘yicha taqsimlangan t.m.larga misol sifatida quyidagilarni olish mumkin: sifatsiz mahsulot chiqqunga qadar tekshirilgan mahsulotlar soni; gerb tomoni tushgunga qadar tashlangan tangalar soni; nishonga tekkunga qadar otilgan o‘qlar soni va hokazo.

Geometrik qonun bo‘yicha taqsimlangan *X* diskret t.m. taqsimot qonuni quyidagi ko‘rinishga ega:

X=m	1	2	…	m	…
$p_m = P\{X = m\}$	p	qp	…	$q^m p$	…

$$\sum_{m=1}^{\infty} q^{m-1} p = p\sum_{m=1}^{\infty} q^{m-1} = p \cdot \frac{1}{1-q} = \frac{p}{p} = 1,$$

chunki p_m ehtimolliklar geometrik progressiyani tashkil etadi: $p, qp, q^2 p, q^3 p, \ldots$. Shuning uchun ham (1.2.1) taqsimot geometrik taqsimot deyiladi va $Ge(p)$ orqali belgilanadi.

Uning taqsimot funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \; agar \; m < 1 \\ \sum\limits_{m<x} q^{m-1} p, \; agar \; 1 \le m \le x \end{cases}$$

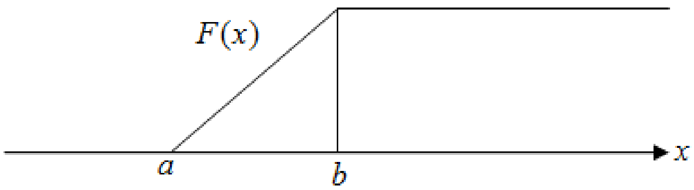
1. ξ tasodifiy miqdorning (a,b) dagi *tekis taqsimot*i deb, uning taqsimot funksiyasi quidagi tenglik bilan ifodalangan funksiyaga aytiladi.

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & bo'lsa \; x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & bo'lsa \quad a < x \le b \\ 1, & bo'lsa \quad x > b \end{cases}$$

Tekis taqsimotning zichlik funksiyasi quidagiga teng.

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0 & bo'lsa, \; x < a \; va \; x > a \\ \dfrac{1}{b-a} & bo'lsa, \quad a \le x \le b \end{cases}$$

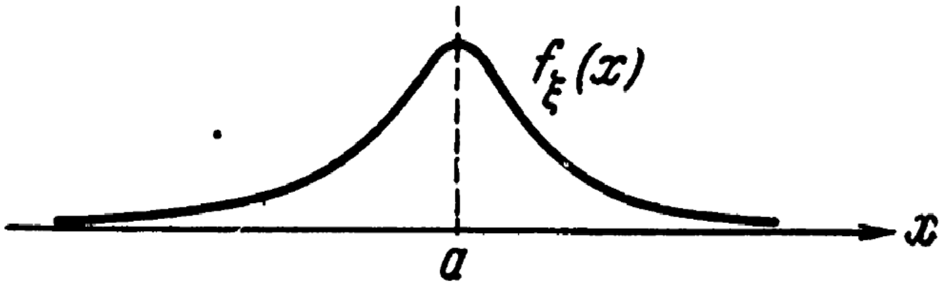
Tekis taqsimotning grafigi quidagich bo'ladi.



2. ξ tasodifiy miqdor narmal taqsimlangan deyiladi,agar uning zichlik funksiyasi quidagicha bo'lsa.

$$f_\xi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Uning grafigi quidagicha



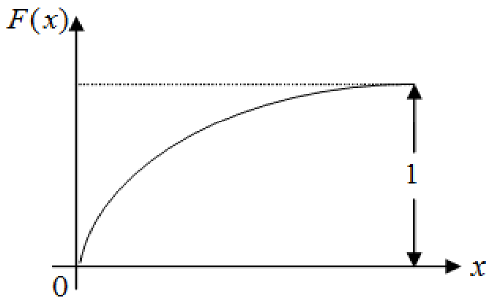
3. Korsatkichli taqsimot deb, taqsimot funksiyasi quidagicha bo'lgan tasodifiy miqdorga aytiladi.

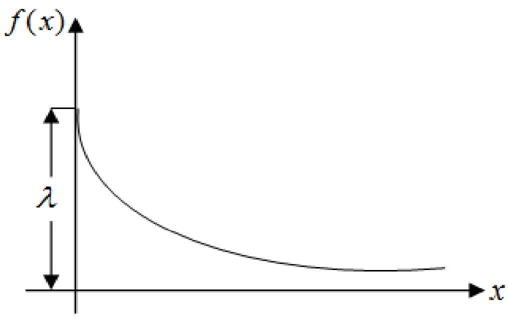
$$F(x)=\begin{cases} 0, & agar \quad x\le 0 \\ 1-e^{-\lambda x}, & agar \quad x>0 \end{cases}$$

Korsatkichli taqsimotning zichlik funksiyasi.

$$f(x)=\begin{cases} 0, & agar \quad x\le 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & agar \quad x>0 \end{cases}$$

Uning grafigi.



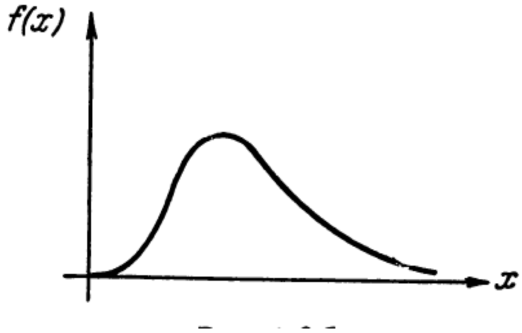


4. Tasodifiy miqdor , manfiy bo'lmagan butun sonli qiymatlarni $P_m=\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$ $(m=0,1,2,3,....)$ extimollik bilan qabul qilsa, bunday tasodifiy miqdor Puasson qonuni bilan taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi.

5. Gamma taqsimot deb, zichlik funksiyasi quidagiga teng bo'lgan tasodifiy miqdorga aytiladi.

$$f(x)=\begin{cases} 0 & agar \quad x\le 0 \\ Cx^{\alpha-1}e^{-\beta x} & agar \quad x>0 \end{cases}$$

Uning grafigi:



C, α $va\,\beta$ larni quidagicha ifodalasak

$$C\int_0^{\infty} x^{\alpha-1}e^{-\beta x}dx = 1$$

Bundan.

$$C = \frac{\beta^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha)}$$

desak

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1}e^{-x}dx$$

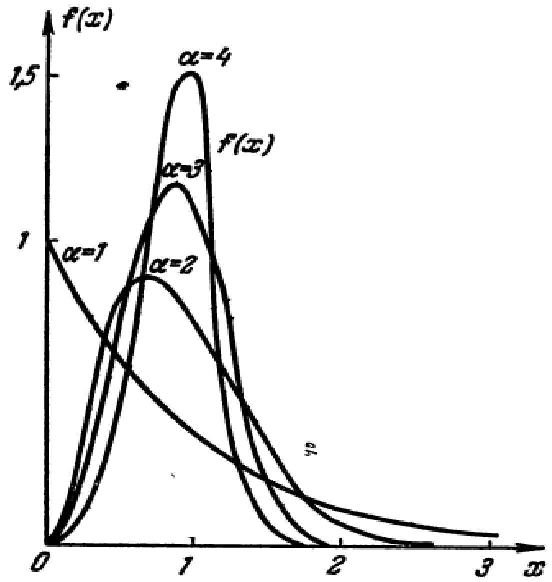
bo'ladi.

6.Veybula taqsimoti deb. Taqsimot funksiyasi quidagiga teng bo'lgan tasodifiy miqdorga aytiladi.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & agar \quad x < 0 \\ 1 - e^{-cx^{\alpha}}, & agar \quad x > 0 \end{cases}$$

bu yerda c va α parametrlar musmat.

Uning grafigi quidagicha. Bunda c va α larning turli qiymatlarida.

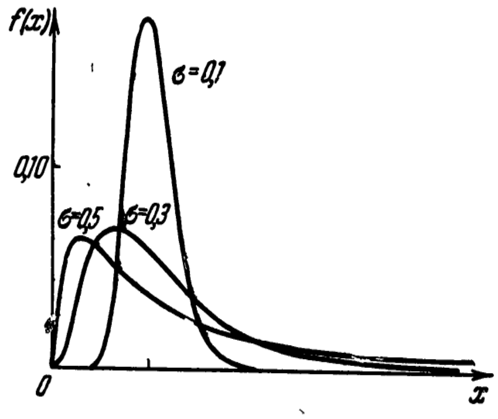


7.Logarifmik narmal taqsimot texnika, biologiya, ekanomika, geologiya va ommaviy xizmat nazariyasida keng qollanilib kelmoqda.

Zichlik funksiyasi quidagicha bo’lgan tasodifiy miqdor Logarifmik narmal taqsimot deyiladi.

$$f(x)=\begin{cases} 0 & agar \quad x<0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x}e^{-\frac{(\lg x-a)^2}{2\sigma^2}} & agar \quad x>0 \end{cases}$$

uning grafigi



1.3. Extimollikning xarakteristikalari

Sonli xarakteristikalar. Tasodifiy miqdorlarni miqdoriy baxolash uchun umuman aytganda quidagi xarakteristikalar asosiy rol o'ynaydi: o'rta qiymat (matematik kutilma), dispersiya,mediana , moda va turli tartibli mamentlar.

Ta'rif. Agar ξ tasodifiy miqdor $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ miqdorlarni $p_1, p_2, ..., p_n, ...$ extimollik bilan qabul qilsa$\left(\sum_{i-1}^{\infty} p_i = 1\right)$va $\sum_i |x_i| p_i < +\infty$ bo'lsa , u xolda

$$M\xi_i = \sum_i x_i p_i$$

ξ tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi yoki o'rta qiymati deyiladi.

Ta'rif. Tasodifiy miqdorlarni o'rta qiymat atrofida yoyilishini xarakterlaydigan kattalik dispersiya deyiladi.

$$D\xi = M(\xi - M\xi)^2$$

yoki

$$D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2$$

Ta'rif. ξ tasodifiy miqdorning k-tartibli oddiy mamenti deb, $\upsilon_k = M\xi_k$ ga aytiladi.

Ta'rif. ξ tasodifiy miqdorning k-tartibli markaziy mamenti deb, $\eta_k = M(\xi - a)^k$ ga aytiladi. Bu yerda $a = M\xi_k$

Ta'rif. Uzluksiz taqsimlangan zichlik funksiyasi $p(x)$ ga teng bo'lgan tasodifiy miqdorning modasi deb, absissasi x_m ga teng bo'lganda, $p(x)$ ni maksimumga erishadigan nuqtasiga aytiladi.

Misol uchun. Normal qonunda moda bilan matematik kutilma ustma ust tushadi.

Veybola taqsimotida $\alpha > 1$ da moda mavjud, $\alpha \le 1$da mavjud emas.

Faraz qilaylik $F(x)$ qandaydir taqsimot funksiya bo'lsin. $F(x) = \alpha$ $(0 < \alpha < 1)$. Tenglamaning ildizini $F(x)$ taqsimotni α kvantili deyiladi.

Ta'rif. Agar kvantelda $\alpha = 0.5$ gat eng bo'lsa , u xolda buni taqsimotning medianasi deyiladi.

Narmal taqsimot uchun o'rta qiymat va mediana ustma-ust tushadi.

χ^2 taqsimot

Ta'rif. Faraz qilaylik $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ tasodifiy miqdonlar o'zaro bog'liq emas va narmal taqsimlangan . $M\xi_i = a \quad D\xi_i = \sigma^2$ bo'lsa

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=1}^{n}(\xi - a)^2$$

ni χ^2 taqsimot deyiladi.

χ^2 taqsimotning zichlik funksiyasi

$$P_n(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \dfrac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} & x > 0 \end{cases}$$

n erkinlik darajalar soni

Student taqsimoti.

Agar $\xi \; va \; \eta$ tasodifiy miqdorlar o'zaro bog'liq emas, ξ narmal taqsimlangan , $M\xi = 0$ va $D\xi = 1$ va η tasodifiy miqdor χ^2 bo'yicha taqsimlangan. U xolda $\dfrac{\xi}{\eta}$ nisbat Student taqsimoti bo'yicha taqsimlangan bo'ladi.

$$P(x,n) = \left[2^{\frac{n-1}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{\pi n}\right]^{-1}\left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

Agar ξ narmal taqsimlangan, $M\xi = \delta \quad D\xi = 1$va η tasodifiy miqdor χ^2 bo'yicha taqsimlangan bo'lib, uning erkinlik darajasi n bo'lsin. U xolda $\dfrac{\xi}{\eta}$ nisbat studentning nomarkaziy taqsimoti deyiladi.

Studentning nomarkaziy taqsimoti zichlik funksiyasi quidagicha:

$$p(x,n) = \left[2^{\frac{n-1}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{\pi n}\right]^{-1} e^{-\frac{1}{2}\frac{n\delta^2}{n+x^2}} \times \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \int_0^{\infty} z^n e^{-\frac{1}{2}\left(z - \frac{x\delta}{\sqrt{n+z^2}}\right)^2} dz$$

Fisher – Snedekor taqsimoti.

Faraz qilaylik χ_1^2 va χ_2^2 tasodifiy miqdorlar o'zaro bog'liqemas va, n_1 va n_2 erkinlik darajalari χ^2 taqsimotga ega bo'lsin. $F = \dfrac{n_2\chi_1^2}{n_1\chi_2^2}$ munosabatni F - taqsimot deyiladi.

F taqsimot funksiyani zichlik funksiyasi quidagicha bo'ladi.

$$f_{n_1 n_2}(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}} x^{\frac{n_1}{2}-1}\left(1+\frac{n_1}{n_2}x\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}$$

Asosiy Xarakteristikalar. Endi biz olingan elementni birinchi marta ishdan chiqishigacha bo'lgan jarayonni o'rganamiz.

Endilikda biz " element " deb ixtiyoriy qurilma, yoqilganda ishga tushib belgilangan vaqtgacha buzilmay ishlaydigan korxona yoki uning qismi.

Agar element $t = 0$ da ishlayotgan bo'lsin va $t = \tau$ da ishdan chiqsin. τ elementning yashash vaqti. τ vaqtda ishdan chiqish ehtimoli.

$Q(t) = P\{\tau < t\}$

$Q(t)$ - funksiya t vaqtgacha ishdan chiqish extimoli. Uning zichlik funksiyasi.

$q(t) = Q'(t)$

Biz keyinchalik zichlik funksiyadan foydalanishimiz ancha qulaylik tug'diradi.

Faraz qilaylik elementni $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_N$ yashash davrlari quidagi empirik o'rtacha yashash davrini qaraylik.

$$\bar{\tau} = \frac{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_N}{N}$$

Kuchaytirilgan katta sonlar qonuniga asosan $N \to \infty$ 1 ehtimollik bilan

$$\bar{\tau} \to T_0$$

ya'ni $\lim\limits_{N\to\infty} P\{\overline{\tau_N} \to T_0\} = 1$.

shuning uchun N yetarlicha katta bo'lganda $\bar{\tau} \approx T_0$ ga taxminan teng bo'ladi.

Ishonchlilikni boshqa xarakteristikasi yashash davrining dispersiyasidir.

yani

$$D\tau = M(\tau - T_0)^2 = M\tau^2 - (M\tau)^2 = \int_0^\infty t^2 q(t)dt - T_0^2 = 2\int_0^\infty tP(t)dt - T_0^2$$

Dispersiyani tajribadan ham toppish mumkin. Agar N ta element ustida tajriba o'tkazilayotgan bo'lsa va uning yashash davri $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_N$ bo'lsa u xolda yetarlicha katta N larda

$$D\tau \approx S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\tau_i - \bar{\tau}\right)^2}{N-1}$$

bu yerda $$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\tau_i}{N}$$

gistogarammasi $q_N(t) = \dfrac{n_k}{Nh}$ orqali ifodalanadi. Agar $(k-1)h \le t \le kh$ bo'lsa, tajribalar soni yetarlicha ko'p bo'lganda va h yetarlicha kichik bo'lsa uholda

$$q_N(t) \approx q(t)$$

Munosabat o'rinli bo'ladi.

Faraz qilaylik element t mamentgacha buzulmasdan ishladi. (t, t_1) oraliqda elementni ishdan chiqish extimolini ko'raylik. Bu extimollikni $P(t, t_1)$ bilan belgilaymiz.

Faraz qilaylik A xodisa elementni $(0, t_1)$ oraliqda buzilmay ishlash xodisasi bo'lsin. B xodisa esa (t, t_1) oraliqda buzilmay ishlash xodisasi bo'lsin. U xolda to'la extimollik formulasiga ko'ra

$$P(t, t_1) = P\{B/A\} = \frac{P\{AB\}}{P\{A\}}$$

bo'ladi.

Lekin AB xodisa element $(0, t_1)$ oraliqda buzilmay ishlashini bildiradi. Shuning uchun

$$P(t, t_1) = \frac{P(t_1)}{P(t)}.$$

(t, t_1) oraliqda ishdan chiqish extimolligi qudagiga teng:

$$Q(t,t_1)=1-P(t,t_1)=\frac{P(t)-P(t_1)}{P(t)}$$

Agar $t_1=t+\Delta t$ dasak va $\Delta t\to 0$ intiltirsak

$$Q(t,t+\Delta t)=\frac{P(t)-P(t+\Delta t)}{P(t)}=-\frac{P'(t)}{P(t)}\Delta t+o(\Delta t)$$

Quidagi belgilashni kiritamiz

$$\lambda(t)=-\frac{P'(t)}{P(t)}$$

yetarlicha kichik Δt larda

$$Q(t,t+\Delta t)=\lambda(t)\Delta t$$

Bu formuladan ko'rinadiki $\lambda(t)$ miqdor ishonchlilikni Lokal xarakteristikasi bo'ladi. Yani xar bir berilgan mamentda elementni ishonchliligini aniqlaydi.

$\lambda(t)$ funksiya buzilish xavfi deyiladi.

$$\lambda(t)=-\frac{P'(t)}{P(t)}$$

formuladan

$$P(t)=e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$$

Demak, (t_1,t_2) oraliqda elementni buzilmay ishlash extimoli quidagicha bo'ladi.

$$P(t_1,t_2)=e^{-\int_{t_1}^{t_2}\lambda(t)dt}$$

$\lambda(t)$ ni tajriba natijasida ham toppish mumkin.

2.1.Ehtimollar nazariyasining limit teoremalari

Ehtimollar nazariyasining limit teoremalari deb nomlanuvchi qator tasdiq va teoremalarni keltiramiz. Ular yetarlicha katta sondagi tajribalarda t.m.lar orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi. Limit teoremalar shartli ravishda ikki guruhga bo‘linadi. Birinchi guruh teoremalar katta sonlar qonunlari(KSQ) deb nomlanadi. Ular o‘rta qiymatning turg‘unligini ifodalaydi: yetarlicha katta sondagi tajribalarda t.m.larning o‘rta qiymati tasodifiyligini yo‘qotadi. Ikkinchi guruh teoremalar markaziy limit teoremalar(MLT) deb nomlanadi. Yetarlicha katta sondagi tajribalarda t.m.lar yig‘indisining taqsimoti normal taqsimotga intilishi shartini ifodalaydi. KSQ ni keltirishdan avval yordamchi tengliklarni isbotlaymiz.

Chebishev tengsizligi

Teorema(Chebishev). Agar X t.m. DX dispersiyaga ega bo‘lsa, u holda $\forall \varepsilon > 0$ uchun quyidagi tengsizlik o‘rinli:

$$P\left\{\left|X - MX\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \frac{DX}{\varepsilon^2}. \qquad (2.1.1)$$

(2.1.1) tengsizlik Chebishev tengsizligi deyiladi.

Isboti. $P\left\{\left|X - a\right| \geq \varepsilon\right\}$ ehtimollik X t.m.ning $[a-\varepsilon; a+\varepsilon]$ oraliqqa tushmasligi ehtimolligini bildiradi bu yerda $a = MX$. U holda

$$P\left\{\left|X - a\right| \geq \varepsilon\right\} = \int_{-\infty}^{a-\varepsilon} dF(x) + \int_{a+\varepsilon}^{+\infty} dF(x) = \int_{|x-a|\geq\varepsilon} dF(x) =$$

$$= \int_{|x-a|\geq\varepsilon} 1 \cdot dF(x) \leq \int_{|x-a|\geq\varepsilon} \frac{(x-a)^2}{\varepsilon^2} dF(x),$$

chunki $|x-a| \geq \varepsilon$ integrallash sohasini $(x-a)^2 \geq \varepsilon^2$ ko‘rinishda yozish mumkin. Bu yerdan $\frac{(x-a)^2}{\varepsilon^2} \geq 1$ ekanligi kelib chiqadi. Agar integrallash sohasi kengaytirilsa, musbat funksiyaning integrali faqat kattalashishini hisobga olsak,

$$P\left\{\left|X - a\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \frac{1}{\varepsilon^2} \int_{|x-a|\geq\varepsilon} (x-a)^2 dF(x) \leq \frac{1}{\varepsilon^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 dF(x) = \frac{1}{\varepsilon^2} DX .$$

Chebishev tengsizligini quyidagi ko‘rinishda ham yozish mumkin:

$$P\left\{\left|X - MX\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \frac{DX}{\varepsilon^2}. \qquad (2.1.2)$$

Chebishev tengsizligi ihtiyoriy t.m.lar uchun o‘rinli. Xususan, X t.m. binomial qonun bo‘yicha taqsimlangan bo‘lsin, $P\{X=m\}=C_n^m p^m q^{n-m}, m=0,1,...,n,$ $q=1-p\in(0,1)$. U holda $MX=a=np,\ DX=npq$ va (2.1.2) dan

$$P\{|m-np|<\varepsilon\}\geq 1-\frac{npq}{\varepsilon^2}; \qquad (2.1.3)$$

n ta bog‘liqsiz tajribalarda ehtimolligi $p=M\left(\frac{m}{n}\right)=a$, dispersiyasi $D\left(\frac{m}{n}\right)=\frac{qp}{n}$ bo‘lgan hodisaning $\frac{m}{n}$ chastotasi uchun,

$$P\left\{\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\frac{qp}{n\varepsilon^2}. \qquad (2.1.4)$$

X t.m.ni $[\varepsilon;+\infty)$ oraliqga tushushi ehtimolligini baholashni Markov tengsizligi beradi.

Teorema(Markov). Manfiy bo‘lmagan, matematik kutilmasi MX chekli bo‘lgan X t.m. uchun $\forall\varepsilon>0$ da

$$P\{X\geq\varepsilon\}\leq\frac{MX}{\varepsilon} \qquad (2.1.5)$$

tengsizlik o‘rinli.

Isboti. Quyidagi munosabatlar o‘rinlidir:

$$P\{X\geq\varepsilon\}=\int_{\varepsilon}^{+\infty}dF(x)\leq\int_{\varepsilon}^{+\infty}\frac{x}{\varepsilon}dF(x)=\frac{1}{\varepsilon}\int_{0}^{+\infty}xdF(x)=\frac{MX}{\varepsilon}.$$

(2.1.5) tengsizlikdan (2.1.1) ni osongina keltirib chiqarish mumkin.

(2.1.5) tengsizlikni quyidagi ko‘rinishda ham yozish mumkin:

$$P\{X<\varepsilon\}\geq 1-\frac{MX}{\varepsilon}. \qquad (2.1.6)$$

Misol. X diskret t.m.ning taqsimot qonuni berilgan:

$$\begin{cases} X: & 1 \quad 2 \quad 3 \\ P_X: & 0.3 \quad 0.2 \quad 0.5. \end{cases}$$

Chebishev tengsizligidan foydalanib, $P\{|X-MX|<\sqrt{0.4}\}$ ehtimollikni baholaymiz. X t.m.ning sonli xarakteristikalarini hisoblaymiz: $MX=1\cdot0.3+2\cdot0.2+3\cdot0.5=2.2$; $DX=1^2\cdot0.3+2^2\cdot0.2+3^2\cdot0.5-2.2^2=0.76$.

Chebishev tengsizligiga ko‘ra: $P\{|X-2.2|<\sqrt{0.4}\}\geq 1-\frac{0.76}{0.4}=0.9.$

Katta sonlar qonuni Chebishev va Bernulli teoremalari. Ehtimollar nazariyasi va uning tadbiqlarida ko‘pincha yetarlicha katta sondagi t.m.lar yig‘indisi bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Yig‘indidagi har bir t.m.ning tajriba natijasida qanday qiymatni qabul qilishini oldindan aytib bo‘lmaydi. Shuning uchun katta sondagi t.m.lar yig‘indisining taqsimot qonunini hisoblash burmuncha qiyinchilik tug‘diradi. Lekin ma’lum shartlar ostida yetarlicha katta sondagi t.m.lar yig‘indisi tasodifiylik xarakterini yo‘qotib borar ekan. Amaliyotda juda ko‘p tasodifiy sabablarning birgalikdagi ta’siri tasodifga deyarli bog‘liq bo‘lmaydigan natijaga olib keladigan shartlarni bilish juda muhimdir. Bu shartlar “Katta sonlar qonuni” deb ataluvchi teoremalarda keltiriladi. Bular qatoriga Chebishev va Bernulli teoremalari kiradi.

$X_1, X_2, ... X_n, ...$ t.m.lar o‘zgarmas son A ga ehtimollik bo‘yicha yaqinlashadi deyiladi, agar $\forall\varepsilon > 0$ uchun

$$\lim_{n\to\infty} P\{|X_n - A| < \varepsilon\} = 1$$

munosabat o‘rinli bo‘lsa. Ehtimollik bo‘yicha yaqinlashish $X_n \underset{n\to\infty}{\overset{P}{\to}} A$ kabi belgilanadi.

✓ $X_1, X_2, ... X_n, ...$ t.m.lar ketma-ketligi mos ravishda $MX_1, MX_2, ... MX_n, ...$ matematik kutilmalarga ega bo‘lib, $\forall\varepsilon > 0$ son uchun $n \to \infty$ da

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} MX_i\right| < \varepsilon\right\} = 1$$

munosabat bajarilsa, $X_1, X_2, ... X_n$ t.m.lar ketma-ketligi *katta sonlar qoniniga bo‘ysunadi* deyiladi.

Teorema(Chebishev). Agar bog‘liqsiz $X_1, X_2, ... X_n, ...$ t.m.lar ketma-ketligi uchun shunday $\exists C > 0$ bo‘lib $DX_i \le C, i = 1, 2, ...$ tengsizliklar o‘rinli bo‘lsa, u holda $\forall\varepsilon > 0$ uchun

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} MX_i\right| < \varepsilon\right\} = 1 \qquad (2.1.7)$$

munosabat o‘rinli bo‘ladi.

Isboti. $DX_i \le C, i = 1, 2, ...$ bo‘lgani uchun

$$D\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2} D\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} DX_i = \frac{1}{n^2}\left(DX_1 + ... + DX_n\right) \le \frac{1}{n^2}\left(C + ... + C\right) =$$

$= \frac{1}{n^2} Cn = \frac{C}{n}$. U holda Chebishev tengsizligiga ko‘ra:

$$P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}MX_i\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\frac{D\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\right)}{\varepsilon^2}\geq 1-\frac{C}{n\varepsilon^2}. \qquad (2.1.8)$$

Endi $n\to\infty$ da limitga o‘tsak, $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}MX_i\right|<\varepsilon\right\}=1$.

Natija. Agar $X_1, X_2, ...X_n, ...$ bog‘liqsiz va bir xil taqsimlangan t.m.lar va $MX_i=a, DX_i=\sigma^2$ bo‘lsa, u holda $\forall\varepsilon>0$ uchun quyidagi munosabat o‘rinli

$$\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-a\right|<\varepsilon\right\}=1. \qquad (2.1.9)$$

Bernulli teoremasi katta sonlar qonuninig sodda shakli hisoblanadi. U nisbiy chastotaning turg‘unligini asoslaydi.

Teorema(Bernulli). Agar *A* hodisaning bitta tajribada ro‘y berishi ehtimolligi p bo‘lib, n ta bog‘liqsiz tajribada bu hodisa n_A marta ro‘y bersa, u holda $\forall\varepsilon>0$ uchun

$$\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{n_A}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=1 \qquad (2.1.10)$$

munosabat o‘rinli.

Isboti. $X_1, X_2, ...X_n$ indikator t.m.larni quyidagicha kiritamiz: agar *i*-tajribada *A* hodisa ro‘y bersa, $X_i=1$; agar ro‘y bermasa $X_i=0$. U holda n_A ni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin: $n_A=\sum_{i=1}^{n}X_i$. X_i t.m.ning taqsimot qonuni ixtiyoriy *i* da: $\begin{cases} X_i: 0 & 1 \\ P: 1-p & p\end{cases}$ bo‘ladi. X_i t.m.ning matematik kutilmasi $MX_i=1\cdot p+0\cdot(1-p)=p$ ga, dispersiyasi $DX_i=(0-p)^2(1-p)+(1-p)^2p= \ =p(1-p)=pq$. X_i t.m.lar bog‘liqsiz va ularning dispersiyalari chegaralangan, $p(1-p)=p-p^2=\frac{1}{4}-\left(p-\frac{1}{2}\right)^2\leq\frac{1}{4}$.

U holda Chebishev teoremasiga asosan: $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}MX_i\right|<\varepsilon\right\}=1$ va $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i=\frac{n_A}{n}$; $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}MX_i=\frac{1}{n}np=p$ bo‘lgani uchun $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{n_A}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=1$.

■

Markaziy limit teorema.

Markaziy limit teorema t.m.lar yig‘indisi taqsimoti va uning limiti – normal taqsimot orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi. Bir xil taqsimlangan t.m.lar uchun markaziy limit teoremani keltiramiz.

Teorema. $X_1, X_2, ...X_n$ bog‘liqsiz, bir xil taqsimlangan, $MX_i = a$ chekli matematik kutilma va $DX_i = \sigma^2, i = \overline{1,n}$ dispersiyaga ega bo‘lsin, $0 < \sigma^2 < \infty$ u holda $Z_n = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i - M\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)}{\sqrt{D\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i - na}{\sigma\sqrt{n}}$ t.m.ning taqsimot qonuni $n \to \infty$ da standart normal taqsimotga intiladi

$$F_{Z_n}(x) = P\{Z_n < x\} \xrightarrow[n\to\infty]{} \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt . \qquad (2.1.11)$$

Demak, (2.1.11) ga ko‘ra yetarlicha katta n larda $Z_n \sim N(0,1)$, $S_n = X_1 + \ldots + X_n$ yig‘indi esa quyidagi normal qonun bo‘yicha taqsimlangan bo‘ladi: $S_n \sim N(na, \sqrt{n}\sigma)$. Bu holda $\sum_{i=1}^{n} X_i$ t.m. asimptotik normal taqsimlangan deyiladi.

Agar X t.m. uchun $MX = 0, DX = 1$ bo‘lsa X t.m. markazlashtirilgan va normallashtirilgan(yoki standart) t.m. deyiladi. (2.1.11) formula yordamida yetarlicha katta n larda t.m.lar yig‘indisi bilan bog‘liq hodisalar ehtimolligini hisoblash mumkin. $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ t.m.ni standartlashtirsak, yetarlicha katta n larda

$$P\left\{\alpha \le \sum_{i=1}^{n} X_i \le \beta\right\} = P\left\{\frac{\alpha - na}{\sigma\sqrt{n}} \le \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - na}{\sigma\sqrt{n}} \le \frac{\beta - na}{\sigma\sqrt{n}}\right\} \approx \Phi\left(\frac{\beta - na}{\sigma\sqrt{n}}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - na}{\sigma\sqrt{n}}\right),$$

yoki

$$P\{\alpha \le S_n \le \beta\} \approx \Phi\left(\frac{\beta - MS_n}{\sqrt{DS_n}}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - MS_n}{\sqrt{DS_n}}\right). \qquad (2.1.12)$$

Misol. X_i bog‘liqsiz t.m.lar [0,1] oraliqda tekis taqsimlangan bo‘lsa, $Y = \sum_{i=1}^{100} X_i$ t.m.ning taqsimot qonunini toping va $P\{55 < Y < 70\}$ ehtimollikni hisoblang.

Markaziy limit teorema shartlari bajarilganligi uchun, Y t.m.ning zichlik funksiyasi $f_Y(y) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{(y-MY)^2}{2\sigma_y^2}}$ bo‘ladi. Tekis taqsimot matematik kutilmasi va dispersiyasi formulasidan $MX_i = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$, $DX_i = \frac{(1-0)^2}{12} = \frac{1}{12}$ bo‘ladi. U holda $MY = M\left(\sum_{i=1}^{100} X_i\right) = \sum_{i=1}^{100} MX_i = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50,$

$DY = D\left(\sum_{i=1}^{100} X_i\right) = \sum_{i=1}^{100} DX_i = 100 \cdot \frac{1}{12} = \frac{25}{3},$ $\sigma_Y = \frac{5\sqrt{3}}{3}$, shuning uchun, $f_Y(y) \approx \frac{3}{5\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{3(y-50)^2}{50}}$. (2.1.12) formulaga ko‘ra,

$$P\{55 < S_n < 70\} \approx \Phi\left(\frac{70-50}{\frac{5\sqrt{3}}{3}}\right) - \Phi\left(\frac{55-50}{\frac{5\sqrt{3}}{3}}\right) = \Phi\left(4\sqrt{3}\right) - \Phi\left(\sqrt{3}\right) \approx 0.04.$$

2.2. Ishonchlilik nazariyasida tiklanuvchi element tushunchasi

Zaxiralarni tiklanishi. Faraz qilaylik elementning yashash davri ko’rsatkichli qonunga bo’ysinsin va bu oqim iliq oqim bo’lsin. Hodisalarning umumiy holatda ko’raylik. Agar λ-birinchi ishlayotgan elementni ishdan chiqishi , λ_1- zaxiradagi elementni ishdan chiqish hodisasi, $G(t)$- remont qilishning taqsimot qonuni. Ko’rinib turibdiki, $\lambda_1 = 0$ bo’lsa – sovuq rezerv, $\lambda = \lambda_1$ bo’lsa – issiq rezerv deyiladi va agar ularning orasida bo’lsa iliq rezerv deyiladi. $p(t)$- ni elementni t vaqtgacha buzulmay ishlash extimoli dab belgilaymiz. $p(t)$ ni integral teoremasini hosil qilamiz. Juftliklarni $(0,t)$ oraliqdagi holatlarini koramiz:

1. Birichi elementni t vaqtdan keyin ishdan chiqishi yoki t vaqtgacha ishdan chiqmay ishlashi. Uning ehtimoli

$$p(t) = e^{-(\lambda+\lambda_1)t}$$

2.Birinchi element t vaqtgacha ishdan chiqib zaxiradagi elementni ishga tushishi bo’lsin. Uning ehtimoli

$$p(t) = \int_0^t (\lambda + \lambda_1) e^{-(\lambda+\lambda_1)x} [1 - G(t-x)] e^{-\lambda(t-x)} dx$$

3. Birinchi siklda t vaqtgacha ishning to'xtashi, yani birinchi element ham zaxiradagi element ham ishdan chiqishi. Uning extimolligi

$$p(t) = \int_0^t p(t-x) dx \int_0^x (\lambda + \lambda_1) e^{-(\lambda+\lambda_1)z - \lambda(x-z)} g(x-z) dz$$

Bu yerda $g(x) = G'(x)$

Yuqoridagi 3ta ehtimolliklarni qo'shish natijasida quidagilarga ega bo'lamiz.

$$p(t) = e^{-(\lambda+\lambda_1)t} + e^{-\lambda t}(\lambda + \lambda_1)\int_0^t e^{-\lambda_1 x} [1 - G(t-x)] dx + \\ + \int_0^t p(t-x) e^{-\lambda t} (\lambda + \lambda_1) dx \int_0^x e^{-\lambda_1 z} g(x-z) dz \qquad (2.2.1)$$

Integrallarni ko'rinishini o'zgartirib

$$p(t) = A(t) + \int_0^t p(t-x) B(x) dx$$

bunda

$$A(t) = e^{-(\lambda+\lambda_1)t} + e^{-\lambda t}(\lambda + \lambda_1)\int_0^t e^{-\lambda_1 x} [1 - G(t-x)] dx$$

$$B(t) = e^{-\lambda t}(\lambda + \lambda_1)\int_0^x e^{-\lambda_1 z} g(t-z) dz$$

Bu yardan $p(t)$ ehtimollikni qator ko'rinishini topamiz.

$$p(t) = B_0(t) + B_1(t) + B_2(t) + ... + B_n(t) + ... \qquad (2.2.2)$$

bundan

$$B_0(t) = A(t) \qquad B_{n+1}(t) = \int_0^t B_n(t-x) B(x) dx$$

Agar t vaqt kichik bo'lsa, $p(t)$ qator yig'indisini toppish mumkin. Lekin t vaqt juda katta bo'lganda (2.2.2) yig'indini xisoblab bo'lmaydi.

Endi α ni kiritamiz.

$$\alpha = 1 - \int_0^\infty e^{-\lambda t} dG(t) = \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda t}) dG(t)$$

$\alpha \to 0$ intiltirib, $p(t)$ ehtimollikning asimptotalarini topamiz.

$$a(s) = \int_0^\infty e^{-st} A(t)dt \qquad c(s) = \int_0^\infty e^{-st} dG(t)$$

$$b(s) = \int_0^\infty e^{-st} B(t)dt \qquad \varphi(s) = \int_0^\infty e^{-st} p(t)dt$$

$a(s)$ va $b(s)$ quidagicha yozamiz.

$$a(s) = \frac{s + \lambda + (\lambda + \lambda_1)[1 - c(s + \lambda)]}{(s + \lambda + \lambda_1)(s + \lambda)} \qquad b(s) = \frac{(\lambda + \lambda_1)c(s + \lambda)}{\lambda + \lambda_1 + s}$$

(2.2.1) tenglikdan

$$\varphi(s) = \frac{a(s)}{1 - b(s)} = \frac{s + \lambda + (\lambda + \lambda_1)[1 - c(s + \lambda)]}{(s + \lambda)[\lambda + \lambda_1 + s - (\lambda + \lambda_1)c(\lambda + s)]} \tag{2.2.3}$$

Agar $\tau -$juftlikni tasodifiy yashash vaqti bo'lsa

$P\{\tau > t\} = p(t)$

bo'ladi.

Bundan juftlikning o'rtacha yashash vaqti

$$T_0 = \int_0^\infty p(t)dt = \varphi(0) = \frac{\lambda + (\lambda + \lambda_1)[1 - c(\lambda)]}{\lambda(\lambda + \lambda_1)[1 - c(\lambda)]} = \frac{\lambda + (\lambda + \lambda_1)\alpha}{\lambda(\lambda + \lambda_1)\alpha} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{(\lambda + \lambda_1)\alpha} \tag{2.2.4}$$

Agar element tiklanmasa, bu juftlikning yashash davri

$$T_0' = \frac{1}{\lambda + \lambda_1} + \frac{1}{\lambda}$$

Bundan ellementning o'rtacha yashash vaqti quidagicha.

$$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{\lambda + \lambda_1}{2\lambda + \lambda_1} + \frac{\lambda}{(2\lambda + \lambda_1)\alpha} \tag{2.2.5}$$

$p(t)$ ehtimollikni asimptotik qiymatini yani o'rta qiymatini topamiz, $\alpha \to 0$ da.

$$T_0 = M\tau \sim \frac{\lambda}{(2\lambda + \lambda_1)\alpha}$$

Tenglikni ikkala tomanini $\alpha\tau$ ga bo'lamiz

$$P\{\alpha\tau > t\} = p\left(\frac{t}{\alpha}\right)$$

Laplas almashtirishining funksiyasi

$$\int_0^\infty e^{-st} p\left(\frac{t}{\alpha}\right) dt = \alpha\varphi(\alpha s) = \alpha \frac{\alpha s + \lambda + (\lambda + \lambda_1)[1 - c(\alpha s + \lambda)]}{(\alpha s + \lambda)[\lambda + \lambda_1 + \alpha s - (\lambda + \lambda_1)c(\alpha s + \lambda)]}$$

Agar λ va λ_1 fiksirlangan parametrlar, $G(t)$ nitaqsimot qonuni

$$\alpha = \int_0^\infty \left[1 - e^{-\lambda t}\right] dG(t) \to 0$$

Yordamchi baxo

$$c(\lambda) - c(\alpha s + \lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\alpha s t}\right) dG(t) \le \alpha s \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dG(t) \le \frac{\alpha s}{\lambda} \int_0^\infty \left(1 - e^{-\alpha t}\right) dG(t) = \frac{\alpha^2 s}{\lambda}$$

Bundan $c(\lambda) - c(\alpha s + \lambda) = \dfrac{\alpha^2 s}{\lambda}\theta$ bu yerda $0 < \theta < 1$

Endi $\alpha \to 0$ da s ning ixtiyoriy qiymatida

$$\alpha\varphi(\alpha s) = \alpha \frac{\alpha s + \lambda + (\lambda + \lambda_1)\left(\alpha + \dfrac{\alpha^2 s}{\lambda}\theta\right)}{(\alpha s + \lambda)\left[\alpha s + (\lambda + \lambda_1)\left(\alpha + \dfrac{\alpha^2 s}{\lambda}\theta\right)\right]} \to \frac{1}{s + \lambda + \lambda_1}$$

Endi quidagi teoremani kiritamiz

Teorema. Agar λ *va* λ_1 fiksirlangan, uholda

$$\alpha = \int_0^\infty \left(1 - e^{-\lambda t}\right) dG(t) \to 0$$

dan

$$\lim_{\alpha \to 0} P\{\alpha\tau > t\} = e^{-(\lambda+\lambda_1)t} \qquad (2.2.6)$$

bo'ladi.

Bu teoremaning isbotini yuqorida ko'rib chiqdik.

Bu teoremadan ko'rinib turibdiki

$$p(t) \approx e^{-(\lambda+\lambda_1)\alpha t} \qquad (2.2.7)$$

bundan esa

$$p(t) \approx e^{-\frac{t}{T_0}} \qquad (2.2.8)$$

ekanligi kelib chiqadi.

Agar $G(t)$ qonunda $\alpha \to 0$ bo'lsa, u holda

$$\frac{\int_0^\infty (\lambda t)^2 dG(t)}{\int_0^\infty \lambda t dG(t)} = \frac{\lambda^2 M\tau_r^2}{\lambda M\tau_r} \to 0 \qquad (2.2.9)$$

τ_r – tasodifiy remont vaqti, bundan ko'rinadiki

$$\alpha = \int_0^\infty \left(1 - e^{-\lambda t}\right) dG(t) = \int_0^\infty \left[\lambda t - \theta \frac{(\lambda t)^2}{2}\right] dG(t) = \lambda M\tau_r - \theta_1 \frac{\lambda^2}{2} M\tau_r^2 ,$$

bu yerda $0 < \theta$, $\theta_1 < 1$, u xolda (2.2.9) formula

$$\frac{\lambda M\tau_r}{\alpha} \to 1 .$$

Bundan, agar α kichik bo'lsa,

$$\lambda^2 M\tau_r^2 \le \lambda M\tau_r \ ,$$

$\lambda M\tau_r \approx \alpha$ va shu o'rinda quidagi formulaga asosan

$$p(t) \approx e^{-(\lambda+\lambda_1)\lambda T_1 \, t} \tag{2.2.10}$$

Bunda

$$T_1 = M\tau_r$$

Teorema. Agar τ_r tasodifiy miqdor ko'rsatkichli qonunga bo'ysunsa ta'rifga ko'ra u assimptotik taqsimot bo'ladi.

Isboti yuqorida keltirilgan.

Teorema. Agar quidagi tengsizlik o'rinli bo'lsa,

$$\begin{cases} a_{ml} \le a_{m,l-1} \\ a_{ml} \le \dfrac{1}{l!} \end{cases} \tag{2.2.11}$$

u xolda

$$\lim_{m\to\infty} a_{m2} = \lim_{m\to\infty} \frac{c_{m2}}{c_{m1}^2} = 0 \tag{2.2.12}$$

teng boladi.

2.3.Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasidagi tug'ulish va o'lish jarayoni

Tug'ulish va o'lish jarayonlarini tenglamalari.

$$\begin{cases} P_{in}'(t) = \dfrac{dP_{in}(t)}{dt} = -(\lambda_n + \mu_n)P_{in}(t) + \lambda_{n-1}P_{i,n-1}(t) + \mu_{n+1}P_{i,n+1}(t),\ t \geq 0, n > 0, i = 1,2,3... \\ P_{i0}'(t) = \dfrac{dP_{i0}(t)}{dt} = -\lambda_0 P_{i0}(t) + \mu_0 P_{i1}(t)\ ,\ n = 0\ ,\ i = 1,2,3,... \end{cases} \tag{2.3.1}$$

Bu yerda $P_{in}(t)$- extimollik t- mamentda sistema E_n- xolatda bo'lishi, agarda $t = 0$ da sistema E_i- xolatda bo'lgan bo'lsa.

$$P_{in}(0) = \begin{cases} 0, & i \neq n \\ 1, & i = n \end{cases}$$

Sistema E_n xolatda deyiladi, agarda xozrgi mamentda sistemada n ta talab bo'lsa. Sistemani E_n xolatdan E_{n+1} xolatga $(t, t + \Delta t)$ oraliqda o'tish extimolligi $\lambda_n dt + o(dt)$ ga va E_n xolatdan E_{n-1} xolatga o'tish extimolligi berilgan oraliqda $\mu_n dt + o(dt)$ ga teng bo'ladi.

Bu jarayon puasson jarayoni bo'lib, eksponensial taqsimotga ega.

Agar $\mu_n = 0$, $\lambda_n = \lambda$ bo'lsa, (2.3.1) tenglama Puasson jarayonini tenglamasi bo'ladi.

Agar $\lambda_n = \lambda$, $\mu_n = \mu$ bo'lsa , u xolda bu tenglamalar bir kanalli ommaviy xizmat ko'rsatish sistemasini ifodalaydi.

(2.2.1) tenglamaga "teskari" tenglama quidagidan iborat:

$$\begin{cases} P_{in}'(t) = -(\lambda_i + \mu i)P_{in}(t) + \lambda_i P_{i+1,n}(t) + \mu_i P_{i-1,n}(t),\ t \geq 0, n > 0 \\ P_{0n}'(t) = -\lambda_0 P_{0n}(t) + \lambda_0 P_{1n}(t) \end{cases} \tag{2.3.2}$$

Agar (2.3.1) tenglamada $\lambda_0 = 0$ bo'lsa u xolda E_0 xolatdan E_1 xolatga o'tish mumkin emas, yani E_0 xolatda sistema qolib ketadi(E_0 yutuvchi xolat).

Agar $\lambda_0 \neq 0$ bo'lsa, u xolda E_0 - qaytuvchi xolat boladi, yani E_1 xolatga qaytish mumkin bo'ladi. Xar bir xolat yutuvchi yoki qaytuvchi bo'lishi mumkin.

Sistema yechimini yagonaligini ko'rsatamiz.

Agar $\sum_{k=0}^{\infty} a_{ik} = 0$ bo'lsa, u xolda A-matritsa konservativ deyiladi, yani $a_{i,i+1} = \lambda_i$, $a_{ii} = -(\lambda_i + \mu_i)$, $a_{i,i-i} = \mu_i$ va $a_{ij} = 0$, agar $|i - j| > 1$ bu yerda $\lambda_i > 0$, $i \geq 0$, $\mu_i \geq 1$ va $\mu_0 = 0$ $\quad f_{ij}^{0}(t) \equiv 0$

$$f_{ij}^{n+1}(t) = \delta_{ij} e^{-a_i t} + e^{-a_i t} \int_0^t \left[\sum_{k \neq j} a_{ik} f_{kj}^{u}(u) \right] e^{a_i u} du \quad ,$$

Bu yerda $a_i \equiv -a_{ii} (\geq 0)$

$n \to \infty$ f_{ij}^{n} - o'sadi va $\lim_{n\to\infty} f_{ij}^{n}(t) = f_{ij}(t)$ bo'ladi, bundan tashqari

$$f_{ij}^{n+1}(t) = \delta_{ij} e^{-a_i t} + e^{-a_i t} \int_0^t \left[\sum_{k \neq j} a_{kj} f_{ik}^{n}(u) \right] e^{a_i u} du \qquad f_{ij}'(0) = a_{ij}\ , \quad F = \{ f_{ij}(t) \}.$$

Xar qanday $P_{ij}'(0) = a_{ij}$ qanoatlantiruvchi $P_{ij}(t)$ - jarayon A-jarayon deyiladi.

F - jarayon minimal A- jarayon deyiladi, agarda $f_{ij}(t) = P_{ij}(t)$ bo'lsa.

Agar $\sum_k P_{ik}(t) = 1$ bo’lsa, A- jarayon maxsus deyiladi, aks xolda maxsus emas deyiladi.

Minimal A jarayon uchun (2.3.1) va (2.3.2) tenglamalarni yechimlarini toppish mumkin. a_{ij} uchun yuqoridagi shartlarda quidagi teorema o’rinli bo’ladi.

Teorema. Agar A matritsa tug’ulish va o’lish jarayonini koiffisentlarini tashkil etsa, konservativ bo’lsa, u xolda

$$R = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\lambda_n} + \frac{\mu_n}{\lambda_n\lambda_{n-1}} + \ldots + \frac{\mu_n \ldots \mu_2}{\lambda_{n\ldots}\lambda_2\lambda_1}\right)$$

$$S = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\mu_{n+1}} + \frac{\lambda_n}{\mu_{n+1}\mu_n} + \ldots + \frac{\lambda_n \ldots \lambda_2}{\mu_{n+1\ldots}\mu_2\mu_1}\right)$$

$$T = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\mu_n \ldots \mu_2}{\lambda_n \ldots \lambda_2\lambda_1} + \frac{\lambda_n \ldots \lambda_1}{\mu_{n+1\ldots}\mu_2\mu_1}\right) \quad \text{bo’lsa,}$$

u xolda

1). Agar $R = \infty$ A- mavjud va bitta bo’ladi. Bu jarayon maxsus va tenglamalarni qanoatlantiradi.

2). Agar $R < \infty$ va $S = \infty$ bo’lsa, A jarayon mavjud va cheksiz bo’ladi, bittasi (2.3.1) ni qanoatlantiradi, lekin u maxsus bo’lmaydi.

3). Agar $R < \infty$ va $S < \infty$ yoki $T < \infty$ bo’lsa, cheksiz ko’p sistemala mavjud bo’ladi. Ular (2.3.1) tenglamani qanoatlantiradi, ulardan faqat bittasi maxsus bo’ladi.

Endi aloxida xollarni ko’rib chiqamiz.

Bir kanalli sistema (Erlang modeli) $\lambda_n = \lambda$, $\mu_n = \mu$. Tenglama quidagicha bo’ladi.

$$\begin{cases} \dfrac{dP_n}{dt} = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t),\ n \ge 1 \\ \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \end{cases} \tag{2.3.3}$$

tenglamani yechish.

$P_n(t)$ - uchun xosil qiluvchi funksiyani kiritamiz

$$P(z,t)=\sum_{n=0}^{\infty}P_n(t)z^n \qquad (2.3.4)$$

(2.3.3) ni xar ikki tomonini z^{n+1} ko'paytirib va yig'sak quidagi xosil bo'ladi

$$z\frac{\partial P(z,t)}{\partial t}=(1-z)\left[(\mu-\lambda z)P(z,t)-\mu P_0(t)\right] \qquad (2.3.5)$$

$P(z,0)=z^i$, chunki $P_0(0)=0$, $n=i$ bo'lsa, $P_i(0)=1$ bo'ladi.

$$P^*(z,s)=\frac{z^{i+1}-\mu(1-z)P_0^*(s)}{sz-(1-z)(\mu-\lambda z)} \qquad (2.3.6)$$

bu yerda $\quad f^*(s)=\int_0^{\infty}e^{-st}f(t)dt$

$$\int_0^{\infty}e^{-st}\frac{\partial P}{\partial t}dt=e^{-st}P\Big|_0^{\infty}+s\int_0^{\infty}e^{-st}dt=z^i+sP^* \qquad (2.3.7)$$

$\mathrm{Re}(s)>0 \quad P^*(z,t)$ uchun $|z|<1$ da

$$\alpha_k(s)=\frac{\lambda+\mu+s\pm\left[(\mu+\lambda+s)^2-4\lambda\mu\right]^{\frac{1}{2}}}{2\lambda} \quad k=1,2... \qquad (2.3.8)$$

Agar $|z|=1$ bo'lsa, $P^*(z,s)$ bitta nolga ega bo'ladi, ya'ni

$$f(z)=(\lambda+\mu+s)z$$

$$g(z)=\lambda z^2+\mu$$

$$|f(z)|=|\lambda+\mu+s|>|\lambda+\mu| \;,\; |g(z)|=|\lambda+\mu|$$

shuning uchun $|z|=1$ aylanada $|g(z)|<|f(z)|$ bo'ladi. $|\alpha_2(z)|<|\alpha_1(z)|$ bo'lsa, u holda $|z|=1$aylanada nol yo'q,

$$\alpha_1+\alpha_2=\frac{\lambda+\mu+s}{\lambda} \;,\quad \alpha_1\cdot\alpha_2=\frac{\mu}{\lambda}$$

$$s=-\lambda(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)$$

(2.3.6) tenglikda $z=\alpha_2(s)$ da nolga aylanishi kerak, aks xolda $P^*(z,s)$mavjud bo'lmaydi.

Bundan

$$P_0^*(s)=\frac{\alpha_2^{i+1}}{\mu(1-\alpha_2)} \qquad (2.3.9)$$

$P^*(s)$ ni (2.3.6) ga qo'ysak , u xolda

$$P^*(z,s)=\frac{z^{i+1}-\left[\frac{(1-s)\alpha_2^{i+1}}{1-\alpha_2}\right]}{-\lambda(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)} \qquad (2.3.10)$$

Surat va maxrajini $(1-\alpha_2)$ ko'paytirib soddalashtirsak, u xolda

$$P^*(z,s)=\frac{(z-\alpha_2)(z^i+\alpha_2 z^{i-1}+...+\alpha_2^i)-z\alpha_2(z-\alpha_2)(z^{i-1}+\alpha_2 z^{i-2}+...+\alpha_1^{i-i})}{\lambda\alpha_2(z-\alpha_2)\left(1-\frac{z}{\alpha_1}\right)(1-\alpha_2)} \qquad (2.3.11)$$

Surat va maxrajini $(z-\alpha_2)$ ga qisqartirib, suratga α_2^{i+1} ni qo'shib ayriymiz

$$\left(1-\frac{z}{\alpha_1}\right)^{-1}=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{z}{\alpha_1}\right)^k$$

dan xosil qilamiz

$$P^*(z,s)=\frac{1}{\lambda\alpha_1}(z^i+\alpha_2 z^{i-1}+...+\alpha_2^i)\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{z}{\alpha_1}\right)^k+\frac{\alpha_2^{i+1}}{\lambda\alpha_1(1-\alpha_2)}\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{z}{\alpha_1}\right)^k \qquad (2.3.12)$$

bundan

$$\frac{\alpha_2^{i+1}}{\lambda\alpha_1^{n+1}(1-\alpha_2)}=\frac{\alpha_2^{i+1}}{\lambda\alpha_1}\left(1+\alpha_2+\alpha_2^2+...\right)=\frac{1}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n+1}\sum_{k=n+i+2}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k\frac{1}{\alpha_1^k} \qquad (2.3.13)$$

Bu yerda $|\alpha_2|<1$ va $\alpha_1\cdot\alpha_2=\frac{\mu}{\lambda}$. Oxirgi munosabatni α_2^m $(m=0.1.2...)$ ni α_1^m ga ko'paytirib $\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m$ ni xosil qilamiz , buning uchun xarsafar suratni α_1^m ga ko'paytiramiz.

3.1.Kritikkacha bo'lgan Galton-Vatson tarmoqlanish jarayoni uchun Berriy-Essen tengsizligi.

Agar $\{\mu_n\}_1^\infty$ Galton-Vatson tarmoqlanish jarayoni bo'lsin.

Bunda $A = M\mu_1, \quad W_n = \frac{\mu_n}{A^n}, \quad n = 0, 1, \ldots,$

Agar $A > 1$ va $\sigma^2 = D\mu_1 < +\infty$, (см. [1] стр 27), W_n W ga bir ehtimollik bilan yaqinlashadi.

$$DW = 1, \quad DW = \frac{\sigma^2}{A^2 - A} > 0$$

Agar $\overline{W} = \frac{(W-1)\sqrt{A^2 - A}}{\sigma}$, $\beta_3 = M\left|\overline{W}\right|^3$, $a_3 = M\overline{W}^3$, bu [2] da isbotlangan, bunda $A > 1$ va $M\mu_1^3 < +\infty$ dasak

$$\sup_x \left| P\left\{ \frac{A^n(W - W_n)}{\sqrt{DW}\sqrt{\mu_n}} < x / \mu_n > 0 \right\} - \Phi(x) \right| \le k\frac{\sqrt{(A^2 - A)^3}}{\sigma^3} M\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_n}} / \mu_n > 0 \right)^{\frac{1}{2}} M\left|W - 1\right|^3$$

bu yerda k - absalyut o'zgarmas son, u Zolotarev soni $k < 0.82$.

Keyingi o'rinda quidagi teoremani kiritamiz.

Teorema. Agar $A > 1$, $M\mu_1^4 < \infty$ va μ_1 tasodifiy miqdor, ixtiyoriy $n \ge 2$ $0 < \delta < \frac{1}{3}$, $\lambda > \frac{3\delta}{\beta_3}$ munosabat uchun

$$Sup\left| P\left\{ \frac{A^n(W - W_n)}{\sqrt{\mu_n DW}} < x / \mu_n > 0 \right\} - \Phi(x) \right| \le \sqrt{M\left(\frac{1}{\mu_n} / \mu_n > 0 \right)}$$

$$\left(\frac{c_1\pi|a_3|\sqrt{2}}{3\sqrt{2\pi}(1-\delta)^{\frac{3}{2}}} + c_1 \ln\frac{\lambda\beta_3}{3\delta} + \frac{c_2}{\lambda\sqrt{2\pi}} + \frac{c_1(\beta_4 + 3)}{3(1-\delta)^2}\sqrt{M\left(\frac{1}{\mu_n} / \mu_n > 0 \right)} + \frac{c_1\beta_3^2}{9\delta^2}e^{-\frac{9\delta^2}{2\beta_3^2}} \right)$$

bu yerda c_1, c_2 Berri- Essen tengsizligidagi o'zgarmas sonlar.

Endi teoremani isbotlash uchun quidagi lemmani kiritamiz.

Lemma1. Faraz qilaylik $\{\overline{W}^i\}_1^\infty$ o'zaro bog'liq bo'lmagan, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lib, ular $\overline{W}$ kabi panjarasimon taqsimlangan. Agar ixtiyoriy $k \geq 2, 0 < \delta < \frac{1}{3}$ va $\lambda > \frac{3\delta}{\beta_3}$, $A > 1$, $M\mu_1^4 < \infty$ bo’lsa, u xolda quidagi tengsizlik o’rinli bo’ladi.

$$\sup_x \left| P\left\{ \frac{\overline{W}^{(1)} + \overline{W}^{(2)} + \ldots + \overline{W}^{(k)}}{\sqrt{k}} < x \right\} - \Phi(x) \right| \leq \frac{c_1 \pi |a_3|}{6\sqrt{2\pi k}} \left(\frac{k}{k-1} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{(1-\delta)^{\frac{3}{2}}} + c_1 a^k \ln \frac{\lambda \beta_3}{3\delta} + \frac{c_2}{\sqrt{2\pi}\lambda\sqrt{k}} +$$

$$+ \frac{c_1}{12} \frac{\beta_4 + 3}{k} \left(\frac{k}{k-1} \right)^2 \frac{1}{(1-\delta)^2} + c_1 \frac{\beta_3^2}{9\delta^2 k} e^{-\frac{2\delta k}{2\beta_3^2}},$$

bu yerda $a = \max\left\{ |f(t)| : \frac{3\delta}{\beta_3} \leq |t| \leq \lambda \right\} < 1$, c_1, c_2 -o’zgarmas sonlar Berri-Essen tengsizligidagiday, $f(t) = Me^{it\overline{W}}$

Lemmani isboti [3] V.V.Senatovdagi usulda olib boriladi.

Лемма 2. Agar $A > 1$ bo’lsa, u xolda bir extimollik bilan quidagi munosabat o’rinli bo’ladi,

$$A^n (W - W_n) = W^{(1)} + W^{(2)} + \ldots + W^{(\mu_n)} - \mu_n,$$

bu yerda $\{W^j\}_1^j$, $j = \overline{1, \mu_n}$ W kabi bir xil taqsimlangan , o’zaro bog’liq bo’lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi.

Isboti. Bu jarayonni bir ehtimollik bilan yaqinlashishini ko’ramiz.

$$A^n (W - W_n) = \lim_{r\to\infty} \left(A^n \frac{\mu_{n+r}}{A^{n+r}} - A^n W_n \right) = \lim_{r\to\infty} \left(A^n \frac{\mu_r^{(1)} + \mu_r^{(2)} + \ldots + \mu_r^{(\mu_n)}}{A^{n+r}} - A^n W_n \right) =$$

$$= \lim_{r\to\infty} \left(\frac{\mu_r^{(1)}}{A^r} + \frac{\mu_r^{(2)}}{A^r} + \ldots + \frac{\mu_r^{(\mu_n)}}{A^r} - A^n W_n \right) = W^{(1)} + W^{(2)} + \ldots + W^{(\mu_n)} - \mu_n.$$

Teorema isbotlandi.

Endi 2- lemmani ko’rib chiqamiz.

$$P\left\{ \frac{A^n (W - W_n)}{\sqrt{DW}\sqrt{\mu_n}} < x \ / \mu_n > 0 \right\} = \frac{1}{P(\mu_n > 0)} \sum_{k=1}^{\infty} P(\mu_n = k)$$

$$P\left(\frac{W^{(1)} + W^{(2)} + \ldots + W^{(\mu_n)} - \mu_n}{\sqrt{\mu_n}\sqrt{DW}} < x \ / \mu_n = k \right) =$$

$$= \frac{1}{P(\mu_n > 0)} \sum_{k=1}^{\infty} P\left(\frac{W^{(1)} + W^{(2)} + \ldots + W^{(k)} - k}{\sqrt{k}\sqrt{DW}} < x \right).$$

Shunday qilib

$$\left| P\left(\frac{A^n (W - W_n)}{\sqrt{\mu_n}\sqrt{DW}} < x / \mu_n > 0 \right) - \Phi(x) \right| =$$

$$= \left| \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P(\mu_n = k)}{P(\mu_n > 0)} P\left(\frac{\overline{W}^{(1)} + \overline{W}^{(2)} + \ldots + \overline{W}^{(k)}}{\sqrt{k}} < x \right) - \Phi(x) \right|$$

Endi 1- lemmani ko'ramiz

$$\sup_x \left| P\left(\frac{A^n (W - W_n)}{\sqrt{\mu_n}\sqrt{DW}} < x / \mu_n > 0 \right) - \Phi(x) \right| \le \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P(\mu_n = k)}{P(\mu_n > 0)} \left(\frac{c_1 \pi |a_3|}{6\sqrt{2\pi k}} \left(\frac{k}{k-1} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{(1-\delta)^{\frac{3}{2}}} + \right.$$

$$\left. + c_1 a^k \ln \frac{\lambda \beta_3}{3\delta} + \frac{c_2}{\lambda\sqrt{2\pi k}} + \frac{c_1(\beta_4 + 3)}{12k} \left(\frac{k}{k-1} \right)^2 \frac{1}{(1-\delta)^2} + c_1 \left(\frac{\beta_3}{3\delta\sqrt{k}} \right)^2 e^{-\frac{9\delta^2 k}{2\beta_3^2}} \right).$$

Shundan $k \ge 2,\ \ \frac{k}{k-1} < 2,$ demak $a^k < \frac{1}{\sqrt{k}},\ e^{-\frac{9\delta^2 k}{2\beta_3}} < e^{-\frac{9\delta^2}{2\beta_3}}$,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{P(\mu_n = k)}{P(\mu_n > 0)} \left(2^{\frac{3}{2}} c_1 \pi \frac{|a_3|}{6\sqrt{2\pi\, k}} \frac{1}{(1-\delta)^{\frac{3}{2}}} + c_1 \frac{1}{\sqrt{k}} \ln \frac{\lambda\beta_3}{3\delta} + \frac{c_2}{\lambda\sqrt{2\pi\, k}} + \frac{4c_1(\beta_4+3)}{12k(1-\delta)^2} + c_1 \frac{\beta_3^2}{9\delta^2 k} e^{-\frac{9\delta^2}{2\beta_3^2}} \right) =$$

$$= \sqrt{2} c_1 \pi \frac{|a_3|}{3\sqrt{2\pi}} M\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_n}} / \mu_n > 0 \right) \cdot \frac{1}{(1-\delta)^{\frac{3}{2}}} + c_1 M\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_n}} / \mu_n > 0 \right) \cdot \ln \frac{\lambda\beta_3}{3\delta} + \frac{c_2}{\lambda\sqrt{2\pi}} M\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_n}} / \mu_n > 0 \right)$$

$$+ \frac{c_1(\beta_4+3)}{3(1-\delta)^2} M\left(\frac{1}{\mu_n} / \mu_n > 0 \right) + \frac{c_1\beta_3^2}{9\delta^2} M\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_n}} / \mu_n > 0 \right) e^{-\frac{9\delta^2}{2\beta_3^2}}.$$

Koshi- Bunyakovski tengsizligiga ko'ra

$$M\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_n}} / \mu_n > 0 \right) \le \sqrt{M\left(\frac{1}{\mu_n} / \mu_n > 0 \right)}$$

U holda to'g'ri ekanligi kelib chiqadi

$$M\left(\frac{1}{\mu_n} / \mu_n > 0 \right) = \int_0^1 \frac{M\, S^{\mu_n} - P(\mu_n = 0)}{S(1 - p(\mu_n = 0))} dS.$$

3.2.I-sxemali immigratsiyali tarmoqlanish jarayoni uchun limit teorema 2

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$F_i(s) = \sum_{k \ge 0} F_k^i s^k \quad , \quad \sum_{k \ge 0} F_k^i = 1 \ , \ i{=}1{,}2$$

F_k^i i-tipdagi zarrachani k-ta zarrachaga bevosita aylanish ehtimolligi immegretsiya jarayoni esa zichlik funksiyasi uchun quyidagi hosil qiluvchi funksiya orqali beriladi

$$g_i(s) = \sum_{k\geq 0} g_k^i s^k \;,\; \sum_{k\geq 0} g_k^i = 0$$

$t \to 0$ vaqtdagi i-tipdagi n-ta zarrachani jarayonga qo'shish ehtimolligi $g_k^i t + 0(t)$ agar k>0 teng va k=0 bo'lsa, bu ehtimol $1 + g_k^i t + 0(-t)$.

Yuqoridagi shartlardan quyidagi o'rinli

TEOREMA. Faraz qilaylik asosiy jarayon diskret bo'lib immegratsiya jarayoni uzluksiz bo'ladi va

Agar $$F^i(s) = \sum_{k\geq 0} P_k^i S^k \qquad m^i = F'(1) = 1,\;\; F_i''(1) = b_i$$

$$\mu_i = \int_0^\infty t dG_i(t) \qquad t^2(1 - G_i(t)) \to 0\,, \quad t \to \infty \quad \text{i=1,2}$$

u holda

$$\gamma_i(t) = L_i(t) t^{-\theta_i} \;\; ; \;\; (\text{t} \to \infty)$$

bu yarda $\theta_i = 2\mu_i b_i^{-1}$, $L_i(t)$ -sekin o'zgaruvchi funksiya.

Isbot: Yuqoridagi berilgan shartlardan

$$\ln \gamma_i(t) = \lambda_i \int_0^t \left(\frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)\right)dx + \int_0^t \delta_i\left(\frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)\right)dx$$

bu yerda

$$\varepsilon_i(x) = ((1 - \Phi_i(t,0)) - \frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i}x}) = o(\frac{1}{x}) \qquad x \to \infty\,.$$

va shunday

$$\ln \gamma_i(t) = -\frac{\lambda_i \mu_i}{b_i}\ln(t) + \int_0^t (\delta_i(\frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)) - \varepsilon_i(x))dx + \frac{\lambda_i \mu_i}{b_i}$$

$\sum_{k\geq 1} kV_k^i \ln k < \infty$ vaqtga bog'liq holda o'zgaradi.

$$\delta_i(S) = V_i(1 - S) - V_i(1) + \lambda_i S$$

$$\sum_{k\geq 1} k^2 p_k^i \ln k < \infty$$

$$\int_0^\infty \left| S_i\left(\frac{1}{1+\frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)\right) - \varepsilon_i(x) \right| dx < \infty$$

$$L_i(t) \to C > 0$$

teorema isbotlandi.

Bu teoremalardan zarrachani yasash davri OXN dagi sistemaning bandlik davri bilan ustma-ust tushadi.

3.3.Zaxiralarni boshqarishning bazi bir modullari.

Masalani qo'yilishi.

Tashkilotlar, firmalar qandaydir zaxiraga ega bo'ladi. Xom ashyo, yig'iluvchi maxsulotlar, tayyor maxsulotlar, sotilishga mo'ljallangan yoki boshqa maqsadlardagi zaxiralar.

Shunday materiallarning to'plamini yani vaqtincha ishlamaydigan iqtisodiy resurslarni tashkilotning zaxiralari deyiladi.

Zaxiralar xar xil maqsadlarda tashkil qilinadi. Shulardan bittasi yani agar ma'lum bir mamentda ishlab chiqarishga qandaydir detal kerak bo'lsin, uni boshqa tashkilot yetkazib bersin va u omborda bo'lmasin. U xolda ishlab chiqarish jarayoni to'xtaydi. Shuning uchun omborda kerakli detallardan ma'lum sondagisini ushlab turiladi. Agar zaxirani ko'paytirilsa , u xolda saqlash qiymati oshib ketadi. Manashu zaxiralarni boshqarishning asosiy masalasi tashkilotni bir maromda ishlashini ta'minlashdan iborat.

Zaxiralarni boshqarishning sodda matematik modelini ko'raylik.

Quidagi chizmada Q zaxirani mumkin bo'lgan o'zgarishini ombordagi xolati t vaqt davomida zaxira qanday bo'lishi ko'rsatilgan. Q deganda maxsulot yoki tovarni bir xil ko'rinishini olamiz.

Agar maxsulotga talab kelsa, u xolda talab bajariladi va Q ning qiymati kamayadi.

Faraz qilaylik talab uzluksiz vaqtga davom etsin. Agar $Q = 0$ bo'lsa u xolda difitsit xosil bo'ladi.

Maxsulotni tayyor bo'lishi yoki istemolga borgunicha ungga turli xil omillar ta'sir qiladi. Bularga bir bir to'xtalib o'tamiz.

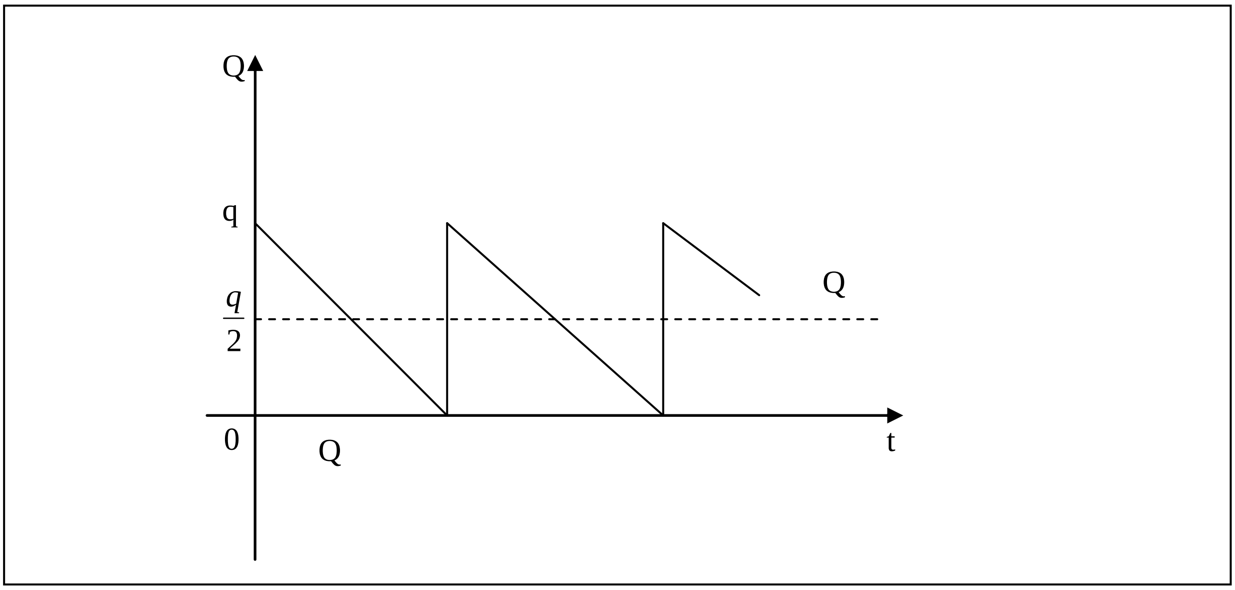
Tashkiliy yetishmovchilik – chiqim yani uni olib kelish va rasmiylashtirish bilan bog'liq xolat.

Zaxiralarni saqlashdagi yetishmovchilik- saqlash uchun sarf qilinadigan xarajatlar. Bu narsani xosil bo'lishi, saqlash jarayonidagi amartizatsiyada (maxsulot buzulishi, eskirishi, uni soni kamayishi mumkin va hokazo). Mavjud yetishmovchilik difitsitga bog'liq bo'lishi mumkin yani ombordan yetkazib kelish imkoniyati bo'lmasligi mumkin. U xolda qoshimcha yetishmovchilikni keltirib chiqaradi.

Xaridorni qaytarish- buesa moliyaviy jarima bo'lishi mumkin yoki zarar bo'lishi mumkin. Bevosita sizga bog'liq bo'lmagan xolda ombordan olib kelingan tovarni sonini partiyani o'lchovi deyiladi.

Zaxirni boshqarishning asosiy modeli

Zaxirani o'zgarishini 1-chizmada ko'rsatamiz.



g yillik talabni to'la qanoatlantirishi uchun, agar olib kelish o'lchovi q bo'lganda $\frac{g}{q}$- yetarli miqdor bo'ladi yoki yillik partiya bo'ladi. Zaxiraning ortacha qiymati $\frac{q}{2}$ ga teng bo'ladi.

Yetishmovchilikning tenglamasi quidagicha bo'ladi:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = \frac{bg}{q} + sg + \frac{hq}{2}$$

(1)

Bu yerda C_1- tashkilotning umumiy xarajatlari

C_2- tovarni narxi C_3- zaxirani xisobga olgandagi umumiy xarajatlar.

Tenglamadagi q dan boshqa miqdorlar o'zgarmas va aniq yani $C = f(q)$.

C ni minimimuni topish uchun, C dan q bo'yicha birinchi tartibli xosila olamiz va uni nolga tenglab yechamiz.

$$\frac{dC}{dq} = -\frac{bg}{q^2} + \frac{h}{2} = 0$$

bundan

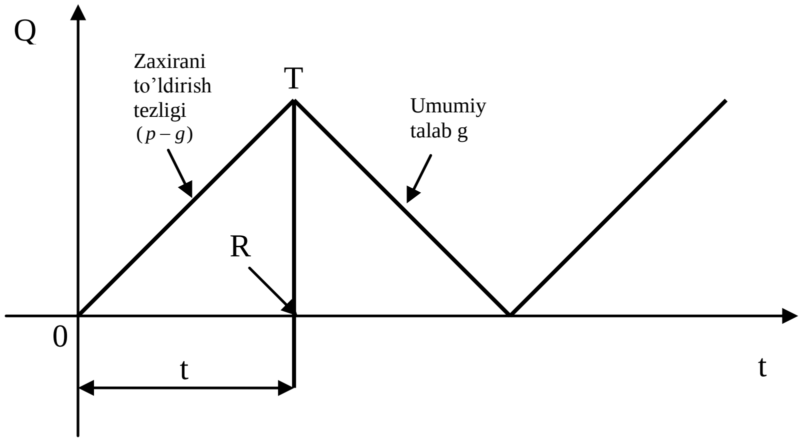
$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2bg}{h}}$$

bu yerda q_{opt} - partiyani aptimal o'lchovi.

Ishlab chiqarish modeli uchun masala

Zaxiralar xar xil maqsadlarda tashkil qilinadi. Shulardan bittasi yani agar ma'lum bir mamentda ishlab chiqarishga qandaydir detal kerak bo'lsin, uni boshqa tashkilot yetkazib bersin va u omborda bo'lmasin. U xolda ishlab chiqarish jarayoni to'xtaydi. Shuning uchun omborda kerakli detallardan ma'lum sondagisini ushlab turiladi. Agar zaxirani ko'paytirilsa , u xolda saqlash qiymati oshib ketadi. Manashu zaxiralarni boshqarishning asosiy masalasi tashkilotni bir maromda ishlashini ta'minlashdan iborat.

Ishlab chiqarish zaxirasi modelining o'zgarishi quidagicha bo'lsin.



Bu yerda:

g - yillik talab

q - zaxirani olchovi

p - omborga kelayotgan maxsulotlarning tezligi.

$RT=(g-p)t$ - zaxiraning maksimal darajasi.

$q=pt$ - bir korxona ishlab chiqargan maxsulot soni.

Chiqimlarning umumiy tenglamasi quidagicha bo'ladi.

$$C=C_1+C_2+C_3=\frac{bg}{q}+sg+\frac{hq}{2} \qquad (1)$$

Bu yerda C_1 - tashkilotning umumiy xarajatlari

C_2 - tovarni narxi C_3 - zaxirani xisobga olgandagi umumiy xarajatlar.

b -korxonaning xarajati.

s - maxsulotning narxi

h -zaxiraning boshqa xarajatlari.

C ni minimumini toppish uchun (1) dan q bo'yicha birinchi tartibli xosila olamiz va uni nolga tenglab ildizini topamiz.

$$\frac{dC}{dq}=-\frac{bg}{q^2}+\frac{h}{2}=0$$

Bundan q ning optimal qiymatini(miqdorini) topamiz.

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2bg}{h}}$$

Endi bularga oid misol ko'ramiz.

Misol. Korxona Akfa lampochka ishlab chiqaradi. Bir yillik talab 50000 dona lampochkani tashkil qiladi. Tashkilot xarajatlari 500000 so'm. Bitta lampochka baxosi 4000 so'm , uni saqlash xarajatlari xarbir lampochka uchun 40 so'm. ombordagi zaxira 80000 dona lampochka bilan to'ldirib boriladi va q ta bo'lganda to'xtatiladi. Barcha xarajatlarni minimumlashtiruvchi partiyani toping? Yil davomida qancha lampochka sotilishini toping?

Yechish. Bizda berilganlar $g = 50000$, $p = 80000$ $b = 5000$ $s = 4000$ $h = 40$

Topish kerak $q_{opt} = ?$, $n = ?$, $RT = ?$

Zaxiraning optimal miqdori:

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2bg}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500000 \cdot 50000}{40}} = 73500$$

Joriy yildagi partiyalar soni:

$$n = \frac{g}{q} = \frac{50000}{80000} = 0.68$$

Zaxirani maksimal o'zgarishi.:

$$RT = (p - g)t = \frac{(p - g)q}{p} = \frac{30000 \cdot 73500}{80000} = 27562.5$$

Maxsulotning o'zgarish davri:

$$t = \frac{q}{p} = \frac{73500}{80000} = 0.92$$

Xulosa qilib aytganda bu masala korxona yoki tashkilotning ishlab chiqargan maxsulotini sotish jarayonida foyda keltirishiga xizmat qiladi. Bu yerda zaxirani shunday qiymatini topish kerakki maxsulot sotilishi kerak. Olib kelingan maxsulot zaxirada qolib ketmasligi kerak va yetmay xam qolmasligi kerak. Biz topgan natija maxsulotning optimal qiymatini belgilab beradi.

Xulosa.

Mening dissertatsiya ishim mavzusi “Zaxiradagi tiklanuvchi elementlar uchun takrorlanuvci sistemada limit teoremalar” deb nomlanadi. Dissertatsiyam Kirish, Asosiy qism, Xulosa, internet ma’lumotlari va foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxatidan iborat.

Dissertatsiyaning Kirish qismida Prezident I.A.Karimovning ilmiy tadqiqot ishlariga big‘ishlangan fikr va mulohazalari, milliy g‘oya targ‘iboti va manaviy-marifiy ishlar samaradorligini oshirish to‘g‘risidagi qarorlari, iqtisodiy krizs, ma’naviy inqiroz, shu bilan birga prezidentimizning O‘zbekiston Respublikasi Oliy majlisi qonunchilik palatasi va senatining 2010-yil 27-yanvar kuni bo‘lib o‘tgan qo‘shma majlisidan “Mamlakatni barpo etish-ustuvor maqsadimizdir” hamda Vazirlar Maxkamasining 2010-yil 29 yanvar kuni bo‘lib o‘tgan majlisidagi “Asosiy vazifamiz-vatanimiz taraqqiyoti va xalqimiz farovonligini yanada yuksaltirishdir” mavzulardagi maruzalaridan ham keng foydalanildi. Shu bilan birga 2014 yil “Sog‘lom bola yili” Davlat dasturi to’g’risida fikrlar yuritilgan.

Dissertatsiyaning asosiy qismida mavzu uchun kerak bo’lgan boshlang’ich ma’lumotlar, tiklanuvchi element haqida tushuncha, ishonchlilik nazariyasining xarakteristikalari, OXK nazariyasida o’lish va ko’payish jarayoni, limit teoremalar, zaxiralarni boshqarishning bazi bir modullarini va barcha o’rganilgan bilimlarni nazariy natijalari keltirilgan

Shuningdek Ishlab chiqarish modeli uchun masala, I-sxemali immigratsiyali tarmoqlanish jarayoni uchun limit teorema-2, Kritikkacha bo’lgan Galton-Vatson tarmoqlanish jarayoni uchun Berriy-Essen tengsizligi kabi maqolalar chop etilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. O’zbekiston Respublikasi Vazirlar Maxkamasining “Ta`lim to’g’risida”gi va “Kadrlar tayyorlash dasturida” gi qonuni 1997 – yil, 29 – avgust.
2. I.A. Karimov “Barkamol avlod orzusi” Toshkent – 2000 yil.
3. I.A. Karimov “Inson baxt uchun tug’iladi”, “Sharq” – T. 2001
4. I.A. Karimov “Yuksak ma`naviyat – yengilmas kuch”. Toshkent “ Ma`naviyat” 2005.
5. I.A. Karimov “Jahon moliyaviy – iqtisodiy inqirozi, O’zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo’llari va choralari” – T: O’zbekiston, 2009 yil.
6. I.A. Karimov “Mamalakatimizda demokratik islohotlarni yanada chuqurlashtirish va fuqorolik jamiyatini rivojlantirish konsepsiyasi” – T: O’zbekiston, 2010 yil.
7. I.A.Karimov “Mamlakatimizni modernizatsiya qilish va kuchli fuqorolik jamiyati barpo etish-ustuvor maqsadimiz”. “Xalq so’zi” gazetasi 2010 yil. 27 yanvar.
8. I.A. Karimov “Mamlakatimizni modernizatsiya qilish yo’lini izchil davomi – taraqqiyotimizning muhim omilidir”, “Ishonch” gazetasi; 2010 yil 8 – dekabr.
9. I.A. Karimov “Barcha reja va dasturlarimiz vatanimiz taraqqiyotini yuksaltirish, xalqimiz farovonligini oshirishga xizmat qiladi”, “Xalq so’zi” gazetasi, 2011 yil 22 – yanvar.
10. I.A.Karimov “O’zbekiston respublikasining 20-yilligiga bag’ishlangan”. “Xalq so’zi” gazetasi, 2011 yil 6 aprel.
11. I.A. Karimov “Axborot va kommunikatsiya texnologiyalarini yanada taraqqiy ettirishning tashkiliy – huquqiy jihatlari”, “Xalq so’zi” gazetasi, 2011 yil 15 – aprel.
12. I.A. Karimov “Sog’lom bola yili” davlat dasturi O‘zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari to‘plami, 2014 y., 9-son, 87-modda

13.М.С. Красс. Математика для экономических специальностей. — М., "ИНФРА-М", 1998.

14.Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. « Математические методы в теории надежности» Наукаю М 1965

15.Севостянов Б. А. «Ветвящыхся процессы» М. Наука, 1971.

16.Ватутин В.А. «Теория вероятностей и её применения» Т.19. № 1. 1974г. стр.26-35.

17.Бадалбоев И.С. Машраббоев А. В.кн: «Вероятностные распределения и математическая статистика» Ташкент, ДАН, 1986г. стр. 60-80.

18.Харрис. Т.Е., Теория ветвящихся случайных процессов, М., Мир., 1966, 355 с

19.18.Heyde C.C. and Brown B.M., An Invariance principle and some convergence rate results for branching processes, Z.Wahrscheinlichkeitstheor. und verw, Geb. 20, 271-278 (1971)

20.18.Сенатов В.В., Центральная предельная теорема: Точность аппроксимации и ассимптотические разложения. – М., 2009, 352 с (E. mail : URSS : @ URSS)

21. WWW.fakultet.uz

22. WWW.Oqayiq.uz

23. WWW.Ziyonet.uz

24. WWW.Fank.ru

25. WWW.Mail.ru

26. WWW.sefan.ru