O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA

MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

Qo’lyozma huquqida

UDK 519.21

TOSHXONOV AZIZBEK TURSUNBOYEVICHNING

QAYTARUVCHI EKRANLI TASODIFIY JARAYONLAR HAQIDA

5A130102-“Ehtimollar nazariyasi va matematik sitatistika” mutaxassisligi bo’yicha magistr akademik darajasini olish uchun yozilgan

MAGISTRLIK DISSERTATSIYASI

Ilmiy rahbar:

f.m.f.d. Hojiboyev V. R.

Namangan-2014

M U N D A R I J A

K I R I S H

“Bugun hayotga kirib kelayotgan, bilagi kuch-quvvatga to‘lib borayotgan yigit-qizlarimizning ochiq chehrasiga boqib, aytmoqchiman – barchamiz bir narsani esimizdan chiqarmasligimiz zarur: Vatanimizning taraqqiyoti haqida, dunyoning rivojlangan demokratik davlatlari qatoriga ko‘tarilishimizni avvalo siz, unib-o‘sib kelayotgan yoshlarimizning salohiyati, bilimga chanqoqligi va ilmu fan cho‘qqilarini o‘zlashtirishingizga, yetuk va barkamol avlod bo‘lib voyaga yetishingizga qarab xalqaro jamoatchilik bizning nimalarga qodir ekanimizga baho beradi.
Shuning uchun ham biz o‘zligini, o‘z qadr-qimmatini, Vatani oldidagi o‘z burchini chuqur anglagan, o‘z oldiga baland marralar qo‘yib, dunyodagi barcha tengdoshlari bilan bellashuvga tayyor farzandlarimni bizning ishonchimiz va tayanchimiz, hal qiluvchi kuchimiz, deb yuksak qadrlaymiz va siz yoshlarimizni e’zozlab kamol toptirishda o‘zimizni hech qachon ayamaymiz.” *I.A.Karimov.*

Istiqlolning dastlabki yillaridan boshlab Respublikamizda Prezdientimiz rahnamoligida jismonan sog’lom, ma’nan etuk va barkamol avlodni voyaga etkazish keng ko’lamli islohotlarning ustuvor yo’nalishlaridan biriga aylandi.

Joriy yilning “Sog’lom bola yili” deb e’lon qilinishi va shu munosabat bilan Davlat dasturining qabul qilinishi bu boradagi ishlar ko’lamini yanada kengaytirmoqda.

Davlat dasturida sog’lom bolalar tug’ilishi va ta’lim-tarbiyasi, oilada sog’lom muhitni, uning iqtisodiy va ma’naviy-ahloqiy asoslarini mustahkamlash, ijtimoiy soha rivojiga ajratilayotgan mablag’lar samaradorligini oshirish bilan bog’liq keng ko’lamli vazifalar belgilangan.

“Bizning o’z oldimizga qo’ygan asosiy maqsadimiz – boshlagan islohotlarimiz, iqtisodiyotimizni yangilash va modernizasiya qilish jarayonlarini davom ettirish va chuqurlashtirish, hayotimiz darajasi va sifatini izchil oshirib borishni ta'minlash, tenglar ichida teng bo'lib, jahon hamjamiyatida munosib o'rin egallashdan iboratdir.

Yangi – 2014 yilni yurtimizda "Sog'lom bola yili" deb e'lon qilingani jamoatchiligimiz, xalqimiz tomonidan qanday ko'tarinki kayfiyat va mamnuniyat bilan kutib olinganiga, keng qo'llab-quvvatlanayotganiga barchamiz guvohmiz.

Bizning vazifamiz, kerak bo'lsa, oliy burchimiz – farzandlarimizning ham jismoniy, ham ma'naviy jihatdan uyg'un rivojlangan, zamonaviy bilim va tajribalarni puxta egallagan, Vatanimiz va xalqimiz kelajagi uchun mas'uliyatni o'z zimmasiga olishga qodir bo'lgan barkamol insonlar bo'lib voyaga yetishi uchun qo'limizdan kelgan barcha-barcha ishlarni amalga oshirishdan iboratdir. Biz yaqin kunlarda "Sog'lom bola yili" bo'yicha keng ko'lamli davlat dasturini qabul qilamiz. Bu dastur bizning ana shunday haqiqatan ham buyuk maqsad-muddaolarimizni ro'yobga chiqarishda, hech shubhasiz, yangi va ulkan qadam bo'ladi.

Barchamiz bir yoqadan bosh chiqarib, belimizni mahkam bog'lab, har birimiz o'z joyimizda astoydil mehnat qilsak, Vatanimiz ravnaqi va taraqqiyotiga munosib hissamizni qo'shsak, men ishonaman – oldimizda turgan vazifalar qanday ulkan va murakkab bo'lmasin, biz o'z ko'zlagan ezgu marralarimizga albatta erishamiz."

I.A.Karimov.

" 2013-yilda ta'lim-tarbiya sohasida islohotlarni yanada chuqurlashtirish, ta'lim standartlari va dasturlarini takomillashtirish, maktablar, litsey va kollejlar, oliy o'quv yurtlarining moddiy-texnik bazasini yanada mustaqkamlash masalalariga katta e'tibor berildi.

2013-yilda ta'lim-tarbiya tizimini isloh etish borasida amalga oshirilgan keng ko'lamli chora-tadbirlar haqida so'z borar ekan, o'sib kelayotgan yosh avlodning xorijiy tillarni o'zlashtirish darajasini oshirishga qaratilgan ishlarni alohida qayd etmoqchiman. Jahonda integrasiya jarayonlari kuchayib, kundalik hayotga kompyuter texnologiyalari va Internet keng joriy etilayotgan bugungi sharoitda chet tillarni puxta bilmasdan va egallamasdan turib kelajakni qurib bo’lmasligini barchamiz yaxshi anglab olmoqdamiz.” [1]

Bugungi kunda O‘zbekiston aholisining 60 foizdan ortig‘ini yoshlar tashkil etadi. Shuning uchun ham mamlakatimizda amalga oshirilayotgan barcha ijobiy o‘zgarishlar zamirida har tomonlama barkamol – jismonan sog‘lom, aqlan yetuk, nafaqat ko‘plab bilimlarni, hozirgi davrda talab katta bo‘lgan kasb-hunarlarni egallagan, ayni paytda, mustaqil va ijodiy fikrlashga qodir, intellektual salohiyati yuksak yosh avlod to‘g‘risida g‘amxo‘rlik qilishdek ustuvor maqsad mujassam ekani tabiiydir. Davlatimiz rahbari ta’kidlaganidek, oldimizda turgan eng ezgu maqsadlarimiz – mamlakatimizning buyuk kelajagi ham, ertangi kunimiz, erkin va farovon hayotimiz ham, O‘zbekistonning XXI asrda jahon hamjamiyatidan qanday o‘rin egallashi ham – bularning barcha-barchasi, avvalambor, yangi avlod, unib-o‘sib kelayotgan farzandlarimiz qanday insonlar bo‘lib voyaga yetishiga bog‘liqdir.

Mamlakatimizda yuritilayotgan kuchli yoshlar siyosati mustahkam huquqiy asosga ega. U O‘zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi qoidalarida, ushbu sohaga tegishli 22 qonunda o‘z ifodasini topgan. Mamalakatimiz mustaqillikka erishganidan so‘ng qabul qilingan dastlabki qonun hujjatlaridan biri 1991-yil 20-noyabrdagi “O‘zbekiston Respublikasida yoshlarga oid davlat siyosatining asoslari to‘g‘risida”gi qonun ekanligida katta ramziy ma’no bor. Prezidentimizning qator farmon va qarorlari o‘sib kelayotgan yosh avlodni milliy va umuminsoniy qadriyatlar, milliy istiqlol g‘oyasi, o‘z Vatani va xalqiga mehr-muhabbat va sadoqat ruhida tarbiyalashga, uni har tomonlama – jismonan, ma’nan va ruhan barkamol etib voyaga yetkazish uchun zarur shart-sharoitlarni yaratishga yo‘naltirilgan.

---

[1] *18.01.2014-yil. Kuni O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning mamlakatimizni 2013- yilda ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirish yakunlari va 2014-yilga mo’ljallangan iqtisodiy dasturning eng muqim ustuvor yo’nalishlariga bag’ishlangan Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma'ruzasi*

O‘sib kelayotgan yosh avlodning har tomonlama rivojlanishi uchun barcha qulay shart-sharoitlarni yaratib berish borasida olib borilayotgan kompleks chora-tadbirlar xalqimizga xos xususiyat bo‘lib, milliy tabiatimizning uzviy qismiga aylangan. Har bir oilada, har bir mahallada, eng avvalo, yoshlarning salomatligini ta’minlash, ularga yaxshi bilim berish, ayni paytda yuksak ma’naviy va ahloqiy fazilatlarga ega munosib shaxslar etib voyaga yetkazish azaldan muhim masala bo‘lib kelgan. Mustaqillik yillarida ushbu vazifalar O‘zbekistonda davlat siyosati darajasiga ko‘tarildi va bu esa barcha sohalarda yuksak yutuqlarga erishish imkonini bermoqda.

Mustaqillik yillarida demokratik va bozor o‘zgarishlari talablariga mos ravishda ta’lim va kadrlar tayyorlash tizimida tub islohotlar amalga oshirildi. Ushbu nihoyatda muhim sohadagi chuqur islohotlar Prezidentimiz Islom Karimov tashabbusi bilan 1997-yil 29-avgustda qabul qilingan “Ta’lim to‘g‘risida”gi qonun, ayni paytda ko‘lami, qamrovi va maqsadlariga ko‘ra o‘ta noyob Kadrlar tayyorlash milliy dasturi asosida amalga oshirildi. Mamlakatimizda ta’lim shaxs, jamiyat va davlatning iqtisodiy, ijtimoiy, ilmiy-texnik va madaniy ehtiyojlarini ta’minlaydigan ustuvor soha, deb e’lon qilingan. Mavjud ta’lim muassasalarini davr talablarini hisobga olgan holda isloh qilishdan tashqari MDH davlatlarida o‘xshashi yo‘q yangi turdagi o‘quv yurtlari – kasb-hunar kollejlari va akademik litseylar tashkil etildi. Shu tarzda iqtisodiyot va ijtimoiy sohaning barcha tarmoqlari uchun yuqori malakali, raqobatbardosh kadrlar tayyorlashga, yoshlarni ma’naviy-ahloqiy va har tomonlama ijodiy rivojlantirishga yo‘naltirilgan uzluksiz o‘quv-ilmiy-ishlab chiqarish ta’limining noyob yaxlit tizimi shakllantirildi. Jahon tajribasini hisobga olgan holda, ta’limning barcha bosqichlari uchun davr talablariga mos davlat ta’lim standartlari, o‘quv dasturlari va darsliklar ishlab chiqilib, joriy qilindi. Shuningdek, ilg‘or pedagogik texnologiyalar va o‘qitishning interfaol usullaridan keng foydalanilmoqda.

Mamlakatimizning jahon maydonidagi nufuzi va raqobatbardoshligini oshirish koʻp jihatdan yoshlarning intellektual va ijodiy salohiyatini yuksaltirishga bogʻliq. Shu sababli iqtidorli yoshlarni aniqlash va ragʻbatlantirishga, yosh avlodning zamonaviy dunyoqarashini, ijodiy va shaxsiy xususiyatlarini milliy va umuminsoniy qadriyatlar asosida shakllantirishga alohida e'tibor qaratilmoqda.

Oʻzbekistondagi yoshlar siyosatining muhim yoʻnalishlaridan biri iqtidorli yoshlarni ilm-fanga keng jalb etishdir. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining Davlat stipendiyalariga oʻqishda va jamoat ishlarida yuqori natijalarga erishayotgan yoshlar sazovor boʻlmoqda. Shuningdek, bir qator maxsus stipendiyalar ta'sis etilgan. Yoshlar salohiyatini rivojlantirish borasidagi bunday gʻamxoʻrlik oʻz samaralarini berayotir. Bu, jumladan, har yili oʻtkaziladigan Respublika innovatsion gʻoyalar, texnologiyalar va loyihalar yarmarkasida yosh olimlar va talabalar tomonidan taqdim qilinayotgan istiqbolli yangiliklar soni tobora ortib borayotganida yaqqol namoyon boʻlmoqda.

Mamlakatimizda xalqimizga xos yuksak ma'naviy qadriyatlar va eng yaxshi an'analar ruhida kamol topayotgan, Vatanimiz taqdiri, uning kelajagi va ertangi kuniga mas'ullik tuygʻusini teran anglaydigan, davlatimiz rahbari tomonidan ishlab chiqilgan Mamlakatimizda demokratik islohotlarni yanada chuqurlashtirish va fuqarolik jamiyatini rivojlantirish konsepsiyasi doirasida hayotimizning barcha jabhalarini isloh qilish va yangilash boʻyicha tobora jadallashib borayotgan ishlarga oʻz hissasini qoʻshish maqsadida oʻqishda, ishda katta yutuqlarga erishishga intilayotgan barcha yigit-qizlar har tomonlama qoʻllab-quvvatlanmoqda.

Ayni paytda davlatimiz rahbari tomonidan yoshlarning huquq va manfaatlarini ta'minlash boʻyicha qoʻyilgan vazifalarni toʻliq amalga oshirish uchun hali koʻp ishlar qilinishi kerak. Bu, birinchi navbatda, yigit-qizlarimizning olijanob intilishlarini roʻyobga chiqarish, jamiyatimizning ijtimoiy, iqtisodiy va ma’naviy rivojlanishida ishtirok etishida barcha yordamni ko‘rsatish bilan bog‘liqdir.

Yoshlarimizning ulkan salohiyatini har tomonlama ro‘yobga chiqarish uchun ularning ilm-fan, texnika, axborot texnologiyalari, madaniyat, san’at, sport, tadbirkorlik kabi sohalardagi tashabbuslarini qo‘llab-quvvatlash ishlarini yanada kuchaytirish, shuningdek, O‘zbekistonda kuchli yoshlar siyosatini amalga oshirishda davlat va jamoat tuzilmalarining ijtimoiy sherikligini mustahkamlash va rivojlantirish zarur. Prezidentimiz tomonidan ko‘rsatilayotgan doimiy e’tibor va g‘amxo‘rlik yosh avlod zimmasiga zalvorli mas’uliyat yuklaydi, yoshlarimizdan xalqimiz oldida turgan yuksak maqsadlarga erishishda yanada faollik ko‘rsatishni talab etadi.

Davlatimiz rahbari Islom Karimov tashabbusi bilan 2014-yil mamlakatimizda “Sog‘lom bola yili” deb e’lon qilinishi jamoatchiligimiz tomonidan keng qo‘llab-quvvatlandi. Joriy yilning 19-fevral kuni O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Sog‘lom bola yili” Davlat dasturi to‘g‘risida”gi qarori qabul qilindi. Shuni ishonch bilan aytish mumkinki, bu mustaqilligimizning ilk kunlaridan jismonan sog‘lom va ma’nan yetuk barkamol avlodni tarbiyalash ustuvor vazifa etib belgilangan ijtimoiy yo‘naltirilgan davlat siyosatining mantiqiy davomi bo‘ldi. “Ona va bola”, “Yoshlar ”, “Barkamol avlod ”, “Oila” va boshqa nomlar bilan atalgan yillarda amalga oshirilgan ishlar xalqimizning ezgu orzusi bo‘lgan sog‘lom bola tarbiyalashdek olijanob maqsadga hamohangdir. Hech shubhasiz, har birimiz farzandlarimizni sog‘lom va har tomonlama barkamol qilib tarbiyalash, ularning baxt-saodati, yorug‘ kelajagini ko‘rishni niyat qilamiz. O‘tgan davrda keng miqyosli va teran mazmunli ulkan ishlar, mamlakatimiz va jamiyatimiz taraqqiyoti uchun g‘oyat muhim ahamiyat kasb etuvchi vazifalarni bajarishga yo‘naltirilgan qator umummilliy dasturlar, birinchi navbatda, “Sog‘lom ona – sog‘lom bola” dasturi amalga oshirildi. Farzandlarimiz va xalqimiz baxti uchun, kelajagimiz uchun qilinayotgan bu ezgu ishlar izchillik bilan davom etib, tobora kengayib borayotgani, yuksak samaralar berayotgani quvonarlidir.

Kadrlar tayyorlash milliy dasturi va Maktab ta’limini rivojlantirish umummilliy davlat dasturining amalga oshirilishi samaralari mamlakatimizda barkamol avlodni tarbiyalashga qaratilayotan ulkan e’tiborning yaqqol tasdig‘idir.

“Sog‘lom bola yili” Davlat dasturida ko‘zda tutilgan chora-tadbirlar, avvalo shu muhim masalalarni hal qilishga qaratilgan. Joriy yilda Davlat dasturini amalga oshirish jarayonida bu ishlarning barchasi yanada yuqori darajaga ko‘tariladi. Dasturda avvalo ham jismoniy, ham ma’naviy jihatdan sog‘lom, mustaqil fikrlay oladigan, yuksak intellektual salohiyatli, chuqur bilimli va zamonaviy dunyoqarashga ega, mamlakat taqdiri va kelajagi uchun mas’uliyatni o‘z zimmasiga olishga qodir barkamol avlodni shakllantirish, davlat va jamiyatning barcha kuch va imkoniyatlarini ana shu maqsadlarga safarbar etishga doir keng miqyosli chora-tadbirlarni amalga oshirish ko‘zda tutilgan. Dastur yetti bo‘lim va 125 banddan iborat bo‘lib, unda bolalar tug‘ilishi, ta’lim-tarbiyasi, oilada sog‘lom muhitni, uning iqtisodiy va ma’naviy-ahloqiy asoslarini mustahkamlash, ijtimoiy soha rivojiga ajratilayotgan mablag‘lar samaradorligini oshirish bilan bog‘liq barcha masalalar aks etgan.

“Biz tayanchimiz va suyanchimiz, g‘ururimiz va iftixorimiz bo‘lmish bolalarimizga, farzandlarimizga ishonch bilan, hurmat-e’tibor bilan qarashni kelajagimizga bo‘lgan ishonch, millatimizga, xalqimizga bo‘lgan hurmat-ehtirom ifodasi, deb bilamiz.” *I.A. Karimov*

“Sog‘lom bola yili” Davlat dasturi buning yana bir yorqin tasdig‘idir.

Ma'lumki, Vatanimiz istiqlol g‘alabasidan so‘ng shaxdam odimlar bilan olg‘a bormoqda, ilm – fan va texnikaning zamonaviy sohalari rivojlanmoqda va bu rivojlanish ilm ahli oldiga ko‘plab zamonaviy muammolarni hal etishni ko‘ndalang qilib qo‘ymoqda. Ushbu fikrimizni Prezidentimiz Islom Abdug‘anievich

Karimovning “O‘zbekiston XXI asr bo‘sag‘asida: xavfsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyot kafolatlari” nomli kitoblarida keltirilgan quyidagi

so‘zlardan ham bilib olsak bo‘ladi:

“Respublikamizda quyidagi yo‘nalishlar bo‘yicha jahon dara-jasidagi ilmiy maktablar yaratilgan bo‘lib, ularda tadqiqotlar muvafaqqiyatli olib borilmoqda. Jumladan, matematika, ehtimollar nazariyasi, tabiiy va ijtimoiy jarayonlarni matematik modellash, informatika va hisoblash texnikasi sohasidagi tadqiqotlar.Matematika fanining ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, differensial tenglamalar va matematik fizika, funksional tahlil sohasidagi yutuqlari respublikadan ancha uzoqda ham mashhur”.

Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanining XX asrdagi rivoji va uning xalq xo'jaligining turli tarmoqlariga tadbiqlari o'zining ilmiy amaliy ahamiyati bilan ajralib turadi. Bunga misol sifatida A.N.Kolmogorov, A.Xinchin, YU.V.Proxorov, B.V.Gnedenko, A.Borovkov, A.N.Shiryayev, V.Petrov, V.Korolyuk, S.X.Sirojiddinov, T.A.Azlarov, Sh.Q.Formanov, A.Skoroxod, Y.P.Kubilyus,V.Feller kabi olimlar ishlarining fundamentalligini keltirish mumkin.

Istiqlol yo’lida qadam tashlab borayotgan Vatanimizdagi mavjud ma'naviy madaniy omillarga ahamiyat berish bilan birga maorif, ta'lim-tarbiya ishlariga e'tibor kuchaytirilmoqda.

“Ta'lim va tarbiya tizimini o’zgartirmasdan turib ongni o’zgartirib bo’lmaydi. Ongni tafakkurni o’zgartirmasdan turib esa, biz ko’zlagan oliy maqsad Ozod va obod jamiyatni barpo etib bo’lmaydi.” *I.A.Karimov.*

Respublikamizda ta'limning yangi tizimini amalga oshirishda tariximizdagi ta'lim jarayonlarini o’rganib chiqib, ta'limni isloh qilish dasturi tayyorlandi.

Barcha e'tibor ta'lim tizimining demokratik va insonparvarlik tamoyillari asosida takomillashtirib, uning moddiy texnika ba'zasini zamon va davr talablari darajasiga ko’tarish va O’zbekistonning ma'rifiy saloxiyatini kuchaytirishga qaratildi.

Shu maqsadda 1992 yil 2 iyulda “Ta'lim to’g’risida”gi qonun qabul qilindi.

Ma'lumki, O’zbekiston Respublikasi Prezidenti I.A.Karimovning Respublika Oliy Majlisi IX sessiyasida so’zlagan nutqi va “Ta'lim –tarbiya va kadrlar tayyorlash tizimini tubdan isloh qilish, barkamol avlodni voyaga yetkazish to’g’risida” gi farmoni muhim ahamiyatga ega edi. Bu esa oliy maktabda o’qitish sistemasini isloh qilishni taqazo etadi. Shuning uchun zamon talabiga mos o’quv qo’llanmalar yaratish milliy dasturni amalga oshirish vazifalaridan biridir. Matematika o’sib borayotgan yosh avlodni kamol toptirishda o’quv fani sifatida keng imkoniyatlarga ega. U tafakkurni rivojlantirib, aqlni charxlaydi, fikrlashni tartibga soladi. Shu bilan bir qatorda teoremalarni isbotlash va mulohazalarni to’g’ri tuzish talabalarni bilimga ehtiyojli qilib tarbiyalab boradi.

O’zbekistonda qabul qilingan o’ziga xos islohot va modernizatsiya modeli orqali biz o’z oldimizga uzoq va davomli milliy manfaatlarimizni amalga oshirish vazifasini qo’yar ekanmiz, eng avvalo, "shok terapiyasi" deb atalgan usullarni bizga chetdan turib joriy etishga qaratilgan urinishlardan, bozor iqtisodiyoti o’zini o’zi tartibga soladi, degan o’ta jo’n va aldamchi tasavvurlardan voz kechdik.

Ma'muriy-buyruqbozlik tizimidan boshqaruvning bozor tizimiga o’tish jarayonida tadrijiy yondashuvni, **"yangi uy qurmasdan turib, eskisini buzmang"** degan hayotiy tamoyilga tayangan holda, islohotlarni izchil va bosqichma-bosqich amalga oshirish yo’lini tanladik.

Eng muhimi, parokandalik va boshboshdoqlik ta'siriga tushib qolmaslik uchun o’tish davrida aynan **davlat bosh islohotchi sifatida mas’uliyatni o’z zimmasiga olishi zarurligini biz o’zimizga aniq belgilab oldik.**

Mamlakatimizning uzoq va davomli manfaatlari taqozo etgan holatlarda va keskin vaziyatlardan chiqish, ular tug’diradigan muammolarni hal etish zarur bo’lganda iqtisodiyotda davlat tomonidan boshqaruv usullari qo’llandi va bunday yondashuv oxir-oqibatda o’zini to’la oqladi.

Barchamiz bir haqiqatni anglab yetishimiz lozim - O’zbekiston bugun xalqaro hamjamiyatning va global moliyaviy-iqtisodiy bozorning ajralmas tarkibiy qismi hisoblanadi.

“Har qanday millatning rivoji umumbashariyat tarixida tutgan o’rni, mavqeyi va shuhrati bevosita o’z farzandlarining aqliy va jismoniy yetukligiga bog’liqdir” *I.A.Karimov.*

O‘zbekiston Respublikasi mustaqillikka erishgan kunlardan boshlaboq Respublikamiz Prezidenti Islom Abdug’aniyevich Karimov mamlakatimizda kadrlar tayyorlash masalasiga asosiy e'tiborni qaratib kelmoqda. Xususan, 1997 - yilning 29 avgustida O‘zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining 9-sessiyasida “Ta'lim to‘g‘risida” gi qonunga asoslangan “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” qabul qilindi. Bu dastur uch bosqichdan iborat:

1-bosqich: 1997-2001 yillar. Bunda kadrlar tayyorlash milliy dasturining amalga oshirish uchun zarur shart sharoitlar yaratish.

2-bosqich: 2001-2005 yillar. Bunda xuquqiy me'yoriy hujjatlar asosida barkamol avlodni Davlat ta'lim standartlariga javob beradigan qilib tayyorlash maqsad qilib qo‘yilgan.

3-bosqich: 2005 yil va undan keyingi yillar. Bunda davr talabiga mos bo‘lgan barkamol avlodni jamiyatimizning rivojlanishi darajasida tarbiyalab voyaga yetkazish maqsad qilib qo‘yilgan.

Hozirgi paytda Respublikamizda “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”da nazarda tutilgan barcha rejalar muvaffaqiyat bilan amalga oshirildi va davom ettirilmoqda.

Hurmatli Prezidentimiz I.A.Karimovning **“Jahon moliyaviy iqtisodiy inqirozi, O’zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo’llari va choralari”** nomli asarida hozirgi davrdagi jahon moliyaviy iqtisodiy inqirozining mazmuni, kelib chiqish sabablari va salbiy ta’siri oqibatlari, O’zbekistonda inqiroz ta’siri oqibatlarining oldini olish va yumshatishga asos bo'luvchi omillar, mamlakatimiz iqtisodiyotini modernizatsiyalash va yangilashni izchil davom ettirish borasida qo'lga kiritilayotgan yutuqlar, ustuvor yo'nalishlar, mavjud muammolar va ularni hal etish yo'llari to'g'risida talabalarga bilim berish maqsadida asosiy masalalar atroflicha yoritib berilgan. Biz oliy o'quv yurti talabalari va professor o'qituvchilari prezidentimiz tomonidan yozilgan ushbu asarni atroflicha o'rganib, dars berish jarayonida talabalarga uning mohiyatini ochib berish va ulardan kelib chiqadigan muammolarni kundalik ta'lim tarbiya ishlarimizdagi muammolarni hal qilishga dasturli amal qilishimiz lozim bo'ladi.

Hozirgi davrda axborot – kommunikatsiya texnologiyalari orqali uzatiladigan axborot jamiyat rivojining eng muhim shartlaridan biri bo'lib qoldi. U ishlab chiqarish resursi, insonlar orasidagi aloqani ta`minlovchi qudratli vositaga aylandi. Mazkur sohada samarali huquqiy mexanizmlarning yaratilishi hamda joylardagi sohaga oid qonun hujjatlari ijrosini ta`minlash iste'molchilarning barcha qatlamlari hamda jadallik bilan rivojlanib borayotgan zamonaviy axborot – kommunikatsiya texnologiyalariga mos tushadigan, tubdan yangilangan axborot – kommunikatsiya tarmoqlari vujudga kelishiga zamin yaratib, mamlakatimizda axborotlashtirish jarayonlarini jadallashtirish hamda O'zbekistonning butun jahon axborot hamjamiyatida munosib o'rin egallashiga hizmat qiladi.

"Bugun O'zbekistonimiz bosib o'tgan mustaqil taraqqiyot yo'lini holisona baholar ekanmiz, o'tgan davr mobaynida biz erishgan, dunyo jamiyatchiligi tan olgan olamshumul yutuq va marralar, avvalambor, izchil rivojlanayotgan iqtisodiyotimiz va uning barqaror o'sish sur'atlari, aholi farovonligining yildan –yilga oshib, jahon hamjamiyatida mamlakatimiz obro'-e'tiborining tobora yuksalib borayotgani –bularning barchasi Konstitutsiyamizning asosiga qo'yilgan , chuqur va puxta o'ylangan maqsad, prinsip va normalarning hayotbaxsh samarasi desak, hech qanday mubolag'a bo'lmaydi". Muhtaram Prezidentimiz Islom Abdug'aniyevich Karimov, muntazam ravishda yosh avlodning barkamol bo'lib yetishishi va mustaqil

O’zbekistonimizning fidoiy kadrlari bo’lmog’i uchun sharoitlar yaratib bermoqdalar, o’zlarining har bir nutqida yoshlarning ta’lim tarbiyasi, bilim saviyasi, dunyoqarashini shaklantirish kabi dolzarb muammolarga alohida e’tibor qaratmoqdalar.

Kichik biznes va xususiy tadbirkorlik bugungi kunda jamiyatimizdagi ijtimoiy va siyosiy barqarorklikning kafolati va tayanchiga, yurtimizni taraqqiyot yo’lida faol harakatlantiradigan kuchga aylanib bormoqda. Shuning uchun Prezidentimiz Islom Abdug’aniyevich Karimov 2011 yilni **“ Kichik biznes va xususiy tadbirkorlik yili”** deb e’lon qildilar va bu borada Prezidentimizning quyidagi fikrlarini keltirib o’tishimiz mumkin: “Ilg’or ilm – fan yutuqlariga asoslangan kichik biznes va xususiy tadbirkorlikni rivojlantirishga keng yo’l ochib berishimiz zarur… Kichik biznes va xususiy tadbirkorlik – jamiyatimizning,

bugungi va kelajak taraqqiyotimiz, farovon hayotimizning mustahkam tayanchi bo’lishi shart”.

Muhtaram Prezidentimiz I.A.Karimov, muntazam ravishda yosh avlodning bilimli, barkamol bo‘lib yetishishi va mustaqil O‘zbekistonimizning fidoyi kadrlari bo‘lmog‘i uchun sharoitlar yaratib bermoqdalar, o‘zlarining har bir nutqlarida yoshlarning ta'lim tarbiyasi, bilim saviyasi, dunyoqarashini shakllantirish kabi dolzarb muammolarga alohida e'tibor qaratmoqdalar. Biz quyida Prezidentimiz I.A.Karimovning turli paytlarda so‘zlagan nutqlaridan iqtiboslar keltiramiz.

O‘zbekiston mustaqillikka erishgach butun ta’lim tizimini tubdan isloh qilish rejalari ishlab chiqildi, bunda asosiy e'tibor Respublika uchun ilmiy kadrlar tayyorlashni kengaytirishga qaratilgandir. Bu haqda Prezidentimiz I. A. Karimov-ning quyidagi fikrlarini keltirish joizdir:

- “Yoshlarni zamonaviy fan – tehnikaning, umuman ilm – fanning yutuqlaridan bahramand qilmasdan turib, ularga yuqori malakali mutaxassislar bo‘lib yetishishga sharoit tug‘dirmay turib, biz respublikamiz xalq xo‘jaligini, sanoat ishlab chiqarish sohalarini tubdan o‘zgartira

olmaymiz, buni har doim yodda tutish kerak. Chunki ishsizlik, maosh kamligi, mutaxassislar yetishmasligi va boshqa ko‘p yetishmovchiliklar ana shundan deb o‘ylayman. ...Demak, xalq saylab qo‘ygan deputatlarning birinchi navbatdagi vazifalaridan biri – yoshlarimiz tarbiyasi. Milliy siyosatni, harakat dasturini ishlab chiqish masalasidir.”

- “Ayniqsa, o‘sib kelayotgan avlod taqdiriga hech kim befarq qaray olmaydi. Bunda oliy o‘quv yurtlarining ahamiyati kattadir. Yoshlarni qay usulda o‘qitish, ularni tarbiyalash, mustaqil mamlakatning yetuk mutaxassislari bo‘lishiga qayg‘urish har birimizning muqaddas burchimizdir. Bunda oliy va o‘rta maxsus ta'lim tizimi saviyasini jahon andozalari darajasiga yetkazish, xalq xo‘jaligida kadrlarga bo‘lgan talab va ehtiyojlarni ilmiy tahlil asosida aniqlash, xorijiy mamlakatlar tajribasidan oqilona foydalanish shu kunning dolzarb vazifalaridandir...” [2]

Kasb–hunar kollejlari, litsey talabalari, oliy o‘quv yurtini tamomlayotgan har bir yosh mutaxassisni o‘z kasbining bilimdoni va jonkuyar qilib tayyorlash shu

kunning eng birinchi talabidir. Bu o‘rinda Prezidentimiz I.A.Karimovning ushbu so‘zlarini keltirish joizdir:

- “**Hukumatimiz fan, ma'rifat va madaniyat sohasiga jiddiy e'tibor bilan qaramoqda. O‘tish davrining eng qiyin va murakkab paytida ham davlat maorifni takomillashtirish, bilimli va har tomonlama barkamol avlodni voyaga yetkazish uchun hech narsani ayamayapti.**

Axir, o‘ylab ko‘raylik, birodarlar, biz bugun ne – ne mashaqqatlar bilan qurayotgan davlatimiz, mustaqil va har jihatdan mustahkam mamlakatimiz ertaga kimning qo‘lida qoladi?

Bugungi katta islohotlar evaziga qo‘lga kiritayotgan yutuqlarimizni

[2] *(O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning “Ilm–ziyo salohiyati yurt boyligi” mavzusidagi nutqi. “Ma'rifat” gazetasi. 1993- yil, 21-iyul).*

ertaga farzandlarimiz davom ettirishga qodir bo‘ladimi – yo‘qmi?...

Islohotning taqdiri, uning qay darajada amalga oshirish, birinchi navbatda kadrlarning malakasiga, ularning o‘z ishlarini qay darajada o‘zlashtirib olganligiga, yurtparvarligi va fidoiyligiga bog‘liq”. [3]

O’zbekiston Respublikasida inson huquqlari va erkinligiga rioya etilishini, jamiyatning ma’naviy yangilanishni, ijtimoiy yo’naltirilgan bozor iqtisodiyotini shakillantirishni, jahon hamjamiyatiga qo’shilishni ta’minlaydigan demokratik xuquqiy davlat va ochiq fuqorolik jamiyati qurilmoqda.

Inson, uning har tomonlama uyg’un kamol topishi va farovonligi, shaxs manfaatlarini ro’yobga chiqarishning sharoitlarini yaratish, eskirgan tafakkur va ijtimoiy xulq atvorining andozalarini o’zgartirish respublikada amalga oshirilayotgan islohotlarning asosiy maqsadi va harakatlantiruvchi kuchidan xalqning boy intellektual merosi va umumbashariy qadriyatlar asosida, zamonaviy madaniyati, iqtisodiyot, fan, tehnika va tehnologiyalarning yutuqlari asosida kadrlar tayyorlashning mukammal tizimini shakillantirish O’zbekiston taraqqiyotining muhim shartidir.

“Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” “Ta’lim to’g’risida”gi

O’zbekiston Respublikasi Qonuning qoidalariga muvofiq holda tayyorlangan bo’lib, milliy tajribaning tahlili va ta’lim tizimidagi jahon miqyosidagi yutuqlar asosida tayyorlangan hamda yuksak umumiy va kasb-hunar madaniyatiga, ijodiy va ijtimoiy faollikka, ijtimoiy siyosiy hayotda mustaqil ravishda mo’ljalni to’g’ri ola bilish mahoratiga ega bo’lgan istiqbol vazifalarini ilgari surish va hal etishga qodir kadrlarning yangi avlodni shakillantirishga yo’naltirilgan.

---

[3] *O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning xalq deputatlari Samarqand viloyati kengashi sessiyasida so‘zlagan nutqi, “Ma'rifat” gazetasi. 1995 yil 29 noyabr).*

1. O’zbekiston Respublikasi davlat mustaqilligiga erishish, iqtisodiy va ijtimoiy rivojlanishning o’ziga hos yo’lini tanlashi kadrlar tayyorlash tuzilmasi va mazmunini qayta tashkil etishni zarur qilib qo’ydi va qator chora tadbirlar ko’rishni, **“Ta’lim to’g’risida”**gi qonunni joriy etishni (1992-yil), yangi o’quv rejalari, dasturlari, darsliklarni joriy etishni, zamonaviy didaktik ta’minotni ishlab chiqishni; o’quv yurtlarini atestatsiyadan o’tkazishni va akkreditatsiyalashni, yangi tipdagi ta’lim muassasalarini tashkil etishni taqozo etadi.

Hammamizga ma’lumki, hayotimizni barcha sohalarida islohotlarni o’tkazish, o’zbek modeli deb nom olgan islohatlar siyosatining asoslari bo’lmish besh tamoyilning birida islohatlarni bosqichma-bosqich o’tkazish vazifasi qo’yilgan.

O’zbekiston Respublikasi Prezidentining Respublika Oliy Majlisi IX sessiyasida so’zlagan nutqi (1997 yil 29 avgust) va **“Ta’lim tarbiya kadrlar tayyorlash tizimining tubdan isloh qilish barkamol avlodni voyaga etkazish to’g’risida”** gi farmoni muhim ahamiyatga ega bo’ladi. Bu esa oliy maktabda o’qitish sistemasini isloh qilishni taqozo etadi.

Shuning uchun zamon talabiga mos o’quv qo’llanmalar yaratish milliy dasturni amalga oshirish vazifalaridan biri hisoblanadi.

Tasodifiy jarayonlar uchun chegaraviy masalalar zamonaviy ehtimollar nazariyasida muhim o’rin tutadi. Buning asosiy sababi, chegaraviy masalalar ko’plab amaliy masalalarda tadbiqlarga ega. Masalan, ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi tizimlarini o’rganishda, zahiralarni saqlash nazariyasi masalalarini hal etishda va boshqa bir qancha masalalarda tasodifiy jarayonlar bilan bog’liq bo’lgan chegaraviy funksionallar matematik model bo’lib xizmat qiladi. Tarixan ko’p chegaraviy masalalar amaliyotdan kelib chiqqan. CHegaraviy masalalar deganda, tasodifiy jarayon izlarining biror to’plam chegarasiga yetib borish vaqti bilan bog’liq tasodifiy miqdorlar taqsimotlarini o’rganish masalalari tushuniladi.

Ehtimollar nazariyasining chegaraviy masalalariga juda ko’plab mualliflarning ilmiy izlanishlari bag’ishlangan. Ularning hammasini bir ish doirasiga keltirishning iloji yo’qligi uchun bu yerda ushbu dissertatsiyaga daxldor bo’lgan zarur ma’lumotlarga to’xtalib o’tamiz. Tasodifiy jarayon izlarining birinchi marta yo’lakdan chiqish momenti $T(a,b)$ taqsimot qonunini o’rganishga katta etibor qaratilgan. Tasodifiy jarayon bir xil taqsimlangan bog’liqsiz tasodifiy miqdorlar yig’indisidan tashkil topgan holda asosiy natijalar [10-12, 19, 24-27] ishlarda olingan. Bir jinsli bog’liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon holida $T(a,b)$ ning taqsimot qonuni, masalan, [8, 9, 13-15, 20-24] maqolalarda o’rganilgan.

Ushbu magistrlik dissertatsiyasida bir jinsli bog’liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon $\xi(t)$ dan hosil qilingan $[-a,\infty)$ yarim intervalning $-a$ nuqtasidan qaytuvchi $\eta(t)$ tasodifiy jarayon qaraladi. $-a$ nuqtadan qaytuvchi $\eta(t)$ jarayon izlarining birinchi marta b dan kichik bo’lmagan qiymatga yetib borish momenti $\theta(a,b)$ tasodifiy miqdor taqsimot qonuni o’rganiladi.

Asosiy masala $\theta(a,b)$ tasodifiy miqdor Laplas akslantirishi uchun har xil hollarda asimptotik yoyilmalar hosil qilishdan iboratdir. Bunda a va b sonlaridan kamida bittasi cheksiz kattalashib borishi nazarda tutiladi. Ushbu masalalarga bag’ishlangan asosiy adabiyotlarni keltiramiz. Musbat sakrashli va manfiy og’ishga ega bo’lgan umumlashgan Puasson jarayonlari uchun $\theta(a,b)$ Laplas akslantirishi va matematik kutilmasi uchun limit teoremalar [20] da isbotlangan. [22] da $E\xi(1) < 0$ bo’lgan holda $E\theta(a,b)$ uchun limit teorema isbot qilingan. $E\theta(a,b)$ uchun asimptotik yoyilmalar keng shartlar ostida [8] da keltirilgan. [30] maqolada bir jinsli bog’liqsiz orttirmali tasodifiy jarayonlar uchun $\theta(a,b)$ Laplas akslantirishlarining asimptotik yoyilmalari topilgan. Bu ishda $\xi(t)$ tasodifiy jarayon albatta diffusion komponentaga yoki noldan farqli og’ishga ega bo’lishi talab etiladi. Boshqacha aytganda, faqat sakrashlar orqali ifodasini o’zgartiradigan tasodifiy jarayonlar qaralmaydi. Ana shu bo’shliqni to’ldirish maqsadida, ushbu magistrlik dissertatsiyasida faqat sakrashlar orqali o'z qiymatini o'zgartiradigan bir jinsli bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayonlar qaraladi. Bunday jarayonlar esa umumlashgan Puasson jarayonlaridir. Ular uchun $\theta(a,b)$ tasodifiy miqdor Laplas akslantirishi uchun asimptotik yoyilmalar hosil qilinadi. $a = const,\ b \to \infty;$

$a \to \infty, b \to \infty;\ a \to \infty,\ b = const$ hollar alohida o'rganiladi. Bunda yuqoridagi adabiyotlarda keltirilgan $T(a,b)$ tasodifiy miqdor tadsimot qonuni haqidagi ma'lumotlardan foydalaniladi.

Dissertatsiya bir necha bosqichdan iborat bo'lgan faktorizatsion usuldan foydalaniladi. Ba'zi funksiyalarning faktorizatsiyasi va faktorizatsiya komponentalarining xossalaridan foydalanib, avval, Laplas akslantirishlari uchun ayniyatlar keltirib chiqariladi. So'ngra faktorizatsiya komponentalarining analitik xossalaridan foydalanib, Laplas akslantirishlarining asimptotik yoyilmalari topiladi. Bulardan taqsimot va harakteristik funksiya o'rtasidagi uzluksiz moslikka asoslanib, taqsimotlar uchun limit teoremalarni tezda keltirib chiqarish mumkin. Lekin, olingan asimptotik yoyilmalar yordamida undan-da chuqurroq natijalarni olish mumkin. Laplas akslantirishi asimptotik yoyilmalaridagi hadlarni ketma-ket teskarilash (ya'ni aslini topish) yordamida taqsimotlar uchun asimptotik yoyilmalar hosil qilish mumkin. Bu ish yaxshi ma'lum bo'lgan Laplas akslantirishlarida funksiyaning aslini topish jadvallari ([18]) yordamida oson amalga oshirilish mumkin.

Olingan natijalar tasodifiy jarayonlar uchun chegaraviy masalalar bo'yicha kelgusida olib boriladigan izlanishlarda va amaliyotdagi masalalarni hal qilishda ma'lum ahamiyatga ega.

Dissertatsiyada bir jinsli bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayonlar (diffuzion komponenta yoki og'ish mavjud bo'lgan hol) uchun ma'lum bo'lgan natijalar umumlashgan Puasson jarayonlari uchun ko'chirilgan va natijalar yangi.

Dissertatsiya 3 bobdan iborat. Asosiy qism, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar va ilovalardan tashkil topgan.

I bob 1-paragrafda dissertatsiyadagi asosiy obyekt hisoblangan Puasson tasodifiy jarayonlari haqida ma’lumotlar keltirilgan.

§§2-3 da cheksiz bo’linuvchi va kanonik deb ataluvchi faktorizatsiyalar, ular orasidagi bog’lanish, faktorizatsiya komponentalarining xossalari o’rganilgan.

II bob da dissertatsiyada hal qilinishi ko’zda tutilgan masalalarning qo’yilishi (§4), bir jinsli bog’iqsiz orttirmali tasodifiy jarayon izlarining birinchi marta yo’lakdan chiqish moment uchun asimptotik yoyilmalar (§5) keltirilgan.

III bob da (§§6-7) dissertatsiyaning asosiy natijalari bo’lgan qaytaruvchi ekranli bog’liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon izlarining yo’lakdan birinchi marotaba chiqish momentining Laplas akslantirishlari uchun asimptotik yoyilmalar hosil qilingan. Bunda qaralayotgan jarayon umumlashgan Puasson jarayonidan hosil qilinishi ko’zda tutilgan.

I bob. Puasson jarayonlari. Faktorizatsiya haqida tushunchalar

1-§. Puasson jarayonlari

Tarif 1.1. Bir ehtimollik fazosi (Ω, F, P) da aniqlangan va T to'plamdan qiymat qabul qiladigan t parametrga bog'liq bo'lgan $\xi(t) = \xi(t, \omega)$ tasodifiy miqdorlar sinfiga tasodifiy jarayon deyiladi.

Tarif 1.2. $\xi(t), t\epsilon[a, b]$ tasodifiy jarayon bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon deyiladi, agarda ixtiyoriy $t_0 < t_1 < . . . < t_n,\ a \leq t_0,\ t_n \leq b$ lar uchun $\xi(t_0),\ \xi(t_1) - \xi(t_0),\ . . . ,\ \xi(t_n) - \xi(t_{n-1})$ tasodifiy miqdorlar bog'liqsiz bo'lsa.

Tarif 1.3. Bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon bir jinsli deyiladi, agarda $\xi(t_1) - \xi(t_0)$ tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni faqat interval uzunligi $t_1 - t_0$ bilan aniqlanib, u t_0 ga bog'liq bo'lmasa.

Teorema1.1. $\xi(t), t \geq 0, \xi(0) = 0$ bir jinsli bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon bo'lib, $\varphi_t(\lambda) = Ee^{\lambda\xi(t)}, \varphi(\lambda) = \varphi_1(\lambda)$ bo'lsin. U holda

$$\varphi_t(\lambda) = \varphi^t(\lambda), \tag{1.1}$$

λ ning ixtiyoriy qiymatida $\varphi(\lambda) \neq 0$ bo'ladi.

Bu yerda λ kompleks o'zgaruvchi bo'lib, tabiiyki, $\varphi(\lambda),\ \varphi_t(\lambda)$ funksiyalar hech bo'lmaganda $\{\lambda: Re\lambda = 0\}$ to'plamda aniqlangan bo'ladi.

Tarif 1.4. Bir jinsli bog'liqsiz orttirmali $\xi(t), t \geq 0$ tasodifiy jarayon Puasson tasodifiy jarayoni deyiladi, agarda $\xi(t) - \xi(0)$ Puasson taqsimot qonuniga ega bo'lsa.

Soddalik uchun $\xi(0) = 0$ deb, qabul qilamiz. Agar $P(\xi(1) = k) = \frac{\alpha^k}{k!}e^{-\alpha}$ bo'lsa, $\varphi(\lambda) = Ee^{\lambda\xi(1)} = exp\{\alpha(e^{\lambda} - 1)\}$ bo'ladi va (1.1) ga asosan

$\varphi_t(\lambda) = Ee^{\lambda\xi(t)} = \varphi^t(\lambda) = exp\{\alpha t(e^{\lambda} - 1)\}$, ya'ni

$P(\xi(t) = k) = \frac{(\alpha t)^k}{k!}e^{-\alpha t}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$ bo'ladi.

Puasson tasodifiy jarayonining xossalarini ko'rib chiqamiz. Argument t ning har bir qiymatida $\xi(t)$ butun $0,1,2,\ldots$ qiymatlarni qabul qiladi. $[0, t)$ yarim intervalni $[0, t_1), [t_1, t_2), \ . \ . \ . \ , \ [t_{n-1}, t_n)$ yarim intervallarga bo'lamiz va $\Delta_i = t_i - t_{i-1}, \ i = 1,2, \ldots, n$ belgilash kiritamiz. Δ_i kichik qiymatlarni qabul qilganda $\xi(t_i) - \xi(t_{i-1})$, orttirmaning taqsimoti quyidagi xossalarga ega bo'ladi:

$$P(\xi(t_i) - \xi(t_{i-1}) = 0) = P(\xi(\Delta_i) = 0) = e^{-\alpha\Delta_i} = 1 - \alpha\Delta_i + O(\Delta_i^2), \quad (1.2)$$

$$P(\xi(t_i) - \xi(t_{i-1}) = 1) = \alpha\Delta_i e^{-\alpha\Delta_i} = \alpha\Delta_i + O(\Delta_i^2),$$

$$P(\xi(t_i) - \xi(t_{i-1}) = 2) = O(\Delta_i^2)$$

$[0, t]$ kesmani $t_1, t_2, \ . \ . \ . \ , t_n$ ratsional nuqtalarda bo'lishini $R(n) = \{t_1, t_2, \ . \ . \ . \ , t_n\}$ ko'rinishda belgilaymiz va "ichma-ich" ratsional bo'linishlar $R(n) \subset R(n+1), \cup R(n) = R_t$ larni qaraymiz. Bu yerda $R_t[0, t]$ dagi barcha ratsional sonlar to'plami.

Quyidagi 3 ta holatga e'tibor qaratamiz.

1) $\nu(n)$ – $\xi(t)$ jarayonning orttirmalari o ga teng bo'lgan $R(n)$ bo'linishdagi intervallar soni bo'lsin. Har bir elementar hodisa ω da $n \to \infty$ da $\nu(n)$ kamaymaydi. Undan tashqari $\nu(n)$ ni $i-$ intervalda orttirma mavjud bo'lgan

1, aks xolda o qiymatni qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar yig'indisi ko'rinishida ifodalash mumkin. Shuning uchun (1.2) ga asosan

$$P(\nu(n) \neq \xi(t)) = P\left(\bigcup_{t_j \in R(n)} \{\xi(t_j) - \xi(t_{j-1}) \geq 2\} \cup \{\xi(t) - \xi(t_n) \geq 1\} \right) =$$

$$= O\left(\sum_{j=1}^{n} \Delta_j^2 + (t - t_n) \right), \text{bu yerda} \sum_{j=1}^{n} \Delta_j^2 \leq t \ \ max \Delta_j \to 0, \qquad n \to \infty.$$

Demak bo'linishlar cheksiz maydalanganda 1 ehtimollik bilan $\nu(n) \uparrow \xi(t)$.

2) Intervallar uzunliklari Δ_j larning eng kattasi nolga intilgani uchun $(n \to \infty\ da)$ sakrashlarga ega bo'lgan intervallar uzunliklarining yig'indisi o ga yaqinlashadi.

Qolgan intervallarni (ya'ni orttirmalar mavjud bo'lmagan intervallarni) birlashtiramiz va har bir ω da n ni cheksizga intiltiramiz. U holda limitda $\xi(t)$ tasodifiy jarayonning orttirmasi nolga teng bo'lgan $(0, a_1), (a_1, a_2), \ . \ . \ ., (a_{\xi(t)}, t)\xi(t) + 1$ ta intervalni hosil qilamiz.

3) Va nihoyat, $\xi(t)$ ning a_k nuqtalardagi orttirmalari bir ehtimollik bilan 1 ga teng. Chunki, Δ_i da hech bo'lmaganda bitta sakrashning birdan katta bo'lish ehtimolligi (1.2) ga asosan $n \to \infty$ da

$$\sum_{j=1}^{n} O(\Delta_j^2) = o(1).$$

Shunday qilib, har bir ω uchun $[0, t]$ kesmada chekli $\xi(t)$ sondagi $a_1, a_2, \ . \ . \ . \ , a_{\xi(t)}$ nuqtalar mavjud bo'lib, $(a_k, \ a_{k+1})$ intervalning barcha ratsional nuqtalarida $\xi(u)k$ ga teng bo'lgan o'zgarmas qiymatni qabul qiladi.

Tasodifiy jarayon izlarining o'ngdan uzluksizligidan foydalanib, $a_k \leq u < a_{k+1}$ shartni qanoatlantiruvchi barcha u lar uchun $\xi(u) = k$ ekanligini hosil qilamiz.

Endi Puasson tasodifiy jarayon tiklanish jarayoni ham bo'lishi haqida fikr yuritamiz. (1.2) munosabatlarga asosan, $a_1,\ a_2 - a_1,\ a_3 - a_2$ tasodifiy miqdorlarning taqsimotlari bir xil va bog'liqsizligi kelib chiqadi. Haqiqatan ham, $a_j - a_{j-1},\ j \geq 1,\ a_0 = 0$ tasodifiy miqdor $(\gamma_j - \gamma_{j-1})\Delta$ ko'rinishidagi bir xil intervallar yig'indisi bilan yaqinlashadi, $\Delta_i = \Delta,\ \gamma_j$ –*j*–noldan farqli orttirma joylashgan intervalning nomeri.

$$P\left((\gamma_j - \gamma_{j-1})\Delta > u\right) = P\left(\gamma_1 > \frac{u}{\Delta}\right) = (e^{-\alpha\Delta})^{[u/\Delta]} \to e^{-\alpha u},$$

$\Delta \to o$ bo'lgani uchun $\tau_j = a_j - a_{j-1}$ tasodifiy miqdorlar ko'rsatkichli taqsimot qonuniga ega, $\xi(t) + 1$ jarayonning qiymatini esa a_j tasodifiy miqdorlar yig'indisining t qiymatdan birinchi marta o'tish vaqti sifatida ifodalash mumkin:

$\xi(t) = max\{k\colon a_k \leq t\}, \xi(t) + 1 = min\{k\colon a_k > 1\}$. Natijada Puasson tasodifiy jarayoni $\xi(t)$ ko'rsatkichli taqsimot qonuniga ega bo'lgan $\tau_1, \tau_2,\ .\ .\ .\ , P(\tau_i > u) = e^{-\alpha u}$ holdagi $\eta(t)$ tiklanish jarayoni bilan ustma – ust tushishini hosil qildik.

Yuqoridagilardan va Puasson tasodifiy jarayonining xossalaridan

ko'rsatkichli taqsimot qonuniga ega bo'lgan tasodifiy miqdorlarning quyidagi ajoyib xossasi kelib chiqadi. Vaqtning kesishmaydigan δ_i intervallariga to'g'ri keladigan sakrashlar sonlari bog'liqsiz bo'ladi va bu sakrashlar sonlari $\alpha\delta_i$ parametrli Puasson taqsimotiga ega bo'ladi.

Oxirgi holatdan foydalanib, bir jinsli bog'liqsiz orttirmali faqat sakrashlardan iborat bo'lgan umumiyroq tasodifiy jarayonlarni ham qurish mumkin. $\xi\ (t)$ tasodifiy jarayondan hosil bo'lgan σ – algebrada bog'liq bo'lmagan ixtiyoriy bog'liqsiz va bir xil taqsimlangan $\xi_1, \xi_2, \ldots$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligini qaraymiz. $Ee^{\lambda\xi_1} = h(\lambda)$ bo'lsin. Yangi $\zeta(t)$ tasodifiy jarayonni quyidagicha aniqlaymiz. Har bir ω uchun Puasson jarayoni $\xi(t)$ dagi birinchi birlik sakrashni ξ_1 qiymatga, ikkinchi birlik sakrashni ξ_2 ga va hokazo, almashtiramiz. Tabiiyki hosil bo'lgan $\zeta(t)$ tasodifiy jarayon ham bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon bo'ladi. Bunda $\zeta(t)$ tasodifiy jarayon $\xi\ (t)$ tasodifiy sondagi $\xi_1, \xi_2, \ldots$ tasodifiy miqdorlar yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni

$$\zeta(t) = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_{\xi(t)}. \tag{1.3}$$

Bunda $\xi(t)$ tasodifiy jarayon $\{\xi_k\}$ ketma-ketlikka bog'liq emas.

Shuning uchun, to'la ehtimollik formulasiga asosan

$$Ee^{\lambda\zeta(t)} = \sum P(\xi(t) = k) Ee^{\lambda(\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_k)} =$$

$$= \sum \frac{(\alpha t)^k}{k!} e^{-\alpha t} \big(h(\lambda)\big)^k = e^{-\alpha t + \alpha t h(\lambda)} = e^{\alpha t (h(\lambda) - 1)} \tag{1.4}$$

Tarif 1.5. (1.3) formula bilan aniqlangan yoki (1.4) harakteristik funksiyaga ega bo'lgan tasodifiy jarayon umumlashgan Puasson jarayoni (UPJ) deyiladi.

UPJ bir jinsli bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayondir. (1.4) dagi $\alpha\ \zeta(t)$ tasodifiy jarayonning sakrashlari intensivligini , $h(\lambda)$ esa ularning taqsimotini aniqlaydi. Agar $\zeta(t)$ ga o'zgarmas "og'ish" at ni qo'shsak, $\zeta(t) = \xi\ (t) + at$, tabiiyki, yana bir jinsli bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon bo'ladi. Uning harakteristik funksiyasi

$$Ee^{\lambda\bar{\zeta}(t)} = e^{t(\lambda a + \alpha(h(\lambda) - 1))}$$

ko'rinishda bo'ladi. Puasson jarayonlaridan ko'plab amaliy masalalarda matematik model sifatida foydalaniladi.

Puasson jarayonlari orqali, masalan berilgan hajmdagi ma'lum energiyaga ega bo'lgan kosmik zarrachalarning paydo bo'lish jarayoni ifodalanishi mumkin.

Ular orqali telefon stansiyasiga chaqiriqlarning tushishi va boshqa ko'plab jarayonlar ifodalanishi mumkin.(1.3) munosabatga asoslanib, UPJ bilan bog'liq masalalarni hal qilish, ko'pincha, bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar yig'indisining xossalarini o'rganishga keltiriladi.

2§ CHeksiz bo'linuvchi faktorizatsiya.

CHegaralangan variatsiyaga ega bo'lgan $v(t),\ -\infty < t < \infty$ funksiyalar to'plamini V orqali belgilaymiz, va

$$B(\mu_-,\mu_+) = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda t}\, dv(t) : v(\cdot) \in V,\ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{Re\lambda t}\, |dv(t)| < \infty, \right.$$

$$\left. \mu_- \leq Re\lambda \leq \mu_+ \right\},$$

ya'ni $B(\mu_-,\mu_+) - V$ dagi funksiyalarning Furye-Stiltes aksantirisharidan tashkil topgan Banax algebrasi bo'lsin,

$$\|f\| = \max_{\mu_- \leq c \leq \mu_+} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{cx} dF(x),\ f(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda x} dF(x)$$

$$B_{\pm}(\mu_{\pm}) = \left\{ \pm \int_0^{\pm\infty} e^{\lambda t}\, dv(t) : v(\cdot) \in V, \right.$$

$$\left. \int_0^{\pm\infty} e^{Re\lambda t} |dv(t)| < \infty, \qquad \pm Re\lambda \leq \pm\mu_{\pm} \right\}$$

$v(\cdot)$ absolyut uzluksiz bo'lgan

$$g(x) = \int_{-}^{+} e^{\lambda x}\, dv(t)$$

funksiyalardan tashkil topgan to'plamni $\Re(\mu_-, \mu_+)$ deb belgilaymiz. Tabiiyki $\Re(\mu_-, \mu_+)$ to'plam $B(\mu_-, \mu_+)$ to'plamning qism to'plami bo'ladi. $\Re_{\pm}(\mu_{\pm})$ xuddi shunga o'xshash aniqlanadi.

Tarif 2.1. $\mu_- \leq Re\lambda \leq \mu_+$ yo'lak ichida analitik, yo'lak chegaralarida uzluksiz bo'lgan $\varphi(\lambda)$ shu yo'lakda kanonik faktorizatsiyaga yo'l qo'yadi deyiladi, agarda $\varphi(\lambda) = \varphi_+(\lambda)\varphi_-(\lambda)$ ko'rinishida tenglik o'rinli bo'lib, $\varphi_+^{\pm 1}(\lambda) \in B_+(\mu_+)$, $\quad \varphi_-^{\pm 1}(\lambda) \in B_-(\mu_-)$ bo'lsa.

$\xi(t), t \geq 0$ – bog'liqsiz orttirmali bir jinsli tasodifiy jarayon bo'lsin, $\xi(0) = 0$. Bu jarayonning izlari o'ngdan uzluksiz deb, faraz qilamiz,

$$\psi(\lambda) = \frac{1}{t} lnEe^{\lambda\xi(t)}$$

belgilash kiritamiz. U holda

$$r_u(\lambda) = \frac{u}{u - \psi(\lambda)}$$

funksiya $Re\lambda = 0, Reu > 0$ qiymatlar uchun cheksiz bo'linuvchi taqsimotning Laplas akslantirishi bo'ladi:

$$\frac{u}{u-\psi(\lambda)} = u\int_0^{\infty} e^{-ut}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda x} d_x P(\xi(t) < x)\right\}dt.$$

Tarif 2.2. $Re\lambda = 0, Reu > 0$ qiymatlarda $r_u(\lambda) = r_{u+}(\lambda)\cdot r_{u-}(\lambda)$ ifoda cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya deyiladi, agarda $r_{u+}(\lambda)$ manfiy bo'lmagan yarim o'qda jamlangan cheksiz bo'linuvchi taqsimotning $Re\lambda \le 0$ bo'lganda Laplas akslantirishi , $r_{u-}(\lambda)$ esa, musbat bo'lmagan yarim o'qda jamlangan cheksiz bo'linuvchi taqsimotning $Re\lambda \ge 0$ bo'lganda Laplas akslantirishi bo'lsa. Bu holda $r_{u+}(\lambda)$ cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiyaning musbat komponentasi, $r_{u-}(\lambda)$ cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiyaning manfiy komponentasi deyiladi.

$r_u(\lambda)$ funksiyaning $Re\lambda = 0,\ Re\lambda > 0$ qiymatlarda cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiyaga yo'l qo'yishi [1] da isbotlangan. Uning komponentalari quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$r_{u+}(\lambda) = u\int_0^{\infty} e^{-ut}\left\{\int_0^{\infty} e^{\lambda x} d_x P(\bar{\xi}(t) < x)\right\}dt =$$

$$= exp\left\{-\int_0^{\infty}(e^{\lambda x}-1)d_x\int_0^{\infty} t^{-1}P(\xi(t) > x)e^{-ut}dt\right\},$$

$$r_{u-}(\lambda) = u\int_0^{\infty} e^{-ut}\left\{\int_{-\infty}^{0} e^{\lambda x} d_x P(\bar{\bar{\xi}}(t) > x)\right\}dt =$$

$$= exp\left\{\int_{-\infty}^{0}(e^{\lambda x}-1)d_x\int_0^{\infty} t^{-1}P(\xi(t) \le x)e^{-ut}dt\right\},$$

bu yerda

$$\bar{\xi}(t) = \sup_{0\le s\le t}\xi(s),\quad \bar{\bar{\xi}}(t) = \inf_{0\le s\le t}\xi(s).$$

Tabiiyki, $r_{u+}(\lambda)$ funksiya $Re\lambda < 0$ da analitik, $Re\lambda \leq 0$ da uzluksiz va nolga teng emas. $r_{u-}(\lambda)$ funksiya shunga o'xshash xossalarga o'ng yarim tekislikda ega bo'ladi. Bunda cheksiz uzoqlikdagi nuqtalar hisobga olinmaydi.

Lekin cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya komponentalari uchun yuqorida keltirilgan formulalar kam ishlatiladi. CHegaraviy masalalar bo'yicha izlanishlarda, odatda, $r_u(\lambda)$ funksiyaning cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiyasi va $\psi(\lambda)$ bilan bog'liq boshqa funksiyalarning kanonik faktorizatsiyasi komponentalarining ba'zi analitik xossalari ishlatiladi. Bu xossalar tasodifiy jarayonga ba'zi qo'shimcha shartlar qo'yilganda o'rinli bo'ladi. Ana shu shartlarni keltiramiz.

1. $-\infty < \lambda_- \leq \lambda \leq \lambda_+ < \infty, \quad \lambda_- < 0 < \lambda_+$ qiymatlar uchun $Eexp\{\lambda\xi(1)\} < \infty$, va $\psi(\lambda) = lnEe^{\lambda\xi(1)}$ funksiya uchun quyidagi ko'rinish o'rinli:

$$\psi(\lambda) = \alpha\lambda + \frac{\omega^2\lambda^2}{2} + \int_{-\infty}^{+\infty} \left(e^{\lambda x} - 1 - \lambda x\right) dS(x), \qquad (2.1)$$

bu yerda $\lambda, \omega -$ haqiqiy sonlar ,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 dS(x) < \infty, \qquad S(-\infty) = S(+\infty) = 0.$$

$\lambda_- < Re\lambda < \lambda_+$ yo'lakda (2.1) ko'rinish o'rinli bo'lishi uchun $\lambda_-\lambda_+ = 0$ bo'lganda faqat $E\xi^2$ (1) ning chekli bo'lishi talab qilinadi.

2.

$$\lim_{\substack{|\lambda|\to\infty \\ \lambda_-\leq \mathrm{Re}\,\lambda\leq\lambda_+}} sup \frac{|Eexp\{\lambda\xi(1)\}|}{Eexp\{Re\,\lambda\xi(1)\}} < 1.$$

Bu shart quyidagi shartga ekvivalent: Ixtiyoriy cheksiz kichik $\varepsilon > 0$ uchun shunday $\delta > 0$ mavjudki, $|Im\lambda > \delta, |\lambda_- < Re\lambda < \lambda_+$ bo'lganda

$$\psi(Re\lambda) \geq Re\psi(\lambda) + \varepsilon.$$

2-shart bajarilishi uchun $\omega^2 > 0$ yoki spektral funksiya $S(x)$ absolyut uzluksiz komponentaga ega bo'lishi yetarli.

3. Agar $\omega^2 = 0$ bo'lsa,

$$\int\limits_{|x|<1} |x| dS(x) < \infty, \qquad \beta = \alpha - \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x dS(x) \neq 0.$$

3-shart $\xi(t)$ tasodifiy jarayon diffuzion va tortish komponentalaridan kamida biriga ega bo'lishi kerakligini bildiradi.

$\psi(\lambda)$ funksiyaning [14] dan ma'lum bo'lgan ba'zi xossalarini keltiramiz. $\psi(\lambda)$ funksiya $\lambda_- \leq Re\lambda \leq \lambda_+$ yo'lak ichida analitik, $\lambda_- \leq \lambda \leq \lambda_+$ qiymatlarda botiq. SHuning uchun $[\lambda_-, \lambda_+]$ kesmada minimumga ega. $E\xi(1) = 0$ bo'lganda $\lambda = 0$ minimum nuqta bo'ladi va $\psi(0) = 0$. $[\lambda_-, \lambda_+]$ da botiq bo'lganligidan $u = \psi(\lambda)$ tenglama shu kesmada ikkita $\lambda_+(u), \lambda_-(u)$ ildizga ega bo'ladi, $\lambda_+(u) \geq \lambda_-(u)$.

Bunda $0 \leq \lambda_+(u) \leq \lambda_+$, $0 \leq u \leq \psi(\lambda_+) = u_+$ va $0 \leq u \leq \psi(\lambda_-) = u_-$ qiymatlarda $\lambda_- \leq \lambda_-(u) \leq 0$. $u_+ = 0$ bo'lgan holda $\lambda_+ = 0$ va faqat $\lambda_-(u)$ aniqlangan bo'ladi. Agar $u_- = 0$ bo'lsa faqat $\lambda_+(u)$ aniqlangan bo'ladi. $\lambda_- < 0 < \lambda_+$, $u_+ > 0$, $u_- < 0$ bo'lganda ikkala $\lambda_+(u), \lambda_-(u)$ funksiyalar aniqlangan bo'ladi.

$\lambda_\pm(u)$ funksiyalarni

$U^{\pm}_{\varepsilon_1\varepsilon_+} = \{u: -\varepsilon_1 < Reu < u_\pm - \varepsilon_2;\ |Imu| < \varepsilon\}\backslash$

$$\{u: -\varepsilon_1 < Reu = u \leq 0\},$$

sohalarga analitik davom ettirish mumkin, bu yerda $\varepsilon > 0 -$ ixtiyoriy yetarli kichik son,

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon) > 0, \varepsilon_2 = \varepsilon_2(\varepsilon_2) > 0, \qquad \varepsilon_2(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0.$$

Bunda davom ettirilgan funksiyalar $u = \psi(\lambda)$ tenglamaning yechimlari bo'lib qoladi. $\lambda_-(u), \lambda_+(u)$ funksiyalar $u = 0$ nuqtada tarmoqlanuvchi ikki qiymatli funksiyaning tarmoqlari bo'ladi. Qaralayotgan sohalarda $\lambda_\pm(u)$ analitik va bir qiymatli bo'ladi. $u = 0$ nuqta atrofida quyidagi yoyilmalar o'rinli bo'ladi:

$$\lambda_\pm(u) = \pm\alpha_1\sqrt{u} + \alpha_2 u \pm \alpha_3\left(\sqrt{u}\right)^3 + \alpha_4 u^2 + \ldots,$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{\psi''(0)}}, \qquad \alpha_2 = -\frac{\psi''(0)}{3\left(\psi''(0)\right)^2}.$$

Quyidagi funksiyani qaraymiz:

$$\psi_3(\lambda) = \begin{cases} \alpha\lambda + \dfrac{\omega^2\lambda^2}{2} - u_1, & \omega^2 > 0, \\ \beta\lambda - u_1, & \omega^2 > 0, \end{cases}$$

Bu yerda $u_1 > 0$ sonni $max\{\psi_3(\lambda_-) - \psi_3(\lambda_+)\} < -1$ bo'ladigan qilib tanlanadi. Bu funksiya $\psi(\lambda)$ yuqoridagi xossalariga ega bo'ladi. Xususan, $u > u_1, \omega^2 > 0$ bo'lganda $u = \psi_3(\lambda)$ tenglamaning $\mu_\pm(u)$ yechimlari mavjud. Agar $\omega^2 = 0$ bo'lsa, β ning ishorasiga qarab $\mu_\pm(u)$ larning bittasi aniqlangan. $Imu = 0$ qiymatlar uchun

$$\bar{\lambda}_\pm(u) = \begin{cases} \lambda_+(u), & 0 < u < u_\pm \\ 0, & u \leq 0, \\ \lambda_\pm, & u > u_\pm, \end{cases}$$

deb belgilaymiz va $\delta > 0, Imu = 0$ da

$\lambda_{\delta+}(u) = min\{\bar{\lambda}_{\pm}(u) + \delta, \lambda_+\}, \qquad \lambda_{\delta-}(u) = max\{\bar{\lambda}_-(u) - \delta, \lambda_-\}$. Quyidagi lemmalar [2] da isbotlangan.

Lemma 2.1. 1-3 shartlar bajarilsin. U holda

$$\psi_1(\lambda, u) = \frac{(u - \psi(\lambda))}{(u - \psi_3(\lambda))} \quad Reu > 0$$

bo'lganda $\bar{\lambda}_-(Reu) + \delta_1 \leq Re\lambda \leq \bar{\lambda}_+(Reu) - \delta_1$ yo'lakda $\psi_1(\lambda, u) = \psi_{1+}(\lambda, u) \cdot \psi_{1-}(\lambda, u)$ kanonik faktorizatsiyaga yo'l qo'yadi, ya'ni

$$\psi_{1+}^{\pm 1}(\lambda, u) \in B_+\left(\bar{\lambda}_+(Reu) - \delta_1\right),$$

$$\psi_{1-}^{\pm 1}(\lambda, u) \in \left(B_-\bar{\lambda}_-(Reu) + \delta_1\right),$$

bu yerda $\delta_1 > 0$ – ixtiyoriy yetarli kichik son.

Bunda shunday $\delta > 0$ son mavjudki, $Reu > 0$ bo'lganada

$\psi_{1+}(\lambda, u) \in B_+\left(\lambda_{\delta+}(Reu)\right)$, $\psi_{1-}(\lambda, u) \in B_-\left(\lambda_{\delta-}(Reu)\right)$ faktorizatsiya komponentalari λ, u o'zgaruvchilarning ko'rsatilgan sohalarda analitik funksiyalari bo'ladi.

Lemma 2.2. 1-3 shartlar bajarilsin. U holda shunday $\varepsilon > 0,\ \varepsilon_1 > 0,\ \delta > 0$ sonlar mavjudki, $u \in U^+_{\varepsilon_1, \varepsilon}$,

$$U^+_{\varepsilon_1, \varepsilon} = \{u: -\varepsilon_1 < Reu < u_+ - \varepsilon_2, \qquad |Imu| < \varepsilon\},$$

$\varepsilon = \varepsilon_2(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0$ bo'lganda

$$\left[\psi_{1+}(\lambda, u)\frac{\lambda - \lambda_+ - 1}{\lambda - \lambda_+(u)}\right]^{\pm 1} \in B_+(\lambda_{\delta+}(Reu)),$$

$$u \in U^-_{\varepsilon_1, \varepsilon} = \{u: -\varepsilon_1 < Reu < u_- - \varepsilon_2, \qquad |Imu| < \varepsilon\}$$

bo'lganda

$$\left[\psi_{1-}(\lambda,u)\frac{\lambda-\lambda_-+1}{\lambda-\lambda_-(u)}\right]^{\pm 1}\in B_-(\lambda_{\delta-}(Reu)),$$

bo'ladi.

$$\left[\psi_{1+}(\lambda,u)\frac{\lambda-\lambda_+-1}{\lambda-\lambda_+(u)}\right]^{\pm 1}, \qquad \left[\psi_{1-}(\lambda,u)\frac{\lambda-\lambda_-+1}{\lambda-\lambda_-(u)}\right]^{\pm 1}$$

funksiyalar u, λ parametrlar bo'yicha analitik, ko'rilayotgan sohalarda tekis chegaralangan.

Lemma 2.3. 1-3 shartlar bajarilsin. U holda shunday $\varepsilon > 0,\ \varepsilon_1 > 0,\ \delta > 0$ sonlar mavjudki,

$$u \in U_{\varepsilon_1,\varepsilon} = \frac{\{u: Reu > -\varepsilon_1\}}{\{u:\ -\varepsilon_1 < Reu < max(u_+,u_-)+\varepsilon_1,\ |Imu| < \varepsilon\}}$$

bo'lganda $\psi_1(\lambda,u)$ funksiya $\lambda_{\delta-}(Reu) \le Re\lambda \le \lambda_{\delta+}(Reu)$ yo'lakda $\psi_1(\lambda,u) = \psi_{1+}(\lambda,u)\psi_{1-}(\lambda,u)$ kanonik faktorizatsiya yo'l qo'yadi. $\psi_{1+}^{\pm 1}(\lambda,u)\psi_{1-}^{\pm 1}(\lambda,u)$ funksiyalar $u \in U_{\varepsilon_1,\varepsilon}, \lambda_{\delta-}(Reu) \le Re\lambda \le \lambda_{\delta+}(Reu)$ sohalarda tekis chegaralangan.

Ma'lumki, [1] $r_u(\lambda) = r_{u+}(\lambda)r_{u-}(\lambda)$ cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya va yo'l qo'yadi. $\psi_1(\lambda,u) = \psi_{1+}(\lambda,u)\psi_{1-}(\lambda,u)$ kanonik faktorizatsiya komponentalari quyidagicha bog'langan:

$Reu > 0,\ Re\lambda \le 0$ bo'lganda

$$r_{u+}(\lambda) = \begin{cases} \dfrac{\psi_1(0,u)\mu_+(u)}{\psi_{1+}(\lambda,u)(\mu_+(u)-\lambda)}, & \text{agar } \omega^2 > 0 \text{ yoki } \omega^2 = 0, \beta > 0 \text{ bo'lsa,} \\ \dfrac{\psi_{1+}(o,u)}{\psi_{1+}(\lambda,u)}, & \text{agar } \omega^2 = 0, \beta < 0 \text{ bo'lsa,} \end{cases}$$

$Reu > 0,\ Re\lambda \ge 0$ bo'lganda

$$r_{u-}(\lambda) = \begin{cases} \dfrac{\psi_{1-}(0,u)\mu_-(u)}{\psi_{1-}(\lambda,u)(\mu_-(u)-\lambda)}, & \text{agar } \omega^2 > 0 \text{ yoki } \omega^2 > 0, \beta > 0 \text{ bo'lsa}, \\ \dfrac{\psi_{1-}(o,u)}{\psi_{1-}(\lambda,u)}, & \text{agar } \omega^2 = 0, \beta < 0 \text{ bo'lsa}. \end{cases}$$

Izoh: Lemma 2.2 da $\delta > 0$ soni $u = \psi(\lambda)$ tenglama

$u \in U^+_{\varepsilon_1,\varepsilon}$, $0 \leq Re\lambda \leq \lambda_{\delta+}(Reu)$ da yagona $\lambda = \lambda_+(u)$ yechimga ega bo'ladigan qilib,

$u \in U^+_{\varepsilon_1,\varepsilon}$, $\lambda_{\delta-}(Re\lambda) \leq Re\lambda \leq 0$ da esa, yagona $\lambda_-(u)$ yechimga ega bo'ladigan qilib tanlanadi.

Lemma 2.3 da $\delta > 0$ soni $u = \psi(\lambda)$ tenglama

$$u \in \tilde{U}_{\varepsilon_1,\varepsilon}, \qquad \lambda_{\delta-}(Reu) \leq Re\lambda \leq \lambda_{\delta+}(Reu)$$

sohada yechimga ega bo'lmaydigan qilib tanlanadi. $\varphi(\lambda) \in B(\mu_-,\mu_+)$ funksiya kanonik faktorizatsiyaga yo'l qo'yishi uchun zarur va yetarli shartlar [14] da keltirilgan. Endi cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya komponentalarini topishga misollar keltiramiz.

Misol 1. $\xi(t)$ –tortishga ega bo'lgan Viner jarayoni bo'lsin, ya'ni

$$\varphi(\lambda) = \alpha\lambda + \frac{\sigma^2\lambda^2}{2}.$$

Oddiy hisoblashlar ko'rsatadiki, bu holda cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya komponentalari

$$r_{u\pm}(\lambda) = \frac{\lambda_\pm(u)}{\lambda_\pm(u) - \lambda}$$

bo'ladi. Bu yerda

$$\lambda_\pm(u) = \frac{\pm(\alpha^2 + 2u\sigma^2)^{\frac{1}{2}} - \alpha}{\sigma^2}.$$

Misol 2. $\xi(t)$ –musbat tortishli, manfiy sakrashlari ko'rsatkichli taqsimlangan, chegaralangan variatsiyali bir jinsli tasodifiy jarayon bo'lsin. U holda

$$\psi(\lambda) = a_1\lambda + \int_0^{\infty} \left(e^{\lambda x} - 1\right) dS(x) - \frac{c\lambda}{\alpha(\lambda+\alpha)},$$

$$\int_0^1 x dS(x) < \infty\ , a_1 > 0\ , \qquad c > 0.$$

$$\psi_+(\lambda) = a_1\lambda + \int_0^{\infty} \left(e^{\lambda x} - 1\right) dS(x)$$

o'suvchi jarayonga mos keladi va $u - \psi_+(\lambda) = 0$ tenglama $Re\lambda < 0$ yarim tekislikda yechimga ega emas. CHunki

$$Re\left(u - \psi_+(\lambda)\right) = Reu - a_1x_1 -$$

$$-\int_0^{\infty} (e^{x_1 x} cos y_1 x - 1)\, dS(x) > 0, \lambda = x_1 + iy_1.$$

$\psi_+(\lambda) \to \infty, \lambda \to -\infty$ bo'lganligi uchun

$$\frac{u - \psi(\lambda)}{u - \psi_+(\lambda)} = 1 + \frac{c\lambda}{\alpha(\lambda+\alpha)\left(u - \psi_+(\lambda)\right)} \to 1\ .$$

$Re\lambda = 0,\ \ Reu > 0$ bo'lganda

$$Re(u - \psi(\lambda)) > 0, \qquad Re(u - \psi_+(\lambda))^{-1} \geq 0.$$

Demak,

$$\inf_{Re\lambda = 0} \frac{u - \psi(\lambda)}{u - \psi_+(\lambda)} = 0.$$

$u-\psi(\lambda)$ funksiya $Re\lambda < 0$ da yagona $\lambda = -\alpha$ qutb nuqtaga ega bo'lganligi uchun argument prinsipiga ko'ra $u-\psi(\lambda) = 0$ tenglama $Re\lambda < 0$ da yagona $\lambda_-(u)$ yechimga ega. SHuning uchun

$$r_u(\lambda) = \frac{u}{u-\psi(\lambda)}$$

funksiyaning $Reu > 0,\ Re\lambda = 0$ dagi cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiyasi manfiy komponentasi sifatida

$$r_{u^-}(\lambda) = \frac{\lambda+\alpha}{\lambda-\lambda_-(u)}$$

funksiyani olish mumkin. U holda musbat komponenta

$$r_{u^+}(\lambda) = \frac{r_u(\lambda)(\lambda-\lambda_-(u))}{\lambda+\alpha}$$

bo'ladi.

§3. Kanonik faktorizatsiya va komponentalarning xossalari.

$\xi_1, \xi_2, \ . \ . \ .$ bog'liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdor (t.m.) lar ketma-ketligi $S_n = \xi_1 + \xi_2 + . \ . \ . + \xi_n \, , \quad n \geq 1, \; S_0 = 0$ bo'lsin.

$$h(\lambda) = Ee^{\lambda \xi_1}, \quad \mu_k = E\xi_1^k$$

belgilashlar kiritamiz. Quyidagi Kramer shartlari o'rinli bo'lishini talab etamiz:

1. ξ_1 t.m. taqsimoti absolyut uzluksiz komponentaga ega bo'lsin.
2. $\lambda_- \leq Re\lambda \leq \lambda_+, \; \lambda_- < 0, \; \lambda_+ > 0$ da $|h(\lambda)| < \infty$ bo'lsin.

Agar $\mu_1 < 0 \; (\mu_1 > 0)$ bo'lsa, qo'shimcha $h(\lambda_+) > 1 \;\; (h(\lambda_-\gamma) > 1)$ bo'lishi talab etiladi.

Ixtiyoriy $t \in R$ uchun

$$\eta_+(t) = min\{n \geq 1: \; S_n \geq t\}, \qquad \eta_-(t) = min\{n \geq 1: \; S_n < t\},$$

$$\chi_\pm(t) = S_{\eta_\pm(t)}, \; \eta_\pm = \eta_\pm(0), \; \chi_\pm = \chi_\pm(0) \text{ va } |z| \leq 1, Re\lambda = 0$$

bo'lganda

$$r_{z\pm}(\lambda) = 1 - E(z^{\eta_\pm} exp\{\lambda\chi_\pm\}; \, \eta_\pm < \infty)$$

bo'lsin. [A.A.B.] dan ma'lumki,

$$r_{z+}(\lambda) r_{z-}(\lambda) = 1 - zh(\lambda), |z| \leq 1, Re\lambda = 0 \qquad (3.1)$$

faktorizatsiya o'rinli bo'ladi. Biz ko'rayapgan holda (3.1) tenglik anchagina kengroq bo'lgan $\lambda_- \leq Re\lambda \leq \lambda_+$ sohada o'rinli bo'ladi. 2-shartga asosan, qandaydir $\delta_1 > 0$ uchun $1 - zh(\lambda)$ funksiya $z \in [1 - \delta_1, 1]$ bo'lganda aynan ikkita $\lambda_\pm(z)$ nollarga ega bo'ladi, $\lambda_-(z) \leq \lambda_+(z)$. $\mu_1 \neq 0$ bo'lganda $\lambda_\pm(z)$ funksiyalarni $[1 - \delta_1, 1]$ kesmaning qandaydir δ – atrofiga, $\mu_1 = 0$ bo'lganda shu atrofning $z \geq 1$ nur bilan kesilgan sohasiga analitik davom ettirish mumkin. Bunda $\lambda_\pm(z)$ nollarligicha qoladi. Bu haqidagi ma'lumotlar [A.A.B., 1962] da keltirilgan.

$\mu_1 = 0$ bo'lganda $\lambda_{\pm}(0) = 0,\ \mu_1 < 0\ (\mu_1 > 0)$ bo'lganda

$\lambda_-(0) = 0,\ \ \lambda_+(0) > 0\ \ (\lambda_-(0) < 0,\ \ \lambda_+(0) = 0)$ bo'ladi. Qandaydir

$\delta_1 > 0, \delta > 0$ lar uchun $z \in \{z: |z| \leq 1,\ |z-1| \leq \delta\},\ \ -\delta_1 \leq Re\lambda \leq \delta_1$ sohada

$$\omega_{z+}^{\pm 1}(\lambda) = \left[\frac{r_{z+}(\lambda)(\lambda+\gamma+1)}{\lambda-\lambda_+(z)}\right]^{\pm 1} \in B_+(\delta_1), \qquad (3.2)$$

$$\omega_{z-}^{\pm 1}(\lambda) = \left[\frac{r_{z-}(\lambda)(\lambda-\beta-1)}{\lambda-\lambda_-(z)}\right]^{\pm 1} \in B_-(-\delta_1), \qquad (3.3)$$

bo'ladi.

Endi yuqoridagi va §2 dagi ma'lumotlar asosida UPJ haqidagi faktorizatsiyaga va ba'zi ayniyatlarga to'xtalib o'tamiz. $\xi(t)$ UPJ, $\xi(0) = 0$ bo'lsin. §§1-2 lardagi belgilashlarga asosan

$$\psi(\lambda) = lnEe^{\lambda^{\xi(1)}} = \alpha(h(\lambda)-1),$$

$$r_u(\lambda) = \frac{u}{u-\psi(\lambda)} = \frac{u}{u-\alpha(h(\lambda)-1)} =$$

$$= \frac{u}{u+\alpha-\alpha h(\lambda)} = \frac{u}{u+\alpha} \cdot \frac{1}{1-\dfrac{\alpha}{u+\alpha}h(\lambda)}. \qquad (3.4)$$

(3.4) dan ko'rinib turibdiki, (3.1) dagi $|z| \leq 1$ tengsizlikka $Reu \geq 0$ tengsizlik mos keladi. Boshqacha qilib aytganda, UPJ holida ham $r_u(\lambda)$ funksiya uchun cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya mavjud va uning komponentalari uchun keltirilgan xossalar o'rinlidir.

$\psi(\lambda)$ funksiya $\lambda_- \leq \lambda \leq \lambda_+$ oraliqda botiq. $\lambda_0 \in [\lambda_-, \lambda_+]$ $\psi(\lambda)$ funksiyaning minimum nuqtasi bo'lsin, $\psi(\lambda_0) = u_0$. $u = \psi(\lambda)$ tenglama $\lambda_- \leq \lambda \leq \lambda_+$ da ikkitadan ko'p bo'lmagan yechimga ega: $\lambda_-(u),\ \lambda_+(u)$,

$$\lambda_0 \leq \lambda_+(u) \leq \lambda_+,\ u_0 \leq u \leq \psi(\lambda_+);\ \ \lambda_- \leq \lambda_-(u) \leq \lambda_0, u_0 \leq u \leq \psi(\lambda_-).$$

$\lambda_{\pm}(u)$ funksiyalar $\{u\colon u_0 - \varepsilon_1 < Reu < u_{\pm} - \varepsilon_2;\ |Imu| < \varepsilon\}$

$\{u\colon u_0 - \varepsilon_1 < Reu = u \leq u_0\}$, $\varepsilon > 0$ –yetarli kichik son, $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon) > 0$,

$\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\varepsilon) > 0$ va $\varepsilon \to 0$ da $\varepsilon_2(\varepsilon) \to 0$, sohaga analitik davom ettirilishi mumkin. Bunda $\lambda_{\pm}(u)$ funksiyalar $u = \psi(\lambda)$ tenglamaning yechimlari bo'lib qoladi.

Davom ettirilgan $\lambda_{\pm}(u)$ funksiyalar $u = u_0$ nuqtada tarmoqlanuvchi ikki qiymatli funksiyaning tarmoqlari bo'lib, quyidagi yoyilmalar o'rinli bo'ladi:

$$\lambda_{\pm}(u) = \lambda_0 \pm \alpha_1\sqrt{u - u_0} + \alpha_2(u - u_0) \pm \ldots,$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{\psi''(\lambda_0)}}, \quad \alpha_2 = -\frac{\psi'''(\lambda_0)}{3\left(\psi''(\lambda_0)\right)^2}.$$

I bob bo'yicha xulosa.

Ushbu bobda Ehtimollar nazariyasining tadbiqiy masalalarida muhim o'rin tutadigan Puasson jarayonlari, xususan, dissertatsiyada asosiy obyekt hisoblangan umumlashgan Puasson jarayonlari va ularning xossalari haqida ma'lumotlar keltirilgan.

Bir jinsi bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayonlarga tegishli bo'lgan cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya va bir xil taqsimlangan bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar yig'indisi uchun aniqlanadigan kanonik faktorizatsiya tushunchalari o'rganilgan. Bu ikki faktorizatsiya orasidagi bog'lanish, ular komponentalarining asosiy analitik hossalari tahlil qilingan. Faktorizatsiya komponentalarini aniq holda topishga misollar keltirilgan.

II bob. Ba'zi chegaraviy masalalarga asimptotik yoyilmalar

§4. Masalaning qo'yilishi

$\xi(t),\ \ t \geq 0$ ixtiyoriy bir jinsli bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayon (t.j.) bo'lsin, $\xi(0) = 0,\ E\xi(1) = 0.$ Qaralayotgan t.j. ning tanlanma izlari o'ngdan uzluksiz , deb faraz qilinadi. Ushbu jarayon asosida $[-a, \infty)$ yarim intervalning chegarasidan qaytuvchi quyidagi t.j. ni aniqlaymiz:

$$\eta(0,a) = 0,\ \ \eta(t,a) = \xi(t) - a - \min\left\{-a;\ \inf_{s\leq t} \xi(s)\right\}, a \geq 0.$$

$a = 0$ bo'lganda

$$\eta_0(t) = \eta(t,0) = \xi(t) - \inf_{s\leq t} \xi(s)$$

hosil bo'ladi va bu turdagi t.j. lar navbatlar nazariyasidan yaxshi ma'lum bo'lib, ular kutish jarayonlari deb yuritiladi.

$a \geq 0,\ \ b > 0$ sonlar uchun

$$T = T(a,b) = \inf\{t > 0 : \xi(t) \notin [-a,b)\}, T_0(b) = T(0,b),$$

$$\theta = \theta(a,b) = \inf\{t > 0:\ \ \eta(t,a) \geq b\}, \theta_0(b) = \theta(0,b),$$

T.m. larni aniqlaymiz. U holda $T(a,b)$ $\xi(t)$ t.j. ning $[-a,b)$ to'plamdan birinchi marotaba chiqish moment bo'lsa, $\theta(0,b)$ esa $\eta(t,a)$ t.j. ning birinchi marotaba b dan kichik bo'lmagan qiymatni qabul qilish momenti bo'ladi.

T va $\xi(T)$ t.m. larning birgalikdagi taqsimotini o'rganishga juda ko'p mualliflarning ilmiy izlanishlari bag'ishlangan (masalan, $[8-17]$). Bu yo'nalishdagi eng chuqur natijalar $[8,9]$ da keltirilgan bo'lib, o'sha yerdan tarixiy ma'lumotlarni topish mumkin.

$\theta(a,b)$ t.m. ning taqsimot qonunini o'rganish biroz murakkab (nisbatan) masala xisoblanadi. [13] da faqat musbat sakrashlarga va manfiy og'ishga ega bo'lgan UPJ lari holida $\theta(a,b)$ ning Laplas – Stiltes akslantirishi uchun limit teorema isbotlangan. [22] da $E\xi(1) < 0$ bo'lgan holda $\log E\theta_0(b)$ uchun limit teorema isbotlangan. Yuqoridagi ishlarda qoldiq hadlar bahosi keltirilmagan.

$E\theta(a,b)$ uchun asimptotik yoyilmalar yoyilmalar $b \to \infty$ bo'lganda [8] da hosil qilingan. Ushbu magistrlik dissertatsiyasida olinadigan natijalarga [30] to'g'ridan - to'g'ri aloqador deb hisoblash mumkin. Bunda bir jinsli bog'liqsiz orttirmali t.j. lar holida normallashtirilgan $\theta(a,b)$ t.m. ning Laplas – Stiltes akslantirishi uchun asimptotik yoyilmalar topilgan. Natijalar $a \to \infty,\ b \to \infty;\ \ a = const,\ b \to \infty;\ a \to \infty,\ b = const$ bo'lgan hollar uchun alohida hosil qilingan. [30] da t.j. ga Kramer tipidagi shartlardan tashqari uning diffuzion komponentasi yoki noldan farqli og'ishi mavjud bo'lishi haqidagi shartlar qo'yilgan. Boshqacha qilib aytganda, qaralayotgan t.j. lar sinfidan faqat sakrashlar orqali qiymatini o'zgartiradigan t.j. lar chiqarib yuborilgan. Mana shu bo'shliqni to'ldirish maqsadida ushbu ishda faqat sakrashlar natijasida o'z qiymatini o'zgartiradigan t.j. lar qaraladi. T.j. bir jinsli bo'lgan holda bu, albatta, UPJ bo'ladi. [30] dagiga o'xshash natijalar, ya'ni $\theta(a,b)$ t.m. Laplas – Stiltes akslantirishi uchun asimptotik yoyilmalar va qoldiq bahosi topilgan bo'lib, bu yerda ham

$$a \to \infty, \qquad b \to \infty;\ \ a = const, \qquad b \to \infty;\ a \to \infty, \qquad b = const$$

hollar alohida qaralgan va [30] dagi ba'zi natijalar va usullardan foydalanilgan.

$\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots$ bog'liqsiz bir hil taqsimlangan t.m. lar ketma – ketligi, $S_n = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n,\ \ S_0 = 0, \qquad h(\lambda) = Ee^{\lambda\xi_1}, \qquad E\xi_1 = 0,$

$\xi_1^{(1)}, \xi_2^{(1)}, . . . , \xi_n^{(1)}, . . .$ esa o'zaro bog'liqsiz, bir xil $\alpha > 0$ parametrli ko'rsatkichli taqsimot qonuniga ega, ya'ni $P\left(\xi_1^{(1)} > t\right) = e^{-\alpha t}$ bo'lgan tasodifiy miqdorlar ketma – ketligi, $S_n^{(1)} = \xi_1^{(1)} + \xi_2^{(1)} + . . . + \xi_n^{(1)}$, $S_0^{(1)} = 0$,

$$\eta(t) = max\left\{k \geq 0:\ S_k^{(1)} < t\right\}, \xi(t) = S_{\eta(t)}$$

bo'lsin. U holda tabiiyki $\xi(t)$ UPJ bo'ladi.

$N = N(a, b) = min\{n \geq 1:\ S_n \notin [-a, b)\}, \qquad a \geq 0, \qquad b > 0$

t.m. ni aniqlaymiz. Quyidagi qator belgilashlarni kiritamiz:

$Q_1(z) = E(z^N, \quad S_N < -a), \ |z| \leq 1,$

$Q_2(z) = E(z^N, \quad S_N \geq b), \ |z| \leq 1,$

$\psi(\lambda) = lnEe^{\lambda\xi(1)}, \qquad r_u(\lambda) = \dfrac{u}{u - \psi(\lambda)},$

$r_u(\lambda) = r_{u+}(\lambda) r_{u-}(\lambda)$ – cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya ,

$V_-(u, \lambda) = E\left(e^{\lambda\xi(T) - uT};\ \xi(T) \leq -a\right), \ Reu \geq 0, \qquad Re\lambda \geq 0,$

$V_+(u, \lambda) = E\left(e^{\lambda\xi(T) - uT};\ \xi(T) \geq b\right), \ Reu \geq 0, \qquad Re\lambda \leq 0,$

$$v_u(\lambda) = (\lambda - \lambda_+(u))\frac{r_{u+}(\lambda)}{\lambda_+(u)}, \qquad (4.1)$$

$$\omega_u(\lambda) = (\lambda - \lambda_-(u))\frac{r_{u-}(\lambda)}{\lambda_-(u)}. \qquad (4.2)$$

Eslatib o'tamiz, $r_{u\pm}(0) = 1$, $r_{u\pm}(\lambda_\pm(\omega)) = 0$ va $E\xi(1) = 0$ bo'lganda $\lambda_\pm(0) = 0$.

To'la ehtimollik formulasini qo'llab

$$V_-(u,0) = Q_1\left(\frac{\alpha}{u+\alpha}\right), \quad Reu \geq 0,$$

$$V_+(u,0) = Q_2\left(\frac{\alpha}{u+\alpha}\right), \quad Reu \geq 0,$$

tengliklarni hosil qilish qiyin emas.

$z \in L_\delta = \{|z-1| < \delta, \quad |z| < 1\}$

bo'lganda [25] maqolada $Q_1(z)$ va $Q_2(z)$ larning asimptotik yoyilmalari topilgan.

$Reu > 0$ bo'lganda $\left|\frac{\alpha}{u+\alpha}\right| < 1$ va yetarli kichik $\varepsilon > 0$ da

$U_\varepsilon = \{u: 0 \leq Reu < \varepsilon, |Imu| < \varepsilon, u \neq 0\}$ to'plam $\varphi(u) = \frac{\alpha}{u+\alpha}$ akslantirishda L_δ to'plamning ichiga tushadi. Demak, $V_\pm(u,0)$ funksiyalarning U_ε da asimptotik yoyilmalarini hosil qilish uchun $Q_1(z)$ va $Q_2(z)$ funksiyalarning [25] dagi asimptotik yoyilmalaridan foydalanish mumkin.

§5. $T(a,b)$ tasodifiy miqdor Laplas akslantirishi asimptotikasi.

Ushbu paragrafda [25] maqolada keltirilgan natijalardan darhol hosil bo'ladigan kerakli lemma va teoremalarni keltiramiz. Bular a va b sonlarning o'zgarishiga mos ravishda normallashtirilgan $T(a,b)$ t.m. Laplas akslantirishining va $(T(a,b), \xi(T))$ ikki o'lchovli t.m. Laplas-Stiltes akslantirishining asimptotik yoyilmalarini o'z ichiga oladi. Bunda [25] dagi o'zgaruvchi z o'rniga $\frac{\alpha}{u+\alpha}$ akslantirish orqali u o'zgaruvchiga o'tishi inobatga olingan.

<u>Lemma 5.1.</u> $Re\lambda = 0,\ u \in U_\varepsilon, a \to \infty, b \to \infty$ bo'lsin. SHunday $\varepsilon > 0,\ \delta > 0$ mavjudki,

$$V_-(u,\lambda) = \frac{\omega_u\big(\lambda_-(u)\big)e^{\lambda_-(u)a}}{\omega_u(\lambda)e^{\lambda a}}\left[\frac{1 - H_2(u)\mu^b(u)}{1 - H_3(u)\mu^{b+a}(u)} + O\big(e^{-\delta a - q(b+a)}\big)\right.$$
$$\left. + O\big(e^{-(q+\delta)b}\big)\right] + \big(\lambda - \lambda_-(u)\big)\int_{-\infty}^{-a} e^{\lambda x}\theta(u,x)dx,$$

$$V_+(u,\lambda) = \frac{v_u(\lambda_+(u))e^{\lambda b}}{v_u(\lambda)e^{\lambda_+(u)b}}\left[\frac{1 - H_1(u)\mu^a(u)}{1 - H_3(u)\mu^{b+a}(u)} + O\big(e^{-\delta b - q(a+b)}\big)\right.$$
$$\left. + O\big(e^{-(q+\delta)a}\big)\right] + (\lambda - \lambda_+(u))\int_b^{\infty} e^{\lambda x}\varphi(u,x)dx,$$

bo'ladi. Bu yerda $\mu(u) = exp\{\lambda_-(u) - \lambda_+(u)\}$,

$$H_1(u) = \frac{\omega_u\big(\lambda_-(u)\big)}{\omega_u\big(\lambda_+(u)\big)},$$

$$H_2(u) = \frac{v_u(\lambda_+(u))}{v_u(\lambda_-(u))}, \qquad (5.1)$$

$$H_3(u) = H_1(u) \cdot H_2(u),$$

$$|\theta(u,x)| \leq C_1 e^{\delta x}, \quad x < -a,$$

$$|\varphi(u,y)| \leq C_2 e^{-(q+\delta)y}, \quad y \geq b.$$

Bundan keyin indeksli C harflar bilan o'zgarmas musbat sonlar belgilanadi.

Eslatib o'tamiz ,

$$v_u(\lambda) = (\lambda - \lambda_+(u))\frac{r_{u+}(\lambda)}{\lambda_+(u)}, \qquad \omega_u(\lambda) = (\lambda - \lambda_-(u))\frac{r_{u-}(\lambda)}{\lambda_-(u)}$$

Lemma 5.2. SHunday $\varepsilon > 0,\ \delta > 0$ sonlar mavjudki,

$Re\lambda = 0,\ u \in U_\varepsilon,\ a = const,\ b \to \infty$ bo'lganda

$$V_-(u,\lambda) = \mathcal{A}(u,\lambda) - \frac{\omega_u(\lambda_-(u))e^{\lambda_-(u)a}H_2(u)\mu^b(u)}{\omega_u(\lambda)e^{\lambda a}} \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{\left(1-\mathcal{A}(u,\lambda_+(u))\right)}{\left(1-H_3(u)\mu^{b+a}(u)\right)} + O\left(e^{-\delta b}\right)\right] + (\lambda - \lambda_-(u))\int_{-\infty}^{-a} e^{\lambda x}\theta_1(u,x)dx,$$

$$V_+(u,\lambda) = \frac{v_u(\lambda_+(u))e^{\lambda b}}{v_u(\lambda)e^{\lambda_+(u)b}} \cdot \left[\frac{\left(1-\mathcal{A}(u,\lambda_+(u))\right)}{\left(1-H_3(u)\mu^{b+a}(u)\right)} + O\left(e^{-\delta b}\right)\right]$$

$$+(\lambda - \lambda_+(u))\int_b^{\infty} e^{\lambda x}\varphi_1(u,x)dx,$$

bu yerda $\tau_-(-a) = inf\{t: \xi(t) < -a\},\ \chi_-(-a) = \xi\left(\tau_-(-a)\right),$

$$\mathcal{A}(u,\lambda) = E\left(e^{\lambda\chi_{-a}-u\tau_{-}(-a)};\ \tau_{-a} < \infty\right),$$

$$|\theta_1(u,x)| \le C_3 e^{-\delta(b-x)}, \qquad x < -a,$$

$$|\varphi_1(u,y)| \le C_4 e^{-(\delta+q)y}, \qquad y \ge b.$$

5.1,5.2 lemmalarda $\delta > 0$ son $\lambda_+(u)$ $(\lambda_-(u))$ tenglamaning $0 < Re\lambda < \delta$ $(-\delta < Re\lambda < 0)$, $u \in U_\varepsilon$ sohadagi yagona yechimi bo'lishi shartidan aniqlanadi.

Ma'lumki [7] $u = 0$ nuqtaning $u < 0$ nur bilan qirqilgan qandaydir sohasida quyidagi yoyilmalar o'rinli bo'ladi:

$$\lambda_\pm(u) = \pm\alpha_1\sqrt{u} + \alpha_2 u \pm \alpha_3\left(\sqrt{u}\right)^3 + \ldots, \quad \alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}, \qquad \alpha_2 = -\frac{\psi'''(0)}{3\sigma^4},$$

$$H_1(u) = 1 + \nu_1\sqrt{u} + \nu_2 u + \ldots,$$

$$H_2(u) = 1 + \zeta_1\sqrt{u} + \zeta_2 u + \ldots, \tag{5.2}$$

$$H_3(u) = 1 + \eta_1\sqrt{u} + \eta_2 u + \ldots,$$

Lemma 5.1 da $\lambda = 0$ deb olsak,

$$E(e^{-uT};\ \xi(T) \le -a) = -\omega_u\left(\lambda_-(u)\right)e^{\lambda_-(u)a}\,\cdot$$

$$\cdot\frac{1 - H_2(u)\mu^b(u)}{1 - H_3(u)\mu^{b+a}(u)} + O\left(e^{-\delta a}\right),$$

$$E(e^{-uT};\ \xi(T) \ge b) = -\upsilon_u\left(\lambda_+(u)\right)e^{-\lambda_+(u)b}\,\cdot$$

$$\cdot \frac{1 - H_1(u)\mu^a(u)}{1 - H_3(u)\mu^{b+a}(u)} + O\left(e^{-\delta a}\right).$$

$E\xi(1) = 0, a \to \infty, b \to \infty, a = \beta(a+b)$ holni qaraymiz. U holda T t.m. dan normallashtirilgan $T(a+b)^{-2} = \beta^2 T a^{-2}$ t.m. ga o'tish uchun yuqoridagi yoyilmalarda u ni $\beta^2 u a^{-2}$ ga almashtirish zarur, ya'ni $\beta^2 u a^{-2} \in U_\varepsilon$ shartni qanoatlantiruvchi barcha u, a lar uchun

$$\lambda_\pm\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = \pm\frac{\alpha_1\beta u^{\frac{1}{2}}}{a} + \frac{\alpha_2\beta^2 u}{a^2} \pm \frac{\alpha_3\beta^3 u^{\frac{3}{2}}}{a^3} + \ldots,$$

$$\mu\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = exp\left\{-\frac{2\alpha_1\beta\sqrt{u}}{a} - \frac{\alpha_3\beta^3 u^{\frac{3}{2}}}{a^3} - \frac{2\alpha_5\beta^5 u^{\frac{5}{2}}}{a^5} - \ldots\right\},$$

$$\mu^a\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = exp\{-2\alpha_1\beta\sqrt{u}\} exp\left\{-\frac{2\alpha_3\beta^3 u^{\frac{3}{2}}}{a^2} - \frac{2\alpha_5\beta^5 u^{\frac{5}{2}}}{a^4} - \ldots\right\} =$$

$$= exp\{-2\alpha_1\beta\sqrt{u}\}\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} p_i(\sqrt{u}) a^{-i}\right), \qquad (5.3)$$

bo`ladi. Bu yerda $P_2(\sqrt{u}) = -2\alpha_3\beta^3 u^{\frac{3}{2}},\ P_{2i-1}(\sqrt{u}) = 0,\ i \geq 1.$

xuddi shunga o`xshash

$$\mu^b\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = exp\{-2\alpha_1(1-\beta)\sqrt{u}\}\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} q_i(\sqrt{u}) a^{-i}\right), \qquad (5.4)$$

$$q_2(\sqrt{u}) = -2\alpha_3\beta^2(1-\beta)u^{\frac{3}{2}}, \qquad q_{2i-1}(\sqrt{u}) = 0, \qquad i \geq 1,$$

$$\mu^{b+a}\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = exp\{-2\alpha_1\sqrt{u}\}\left(1+\sum_{i=1}^{\infty} d_i(\sqrt{u})a^{-i}\right), \qquad (5.5)$$

$$d_2(\sqrt{u}) = -2\alpha_3\beta^2 u^{\frac{3}{2}}, \qquad d_{2i-1}(\sqrt{u}) = 0, \qquad i \geq 1.$$

Va nihoyat

$$exp\left\{a\lambda_-\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right)\right\} = exp\{-\alpha_1\beta\sqrt{u}\}\left(1+\sum_{i=1}^{\infty} e_i(\sqrt{u})a^{-i}\right), \qquad (5.6)$$

$$e_1(\sqrt{u}) = \alpha_2\beta^2 u, \qquad e_2(\sqrt{u}) = \frac{1}{2}\alpha_2^2\beta^4 u^2 - \alpha_3\beta^3 u,$$

va

$$exp\left\{-b\lambda_+\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right)\right\} = exp\{-\alpha_1(1-\beta)\sqrt{u}\}\cdot$$

$$\cdot\left(1+\sum_{i=1}^{\infty} \varkappa_i(\sqrt{u})a^{-i}\right), \qquad (5.7)$$

$$\varkappa_1(\sqrt{u}) = -\alpha_2\beta(1-\beta)u,$$

$$\varkappa_2(\sqrt{u}) = \frac{1}{2}\alpha_2^2\beta^2(1-\beta)^2u^2 - \alpha_3\beta^2(1-\beta)u^{\frac{3}{2}}.$$

Yuqoridagi yoyilmalarda $p_i(\sqrt{u}), q_i(\sqrt{u}), d_i(\sqrt{u}), e_i(\sqrt{u}) \varkappa_i(\sqrt{u})$ funksiyalar $\sqrt{u}$ ning darajasi $2i$ dan katta bo`lmagan ko`phadlardir.

$\nu_i, \zeta_i, \eta_i, \theta_i, \tau_i, i \geq 1.$ sonlar quyidagi yoyilmalardan aniqlanadi:

$$H_1\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\beta^i \nu_i u^{\frac{i}{2}}}{a^i},$$

$$H_2\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\beta^i \zeta_i u^{\frac{i}{2}}}{a^i}, \tag{5.8}$$

$$H_3\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\beta^i \eta_i u^{\frac{i}{2}}}{a^i},$$

$$H_4(u) = -\omega_u\big(\lambda_-(u)\big) = 1 + \theta_1\sqrt{u} + \theta_2 u + \ldots,$$

$$H_5(u) = -v_u\big(\lambda_+(u)\big) = 1 + \tau_1\sqrt{u} + \tau_2 u + \ldots .$$

$$H_4\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\beta^i \theta_i u^{\frac{i}{2}}}{a^i},$$

$$H_5\left(\frac{u\beta^2}{a^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\beta^i \tau_i u^{\frac{i}{2}}}{a^i}.$$

Teorema 5.1. $E\xi(1) = 0, a \to \infty, b \to \infty, a = \beta(a+b), \beta$ $-$fiksirlangan son bo`lsin. U holda shunday $\varepsilon > 0, \delta > 0$ sonlar mavjudki,

$$\frac{u\beta^2}{a^2} \in U_\varepsilon$$

bo’lganda (u bo’yicha tekkis)

$$E\left(exp\left\{-\frac{\beta^2 uT}{a^2}\right\};\ \xi(T) \leq -a\right) = \sum_{i=0}^{\infty} f_i(u)a^{-i} + O\left(e^{-\delta a}\right), f_0(u)$$
$$= \frac{sh\left(\sigma^{-1}(1-\beta)\sqrt{2u}\right)}{sh\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)}, \quad \sigma^2 = \mathbb{D}\xi(1),$$

bu yerda

$$f_0(u) = \frac{sh\left(\alpha_1(1-\beta)\sqrt{u}\right)}{sh\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)} = \frac{sh\left(\sigma^{-1}(1-\beta)\sqrt{2u}\right)}{sh\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)},$$

$$f_1(u) = \frac{sh\left(\sigma^{-1}(1-\beta)\sqrt{2u}\right)}{sh\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)}\left[\theta_1\beta\sqrt{u} + \alpha_2\beta^2 u + \frac{\beta\eta_1\sqrt{u}}{e^{2\alpha_1\sqrt{u}} - 1}\right.$$
$$\left. - \frac{\beta\zeta_1\sqrt{u}}{e^{2\alpha_1(1-\beta)\sqrt{u}} - 1}\right], \qquad \sigma^2 = D\xi(1), \tag{5.9}$$

qolgan $f_i(u)$ funksiyalar (5.1) – (5.8) munosabatlar orqali aniqlanadi.

<u>Teorema 5.2.</u> Shunday $\varepsilon > 0, \delta > 0$ sonlar mavjudki, teorema 5.1. ning shartlari bajarilganda

$$\frac{u\beta^2}{a^2} \in U_\varepsilon$$

shartni qanoatlantiruvchi u lar uchun (u bo`yicha tekis)

$$E\left(exp\left\{-\frac{\beta^2 uT}{a^2}\right\};\ \xi(T) \geq b\right) = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{f}_i(u)a^{-i} + O\left(e^{-\delta a}\right),$$

bo`ladi. Bunda

$$\tilde{f}_0(u) = \frac{sh\left(\sigma^{-1}\beta\sqrt{2u}\right)}{sh\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)}, \qquad (5.10)$$

$$\tilde{f}_1(u) = \frac{sh\left(\sigma^{-1}\beta\sqrt{2u}\right)}{sh\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)}\left[\beta\tau_1\sqrt{u} - \alpha_2\beta(1-\beta)u + \frac{\beta\eta_1\sqrt{u}}{e^{2\alpha_1\sqrt{u}}-1} - \frac{\beta\nu_1\sqrt{u}}{e^{2\alpha_1\beta\sqrt{u}}-1}\right]$$

qolgan $\tilde{f}_1(u)$ funksiyalar (5.1) – (5.8) munosabatlardan aniqlanadi.

Endi $E\xi(1) = 0,\ a = const,\ b \to \infty$ holni qaraymiz. Bu holda lemma 5.2. va yuqorida keltirilgan yoyilmalardan foydalanamiz. Lemma 5.2. da $\lambda = 0$ deb olsak,

$$E(e^{-uT};\ \xi(T) \le -a) = Ee^{-u\tau_-(-a)} +$$

$$+\frac{\omega_u(\lambda_-(u))e^{\lambda_-(u)a}H_2(u)\mu^b(u)\left(1-\mathcal{A}\left(u,\lambda_+(u)\right)\right)}{\left(1-H_3(u)\mu^{b+a}(u)\right)} + O\left(e^{-\delta b}\right),$$

$$E(e^{-uT};\ \xi(T) \ge b) = \frac{-v_u(\lambda_+(u))\left(1-\mathcal{A}\left(u,\lambda_+(u)\right)\right)}{e^{\lambda_+(u)b}\left(1-H_3(u)\mu^{b+a}(u)\right)} + O\left(e^{-\delta b}\right).$$

$[8]$ dan ma'lumki, $\mathcal{A}\left(u,\lambda_-(u)\right) = 1$ va $\lambda = \lambda_-(u)$ nuqta atrofida

$$\mathcal{A}(u,\lambda) = 1 + E\left(\chi_-(-a)e^{-u\tau_-(-a)+\lambda_-(u)\chi_-(-a)}\right)\left(\lambda-\lambda_-(u)\right) +$$

$$+E\left(\chi_-^2(-a)e^{-u\tau_-(-a)+\lambda_-(u)\chi_-(-a)}\right)\frac{\left(\lambda-\lambda_-(u)\right)^2}{2} + \ldots .$$

$\lambda = \lambda_+(u)$ bo'lganda

$$1-\mathcal{A}\left(u,\lambda_+(u)\right) = \rho_1\sqrt{u} + \rho_2 u + \rho_3\left(\sqrt{u}\right)^3 + \ldots \qquad (5.11)$$

hosil bo'ladi. Bu yerda $\rho_1 = -2\alpha_1 E\chi_-(-a)$.

Bu holda $T(a,b)$ t.m. ni ${}^{T}/_{b^2}$ ko`rinishida normallashtiriladi. Demak, tegishli yoyilmalarda o`zgaruvchi u ni $\frac{u}{b^2}$ ga almashtirsak, $\frac{u}{b^2} \in U_\varepsilon$ bo`lganda quyidagi yoyilmalar o`rinli bo`ladi.

$$\lambda_\pm\left(\frac{u}{b^2}\right) = \pm\alpha_1\frac{\sqrt{u}}{b} + \alpha_2\frac{u}{b^2} \pm \alpha_3\frac{u^{\frac{3}{2}}}{b^3} + \ldots,$$

$$\mu\left(\frac{u}{b^2}\right) = exp\left\{-\frac{2\alpha_1\sqrt{u}}{b} - \frac{2\alpha_3 u^{\frac{3}{2}}}{b^3} - \frac{2\alpha_5 u^{\frac{5}{2}}}{b^5} - \ldots\right\},$$

$$\mu^b\left(\frac{u}{b^2}\right) = \left(e^{-2\alpha_1\sqrt{u}}\right)\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty}\tilde{q}_i\left(\sqrt{u}\right)b^{-i}\right), \qquad (5.12)$$

$$\tilde{q}_2\left(\sqrt{u}\right) = -2\alpha_3 u^{\frac{3}{2}}, \qquad \tilde{q}_{2i-1}\left(\sqrt{u}\right) = 0, \quad i \geq 1,$$

$$\mu^{b+a}\left(\frac{u}{b^2}\right) = e^{-2\alpha_1\sqrt{u}}\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty}\tilde{d}_i\left(\sqrt{u}\right)b^{-i}\right), \qquad (5.13)$$

$$\tilde{d}_1\left(\sqrt{u}\right) = -2\alpha_1 a\sqrt{u}, \quad \tilde{d}_2\left(\sqrt{u}\right) = \alpha_1^2 a^2 u - 2\alpha_3 u^{\frac{3}{2}},$$

$$H_2\left(\frac{u}{b^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty}\zeta_i u^{\frac{i}{2}} b^{-i}, \quad H_3\left(\frac{u}{b^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty}\eta_i u^{\frac{i}{2}} b^{-i}, \qquad (5.14)$$

$$H_4\left(\frac{u}{b^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty}\theta_i u^{\frac{i}{2}} b^{-i}, \quad H_5\left(\frac{u}{b^2}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty}\tau_i u^{\frac{i}{2}} b^{-i}. \qquad (5.15)$$

$$1-\mathcal{A}\left(\frac{u}{b^2},\lambda+\left(\frac{u}{b^2}\right)\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\rho_i u^{\frac{i}{2}}b^{-i}, \qquad (5.16)$$

$$exp\left\{a\lambda_-\left(\frac{u}{b^2}\right)\right\}=1+\sum_{i=1}^{\infty}\tilde{e}_i\sqrt{u}b^{-i},$$

$$\tilde{e}_1(\sqrt{u})=\alpha_1 a\sqrt{u},\ \ \tilde{e}_2(\sqrt{u})=\alpha_2 au+\frac{1}{2}\alpha_1^2a^2u,$$

$$exp\left\{-b\lambda_+\left(\frac{u}{b^2}\right)\right\}=e^{-\alpha_1\sqrt{u}}\left(1+\sum_{i=1}^{\infty}\tilde{\varkappa}_i(\sqrt{u})b^{-i}\right), \qquad (5.17)$$

$$\tilde{\varkappa}_1(\sqrt{u})-\alpha_2 u,\ \ \tilde{\varkappa}_2(\sqrt{u})=\frac{1}{2}\alpha_2^2u^2-\alpha_3u^{\frac{3}{2}}.$$

Bunda $\tilde{q}_i(\sqrt{u}),\tilde{d}_i(\sqrt{u}),\tilde{e}_i(\sqrt{u}),\tilde{\varkappa}_i(\sqrt{u})$ $-$ $\sqrt{u}$ ning darajasi $2i$ dan katta bo`lmagan ko`phadlari.

<u>Teorema 5.3.</u> $E\xi(1)=0,\ a=const,\ b\to\infty$ bo`lsin. U holda qandaydir $\varepsilon>0,\ \delta>0$ sonlar uchun

$$\frac{u}{b^2}\in U_\varepsilon$$

bo`lganda (u bo`yicha tekis)

$$E\left(exp\left\{-\frac{uT}{b^2}\right\};\ \xi(T)\le -a\right)=$$

$$=Eexp\left\{-\frac{u\tau_-(-a)}{b^2}\right\}+\sum_{i=0}^{\infty}g_i(u)b^{-i}+O\left(e^{-\delta b}\right),$$

Bu yerda

$$g_1(u)=\frac{\sqrt{2u}E\chi_-(-a)e^{-\sigma^{-1}\sqrt{2u}}}{\sigma sh\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)},$$

$$g_2(u)=g_1(u)\sqrt{u}\left[\zeta_1+\alpha_1 a-\theta_1-\sqrt{2}\sigma\rho_2(E\chi_-(-a))^{-1}+\frac{(\eta_1-2\alpha_1)}{e^{2\alpha_1\sqrt{u}}-1}\right].$$

qolgan $g_1(u)$ funksiyalar (5.9) – (5.15) munosabatlar orqali aniqlanadi.

Teorema 5.4. Teorema 5.3 ning shartlari bajarilganda shunday $\delta>0\ \varepsilon>0,$ sonlar mavjudki,

$$\frac{u}{b^2}\in U_\varepsilon$$

bo`lganda u bo'yicha tekis

$$E\left(exp\left\{-\frac{uT}{b^2}\right\},\xi(T)\geq b\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\tilde{g}_i(u)b^{-i}+O\left(e^{-\delta b}\right),$$

bu yerda

$$\tilde{g}_1(u)=\frac{\sqrt{2}|E\chi_-(-a)|\sqrt{u}}{\sigma sh\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)},$$

$$\tilde{g}_2(u)=\sqrt{u}\tilde{g}_1(u)\left[\frac{\eta_1-2\alpha_1}{e^{2\alpha_1\sqrt{u}}-1}+\frac{\rho_2\sqrt{u}}{2\alpha_1|E\chi_-(-a)|}-\tau_1\sqrt{u}-\alpha_2\sqrt{u}\right]$$

qolgan $\tilde{g}_1(u)$ funksiyalar (5.9) – (5.15) munosabatlar orqali ifodalanadi.

II bob bo'yicha hulosa.

II bob dissertatsiyada xal qilinishi kerak bo'lgan asosiy masalaning qo'yilishiga va ba'zi yordamchi ma'lumotlarga bag'ishlangan.

Bu bobda bir jinsli bog'liqsiz orttirmali umumlashgan Puasson jarayoni izlarining oraliqdan birinchi marotaba chiqish momenti Laplas akslantirishi uchun asimptotik yoyilmalar keltirilgan. Bunda chegaralarning ikkalasi ham kattalashib boradigan (vaqt bilan birgalikda) va bittasi chekli bo'lgan hollar alohida qaralgan. Bu bobdagi natijalar avvaldan ma'lum bo'lib, dissertatsiyadagi asosiy natijalarni isbotlashda muhim o'rin tutadi.

III bob. Qaytaruvchi ekranli tasodifiy jarayonlar uchun chegaraviy masalalarda asimptotik yoyilmalar

§6. Yordamchi munosabatlar

Eslatib o'tamiz,

$$\psi(\lambda) = lnEe^{\lambda\xi(1)} = \alpha(h(\lambda) - 1), h(\lambda) = Ee^{\lambda\xi_1},$$

$$r_u(\lambda) = \frac{u}{u - \psi(\lambda)} = \frac{u}{u + \alpha} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha}{u + \alpha} h(\lambda)},$$

$$V_+(u, \lambda) = E\left(exp\{\lambda\xi\left(T(a, b)\right) - uT(a, b)\};\ \xi\left(T(a, b)\right) \geq b\right),$$

$$Reu \geq 0, \quad Re\lambda \leq 0,$$

$$V_-(u, \lambda) = E\left(exp\{\lambda\xi\left(T(a, b)\right) - uT(a, b)\};\ \xi\left(T(a, b)\right) \leq -a\right),$$

$$Re u \geq 0, \quad Re\lambda \geq 0$$

va $r_u(\lambda) = r_{u+}(\lambda) r_{u-}(\lambda) -$ cheksiz bo'linuvchi faktorizatsiya,
$Re\lambda = 0,\ Re u > 0.$

Agar $Re\lambda = 0$ da $h(u,\lambda)$ funksiyani

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda x} dH(u,x),$$

ko'rinishda ifodalash mumkin bo'lsa (bu yerda $H(u,x) - x$ ning chegaralangan variatsiyali funksiyasi), [8] dagiga o'xshash, $Re u > 0,\ Re\lambda = 0$ bo'lganda A, B operatorlarni quyidagicha aniqlaymiz:

$$Ah(u,\lambda) = r_{u-}^{-1}(\lambda)[r_{u-}(\lambda)h(u,\lambda)]^{(-\infty,-a)},$$

$$Bh(u,\lambda) = r_{u+}^{-1}(\lambda)[r_{u+}(\lambda)h(u,\lambda)]^{(b,\infty)}.$$

Bu yerda

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda x} dH(u,x)\right]^{D} = \int_{D} e^{\lambda x} dH(u,x), D \subset R$$

belgilash qabul qilingan.

$r_{u+}(\lambda), r_{u-}(\lambda), h(u,\lambda)$ funksiyalarning xossalariga asoslanib, u va λ o'zgaruvchilarning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari sohasini kengaytirish mumkin. $Ah(u,\lambda)$ va $Bh(u,\lambda)$ funksiyalar mos ravishda $Re\lambda > 0$ va $Re\lambda < 0$ sohalarga analitik davom ettirilishi mumkin. $V_-(u,\lambda)$ va $V_+(u,\lambda)$ funksiyalar uchun [24] dan ayniyatlar ma'lum bo'lib, ular bizning belgilashlarimizda quyidagicha yoziladi:

$Re\lambda \geq 0, Re u > 0$ bo'lganda

$$V_-(u,\lambda) = Ae(u,\lambda) - AV_+(u,\lambda); \qquad (6.1)$$

$Re\lambda \leq 0, Re u > 0$ bo'lganda

$$V_+(u,\lambda) = Be(u,\lambda) - BV_-(u,\lambda), \qquad (6.2)$$

bu yerda $e(u,\lambda) \equiv 1$.

$V_-(u,\lambda)$, $V_+(u,\lambda)$ funksiyalar $\theta(a,b)$ t.m. taqsimotining Laplas akslantirishlari bilan chambarchas bog'liq. §5 dagi ma'lumotlarni keltirishning sababi ham shunda. $V_-(u,\lambda)$, $V_+(u,\lambda)$ belgilashlarida ularning a va b sonlariga bog'liqligi ko'rsatilmagan. SHuning uchun $a = 0$ bo'lganda $V_-(u,\lambda)$, $V_+(u,\lambda)$ funksiyalar uchun maxsus $V_{0-}(u,\lambda)$, $V_{0+}(u,\lambda)$ belgilashlar kiritamiz, A operatorni esa A_0 orqali belgilaymiz.

Lemma 6.1. $Reu > 0$ bo'lganda

$$Ee^{-u\theta_0(b)} = \frac{E\left(e^{-uT_0(b)};\ \xi\left(T_0(b)\right) \geq b\right)}{1 - E\left(e^{-uT_0(b)};\ \xi\left(T_0(b)\right) \leq 0\right)} \equiv \frac{V_{0+}(u,0)}{1 - V_{0-}(u,0)}, \qquad (6.3)$$

$$Ee^{-u\theta(a,b)} = V_+(u,0) + V_-(u,0)Ee^{-u\theta_0(a+b)}. \qquad (6.4)$$

Isbot. (6.4) munosabat to'la ehtimollik formulasiga asosan oson kelib chiqadi:

$$Ee^{-u\theta(a,b)} = E\left(e^{-uT(a,b)};\ \xi\left(T(a,b)\right) \geq b\right)$$

$$+E\left(e^{-uT(a,b)};\ \xi\left(T(a,b)\right) \leq -a\right) \cdot\ Ee^{-u\theta_0(a+b)}.$$

$a = 0$ bo'lganda oxirgi ayniyatdan

$$\left(1 - V_{0-}(u,0)\right)Ee^{-u\theta_0(b)} = V_{0+}(u,0)$$

Munosabatni hosil qilamiz. Oxirgi ikki ayniyat ixtiyoriy bir jinsli bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayonlar uchun o'rinli bo'ladi. Biz qarayotgan holda $1 - V_{0-}(u,0) \neq 0$. Haqiqatan,

$$A_0e(u,\lambda) = r_{u-}^{-1}(\lambda)[r_{u-}(\lambda)]^{(-\infty,0)}$$

tenglikdan $\rho(u) = 1 - A_0e(u,0)$ uchun

$$\rho(u) = r_{u-}(+\infty) = u \int_0^\infty e^{-ut} P\left(\inf_{s\le t} \xi(s) = 0\right) dt$$

$$= exp\left\{-\int_0^\infty \frac{1}{t} e^{-ut} P(\xi(s) < 0) dt\right\}$$

kelib chiqadi ([9]). $\xi(t)$ UPJ bo'lganda

$$\int_0^\infty \frac{1}{t} P(\xi(t) < 0) < \infty$$

bo'ladi va (6.1) yenglikka asosan

$$1 - V_{0-}(u,\lambda) = \rho(u) + [r_{u-}(\lambda) V_{0+}(u,\lambda)]_{\lambda=0}^{(-\infty,0)} > 0$$

kelib chiqadi. SHu bilan lemma isbotlandi. SHunday qilib, ko'zlangan natijaga erishish uchun $(6.3), (6.4)$ tengliklarning o'ng tomonidagi funksiyalarning asimptotik tahlilini qilish yetarli ekan. Bu ish 5-paragrafda amalga oshirildi va bizga $V_-(u,\lambda), V_+(u,\lambda)$ funksiyalarning tayyor asimptotik yoyilmalaridan foydalanish qoladi. Bu yerda asosiy qiyinchiliklar

$$\frac{V_{0+}(u,\lambda)}{1 - V_{0-}(u,\lambda)}$$

nisbatni o'rganishda yuzaga keladi.

Ba'zi zarur belgilashlarni eslatamiz.

$u_0 \le u \le \psi(\lambda_+) = u_+ (u_0 \le u \le \psi(\lambda_-) = u_-)$ bo'lganda $\lambda_+(u)$ $(\lambda_-(u))$ funksiyalar $u = \psi(\lambda)$ tenglamalarning yechimi, $\lambda_0 \le \lambda_+(u) \le \lambda_+$ $(\lambda_- \le \lambda_-(u) \le \lambda_0)$, λ_0 nuqta $\psi(\lambda)$ funksiyaning $\lambda_- \le \lambda \le \lambda_+$ dagi minimum nuqtasi bo'lsin. Bu yerda faqat $E\,\xi(1) = 0$ (ya'ni $E\xi_1 = 0$) qaralgani uchun $\lambda_0 = 0$ bo'ladi,

$$\omega_u(\lambda) = \frac{(\lambda - \lambda_-(u))r_{u-}(\lambda)}{\lambda_-(u)}, \quad v_u(\lambda) = \frac{(\lambda - \lambda_+(u))r_{u+}(\lambda)}{\lambda_+(u)},$$

$$H_1(u) = \frac{\omega_u(\lambda_-(u))}{\omega_u(\lambda_+(u))}, \quad H_2(u) = \frac{v_u(\lambda_+(u))}{v_u(\lambda_-(u))}, \quad H_3(u) = H_1(u)H_2(u).$$

Bundan keyingi 6.2-6.4 lemmalarda va 6.1-6.3 teoremalarda $\varepsilon > 0, \delta > 0$ sonlar $u = \psi(\lambda)$ tenglama $u \in U_\varepsilon,\ 0 \le Re\lambda \le \delta\ (-\delta \le Re\lambda \le 0)$ sohada yagona $\lambda_+(u)\ \ (\lambda_-(u))$ yechimga ega bo'ladigan qilib tanlanadi.

[10] da quyidagi lemmalar isbot qilingan.

Lemma 6.2. $-\delta \le Re\lambda \le 0,\ u \in U_\varepsilon$ da $g_1(u,x)$ funksiya uchun

$$g_1(u,\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda x} dG_1(u,x), \text{ va } \int_{-\infty}^{\infty} e^{\mathrm{Re}\lambda x} |dG_1(u,x)| \le C < \infty$$

Munosabatlar o'rinli bo'lib,oxirgi baho u bo'yicha tekis bo'lsin. U holda

$$Ag_1(u,\lambda) = \frac{\omega_u(\lambda_-(u))g_1(u,\lambda_-(u))e^{\lambda_-(u)a}}{\omega_u(\lambda)e^{\lambda a}} +$$

$$+(\lambda - \lambda_-(u)) \int_{-\infty}^{-a} e^{\lambda x}\psi(u,x)dx,$$

Tenglik o'rinli bo'ladi, bu yerda $u \in U_\varepsilon,\ x < -a$ bo'yicha tekis $|\psi(u,x)| \le C_1 e^{\delta x}$. Agar

$$\int_{-\infty}^{b} |dG_1(u,x)| = 0$$

bo'lsa, $|\psi(u,x)| \le C_2 e^{\delta(x-b)},\ \ x < -a$ bo'ladi.

Bu yerda va bundan keyin indeksli yoki indekssiz C harfi orqali musbat o'zgarmas sonlar belgilanadi.

<u>Lemma 6.3.</u> $0 \leq Re\lambda \leq \delta,\ u \in U_\varepsilon$ uchun tekis holda

$$g_2(u,\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda x} dG_2(u,x), \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{\mathrm{Re}\lambda x} |dG_2(u,x)| \leq C < \infty$$

bo'lsin. U holda

$$Bg_2(u,\lambda) = \frac{v_u(\lambda_+(u)) g_2(u,\lambda_+(u)) e^{\lambda b}}{e^{\lambda_+(u)b} v_u(\lambda)} +$$

$$+(\lambda - \lambda_+(u)) \int_b^{\infty} e^{\lambda x} \varphi(u,x) dx,$$

va $u \in U_\varepsilon,\ x \geq b$ bo'yicha tekis holda

$$|\psi(u,x)| \leq C_3 e^{-\delta x}$$

bo'ladi.

<u>Lemma 6.4.</u> $u \in U_\varepsilon$ bo'lganda u bo'yicha tekis

$$Ee^{-u\theta_0(b)} = \frac{v_u(\lambda_+(u))(\lambda_-(u) - \lambda_+(u))e^{-\lambda_+(u)b}}{\omega_u(\lambda_-(u))(\lambda_-(u) - \lambda_+(u)H_3(u)\mu^b(u))} + O\left(e^{-(q+\delta)b}\right)$$

bo'ladi.

<u>Isbot.</u> Lemma 6.2 da $g_1(\lambda,u)$ funksiya sifatida $V_{0+}(u,\lambda)$ funksiya olinsa, bu lemmaning barcha shartlari bajariladi va (6.1) ayniyat yordamida $u \in U_\varepsilon, Re\lambda = 0$ qiymatlar uchun

$$V_{0-}(u,\lambda) = 1 - \rho(u) r_{u-1}^{-1}(\lambda) - \frac{\omega_u(\lambda_-(u)) V_{0+}(u,\lambda_-(u))}{\omega_u(\lambda)} +$$

$$+(\lambda - \lambda_-(u)) \int_{-\infty}^{0} e^{\lambda x} \psi_1(u,x) dx. \qquad (6.5)$$

Munosabatni hosil qilamiz. Xuddi shunga o'xshash (2.2) tenglikning o'ng tomonidagi qo'shiluvchilarga lemma 6.3 ni qo'llab, $u \in U_\varepsilon, Re\lambda = 0$ qiymatlar uchun

$$V_{0+}(u,\lambda) = \frac{v_u(\lambda_+(u))e^{\lambda b}\left(1 - V_{0-}(u,\lambda_+(u))\right)}{e^{\lambda_+(u)b}v_u(\lambda)} +$$

$$+(\lambda - \lambda_+(u))\int_b^\infty e^{\lambda x}\varphi_1(u,x)dx \qquad (6.6)$$

tenglikni hosil qilamiz. $\psi_1(u,x)$ va $\varphi_1(u,x)$ funksiyalar uchun $u \in U_\varepsilon$ bo'lganda mos ravishda lemma 6.2 va lemma 6.3 dagi tekis baholar o'rinli bo'ladi.

(6.5) da $\lambda = \lambda_+(u)$ deb olamiz. U holda

$$1 - V_{0-}(u,\lambda_+(u)) = \rho(u)r_{u-1}^{-1}(\lambda_+(u)) +$$

$$+H_1(u)V_{0+}(u,\lambda_-(u)) +$$

$$+(\lambda_+(u) - \lambda_-(u))\int_{-\infty}^{0} e^{\lambda_+(u)x}\psi_1(u,x)dx \qquad (6.7)$$

(6.7) munosabatni (6.6) ga qo'yamiz va $\lambda = \lambda_-(u)$ deb olamiz. $H_1(u),\ H_2(u),\ H_3(u)$ funksiyalarning qaralayotgan sohada tekis chegaralanganligini va $u \in U_\varepsilon$ bo'yicha tekis $|\mu^b(u)| \le C_4$ bahoni hisobga olib

$$V_{0+}(u,\lambda_-(u)) = \frac{\rho(u)\mu^b(u)H_2(u)(\lambda_+(u) - \lambda_-(u))}{\lambda_-(u)\omega_u(\lambda_+(u))} +$$

$$+\mu^b(u)H_3(u)V_{0+}(u,\lambda_-(u)) +$$

$$+(\lambda_+(u) - \lambda_-(u))O(e^{-(q+\delta)b}) \qquad (6.8)$$

munosabatga ega bo’lamiz.

$$\frac{\lambda_+(u)-\lambda_-(u)}{(1-\mu^b(u)H_3(u))}$$

funksiya $u\in U_\varepsilon$ da tekis chegaralangan ((1.5) ga qarang) bo’lgani uchun (6.8) dan

$$V_{0+}\big(u,\lambda_-(u)\big)=\frac{\rho(u)\mu^b(u)H_2(u)\big(\lambda_+(u)-\lambda_-(u)\big)}{\lambda_-(u)\omega_u\big(\lambda_+(u)\big)\big(1-\mu^b(u)H_3(u)\big)}+O\big(e^{-(q+\delta)b}\big) \qquad (6.9)$$

ni topamiz. (6.5) ga (6.9) ni qo’yamiz va $\lambda=0$ deb olamiz. Natijada

$$1-V_{0-}(u,\lambda)=\frac{\rho(u)(\lambda_-(u)-\lambda_+(u)H_3(u)\mu^b(u))}{\lambda_-(u)\big(1-\mu^b(u)H_3(u)\big)}+O\big(e^{-\delta b}\big) \qquad (6.10)$$

hosil bo’ladi. (6.9) ni (6.7) ga qo’yib,

$$1-V_{0-}\big(u,\lambda_+(u)\big)=\frac{\rho(u)\big(\lambda_+(u)-\lambda_-(u)\big)}{\lambda_-(u)\omega_u\big(\lambda_+(u)\big)\big(1-\mu^b(u)H_3(u)\big)}+O\big(e^{-\delta b}\big) \qquad (6.11)$$

ga ega bo’lamiz. $|exp\{-\lambda_+(u)b\}|\le C_5$ va $v_u\big(\lambda_+(u)\big),\omega_u\big(\lambda_+(u)\big)$ funksiyalar $u\in U_\varepsilon$ da tekis chegaralangan bo’lgani uchun (6.11) va (6.6) tengliklardan

$$V_{0+}(u,0)=\frac{\rho(u)\big(\lambda_-(u)-\lambda_+(u)\big)v_u\big(\lambda_+(u)\big)}{\lambda_-(u)e^{\lambda_+(u)b}\omega_u\big(\lambda_+(u)\big)\big(1-\mu^b(u)H_3(u)\big)}+O\big(e^{-(q+\delta)b}\big) \qquad (6.12)$$

kelib chiqadi.

$$A_0e(u,\lambda)=1-\rho(u)r_{u-}^{-1}(\lambda)$$

tenglikdan ko’rinib turibdiki,

$$A_0e(u,\lambda_-(u))=1,$$

shuning uchun nolga u va λ ning nolga yaqin qiymatlari uchun $|\lambda-\lambda_-(u)|\to 0$ da

$$A_0e(u,\lambda)=1+E\left(\chi_-(0)e^{-u\tau_-(0)+\lambda_-(u)\chi_-(0)}\right)\left(\lambda-\lambda_-(u)\right)+$$

$$+O(|\lambda-\lambda_+(u)|^2) \qquad (6.13)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Biz qarayotgan holda, ya'ni UPJ uchun $E\chi_-(0)<0$ bo'gani uchun $(6.11)-(6.13)$ va lemma 6.1 dan lemma 6.4 ning isboti kelib chiqadi.

§7. $\theta(a,b)$ tasodifiy miqdor Laplas akslantirishi uchun asimptotik yoyilmalar.

Ushbu paragrafda biz asosiy teoremalarni va ularning isbotini keltiramiz.

Teorema 7.1. $E\xi(1) = 0,\ a = const$ bo'lsin. U holda shunday $\varepsilon > 0$ son mavjudki, $u(a+b)^{-1} \in U_\varepsilon,\ b \to \infty$ bo'lganda u bo'yicha tekis

$$Eexp\{-u(a+b)^{-2}\theta(a,b)\} =$$

$$= ch^{-1}\frac{\sqrt{2u}}{\sigma} + \frac{f(u)}{a+b} + O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right),$$

o'rinli bo'ladi. Bu yerda $\sigma^2 = D\xi(1),\ f(u)$ funksiya quyida $(7.1), (7.2)$ munosabatlar orqali aniqlanadi.

Teorema 7.2. $E\xi(1) = 0,\ a = \beta(a+b),\ b \to \infty$ bo'lsin. U holda qandaydir $\varepsilon > 0$ qiymat uchun $u(a+b)^{-1} \in U_\varepsilon$ bo'lganda u bo'yicha tekis

$$Eexp\{-u(a+b)^{-2}\theta(a,b)\} =$$

$$= \frac{ch\left(\sigma^{-1}\beta\sqrt{2u}\right)}{ch\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)} + \frac{g(u)}{a+b} + O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right),$$

tenglik o'rinli bo'ladi va $g(u)$ funksiya $(5.9),\ (5.10),\ (7.2),\ (7.3)$ munosabatlar orqali aniqlanadi.

Teorema 7.3. $E\xi(1) = 0,\ b = const,\ a \to \infty$ bo'lganda $u(a+b)^{-1} \in U_\varepsilon$ $(\varepsilon > 0$ $-$qandaydir kichik son$)$ shartni qanoatlantiruvchi u lar uchun u bo'yicha tekis

$$Eexp\{-u(a+b)^{-2}\theta(a,b)\} = 1 - \frac{\sqrt{2u}E\chi_+(b)th\left(\sigma^{-1}\sqrt{2u}\right)}{\sigma(a+b)} + O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right),$$

bo'ladi. Bu yerda $\chi_+(b) = \xi(\tau_+(b)),\ \ \tau_+(b) = inf\{t \geq 0 : \xi(t) \geq b\}$.

$E\xi(1) = 0,\ a = 0,\ b \to \infty$ bo'lsin. Lemma 6.1 ga asosan yuqoridagi asosiy teoremalarni isbotlash uchun $Eexp\{-u\theta_0(b)\}$ funksiyaning asimptotik tahlili kerak bo'ladi. $(5.1),\ (5.12) - (5.17)$ yoyilmalarda u o'zgaruvchini $\frac{u}{b^2}$ ga almashtirsak, $u = o(b^2)$ bo'lganda

$$\lambda_\pm\left(\frac{u}{b^2}\right) = \pm\alpha_1\frac{\sqrt{u}}{b} + \alpha_2\frac{u}{b^2} + O\left(\frac{u^{3/2}}{b^3}\right), \qquad \alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sigma},\ \ \sigma^2 = D\xi(1),$$

$$H_3\left(\frac{u}{b^2}\right) = 1 + \eta_1\frac{\sqrt{u}}{b} + \eta_2\frac{u}{b^2} + O\left(\frac{u^{3/2}}{b^3}\right),$$

$$H_5\left(\frac{u}{b^2}\right) = 1 + \tau_1\frac{\sqrt{u}}{b} + \tau_2\frac{u}{b^2} + O\left(\frac{u^{3/2}}{b^3}\right),\ \ H_5(u) = -v_u(\lambda_+(u)),$$

$$H_6\left(\frac{u}{b^2}\right) = 1 + \gamma_1\frac{\sqrt{u}}{b} + \gamma_2\frac{u}{b^2} + O\left(\frac{u^{3/2}}{b^3}\right),\ \ H_6(u) = -\omega_u(\lambda_+(u)), \tag{7.1}$$

va $u = o(b)$ bo'lganda

$$exp\left\{-b\lambda_+\left(\frac{u}{b^2}\right)\right\} = exp\{-\alpha_1\sqrt{u}\}\left(1 - \alpha_2\frac{u}{b} + O\left(\frac{u^2}{b^2}\right)\right),$$

$$\mu^b\left(\frac{u}{b^2}\right) = exp\{-2\alpha_1\sqrt{u}\}\left\{1 + O\left(\frac{u^{3/2}}{b^2}\right)\right\}.$$

asimptotik yoyilmalar hosil bo'ladi.

Bu yoyilmalar va lemma 6.4 dan $u = o(b)$ lar uchun

$$Eexp\left\{-\frac{u\theta_0(b)}{b^2}\right\} =$$

$$= \frac{1 + \left(\tau_1\sqrt{u} - \gamma_1\sqrt{u} - \alpha_2 u\right)b^{-1} + O(u^2 b^{-2})}{ch(\alpha_1\sqrt{u})\left[1 - \frac{e^{\alpha_1\sqrt{u}}\alpha_2\sqrt{u}}{2\alpha_1 ch(\alpha_1\sqrt{u})b} + \frac{(\alpha_1\eta_1\sqrt{u} + \alpha_2\sqrt{u})e^{-\alpha_1\sqrt{u}}}{2\alpha_1 b\, ch(\alpha_1\sqrt{u})} + O\left(\frac{u}{b^2}\right)\right]} =$$

$$= ch^{-1}\left(\alpha_1\sqrt{u}\right) + \frac{f(u)}{b} + O\left(\frac{1}{b^2}\right), \tag{7.2}$$

bo'ladi. Bu yerda

$$f(u) = \frac{(\tau_1 - \gamma_1)\sqrt{u} - \alpha_2 u}{ch\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)} + \frac{\alpha_2\sqrt{u}th\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)}{\alpha_1 ch\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)} + \frac{\eta_1\sqrt{u}e^{-\alpha_1\sqrt{u}}}{2ch^2\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)}.$$

u o'zgaruvchining qaralayotgan qiymatlar sohasida ixtiyoriy $m > 0$ uchun

$$\frac{u^m}{ch\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)}$$

funksiya chegaralanganligidan oxirgi bahoning u bo'yicha tekisligi kelib chiqadi.

<u>Teorema 7.1 ning isboti.</u> $E\xi(1) = 0,\ a = const, b \to \infty$ bo'lsin. Bu holda teorema 5.3 va 5.4 lardan foydalanamiz. Bu teoremalarda va (7.2) da b ni $b + a$ ga almashtirsak, lemma 6.1 dan $\frac{u}{(a+b)} \in U_\varepsilon$ bo'lganda

$$Eexp\{-u(b+a)^{-2}\theta(a,b)\} = \frac{\alpha_1|E\chi_{-a}|\sqrt{u}}{(b+a)sh\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)} +$$

$$+\left[1 - \frac{\alpha_1|E\chi_{-a}|\sqrt{u}}{a+b} - \frac{\alpha_1|E\chi_{-a}|\sqrt{u}}{(b+a)sh\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)}\right] \times$$

$$\times\left[\frac{1}{ch\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)} + \frac{f(u)}{b+a}\right] + O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{ch\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)} + \frac{f(u)}{b+a} + O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right)$$

kelib chiqadi. Oxirgi tenglikda

$$1 + \frac{e^{-\alpha_1\sqrt{u}}}{sh\left(\alpha_1\sqrt{u}\right)} = cth\left(\alpha_1\sqrt{u}\right).$$

munosabatdan foydalanildi.

Teorema 7.1 isbotlandi.

Teorema 7.2 ning isboti. $E\xi(1) = 0,\ a = \beta(a+b),\ b \to \infty$ bo'lsin. Teorema 5.1 va 5.2, lemma 6.1 va (7.2) munosabatlardan

$$Eexp\{-u(b+a)^{-2}\theta(a,b)\} =$$

$$= \tilde{f}_0(u) + \frac{\tilde{f}_1(u)}{a} + O\left(\frac{1}{a^2}\right) + \left[f_0(u) + \frac{f_1(u)}{a} + O\left(\frac{1}{a^2}\right)\right]\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{1}{ch(\alpha_1\sqrt{u})} + \frac{f(u)}{a+b} + O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right)\right] =$$

$$= \tilde{f}_0(u) + \frac{f_0(u)}{ch(\alpha_1\sqrt{u})} + \frac{\tilde{f}_1(u)}{a} + \frac{f_0(u)f(u)}{a+b} +$$

$$+ \frac{f_1(u)ch^{-1}(\alpha_1\sqrt{u})}{a} + O\left(\frac{1}{a^2}\right) =$$

$$= \frac{sh(\alpha_1\beta\sqrt{u})}{sh(\alpha_1\sqrt{u})} + \frac{sh(\alpha_1(1-\beta)\sqrt{u})}{sh(\alpha_1\sqrt{u})ch(\alpha_1\sqrt{u})} +$$

$$+ \frac{\frac{\tilde{f}_1(u)}{\beta} + f_0(u)f(u) + \frac{f_1(u)}{\beta}ch(\alpha_1\sqrt{u})}{a+b} + O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right)$$

yoyilmani hosil qilamiz.

$$\frac{sh(\alpha_1\beta\sqrt{u})}{sh(\alpha_1\sqrt{u})} + \frac{sh(\alpha_1(1-\beta)\sqrt{u})}{sh(\alpha_1\sqrt{u})ch(\alpha_1\sqrt{u})} = \frac{ch(\alpha_1\beta\sqrt{u})}{ch(\alpha_1\sqrt{u})},$$

tenglikni inobatga olib,

$$g(u) = \beta^{-1}\tilde{f}_1(u) + f_0(u)f(u) + \beta^{-1}ch^{-1}(\alpha_1\sqrt{u})f_1(u), \qquad (7.3)$$

belgilash kiritsak, Teorema 7.2 ning isboti kelib chiqadi. Bu yerda $f(u)$ (7.2) da, $f_0(u), f_1(u), \tilde{f}_1(u)$ (5.10), (5.17) tengliklarda aniqlangan.

<u>Teorema 7.3 ning isboti.</u> $E\xi(1) = 0,\ b = const,\ a \to \infty$. Lemma 6.2 va 6.3 lar yordamida Lemma 5.2 ga o'xshash $V_+(u,\lambda)$ va $V_-(u,\lambda)$ funksiyalar uchun $u \in U_\varepsilon$ bo'lganda asimptotik yoyilmalarni hosil qilamiz:

$$V_-(u,\lambda) = \frac{\omega_u(\lambda_-(u))e^{\lambda_-(u)a}\left(1 - Be(u,\lambda_-(u))\right)}{e^{\lambda a}\omega_u(\lambda)\left(1 - H_3(u)\mu^{b+a}(u)\right)} +$$

$$+ \int_{-\infty}^{-a} e^{\lambda x} d\varepsilon_6(u,x)\,, \tag{7.4}$$

$$V_+(u,\lambda) = Be(u,\lambda) - \frac{v_u(\lambda_+(u))e^{\lambda b}H_1(u)\mu^a(u)\left(1 - Be(u,\lambda_-(u))\right)}{v_u(\lambda)e^{\lambda_+(u)b}\left(1 - H_3(u)\mu^{b+a}(u)\right)} +$$

$$+ \int_{b}^{\infty} e^{\lambda x} d\varepsilon_7(u,x)\,, \tag{7.5}$$

bu yerda

$$\int_{-\infty}^{-a} |d\varepsilon_6(u,x)| \le C_{11}e^{-\delta a}, \quad \int_{b}^{\infty} |d\varepsilon_7(u,x)| \le C_{12}e^{-(q+\delta)a}.$$

Qaralayotgan holda

$$Be(u,0) = 1 - \alpha_1 E\chi_+(b)\sqrt{u} + O(u)$$

bo'lgani uchun (7.4) va (7.5) tengliklarda $\lambda = 0$ bo'lganda ba'zi sodda hisoblashlardan keyin $u(a+b)^{-1} \in U_\varepsilon$ bo'lganda

$$E(exp\{-u(a+b)^{-2}T(a,b)\};\ \xi(T)\le -a)=$$
$$=\frac{\alpha_1\sqrt{u}E\chi_+(b)}{(a+b)sh(\alpha_1\sqrt{u})}\left(1+O\left(\frac{1}{(a+b)^2}\right)\right)+O(e^{-\delta a}),\qquad (7.6)$$

$$\mathrm{E}(\exp\{-u(a+b)^{-2}\mathrm{T}(a,b)\};\ \xi(\mathrm{T})\ge \mathrm{b})=$$
$$=1-\frac{\alpha_1\mathrm{E}\chi_+(\mathrm{b})\sqrt{\mathrm{u}}}{\mathrm{a}+\mathrm{b}}-\frac{\alpha_1\sqrt{\mathrm{u}}\mathrm{E}\chi_+(\mathrm{b})e^{-\alpha_1\sqrt{\mathrm{u}}}}{(\mathrm{a}+\mathrm{b})\mathrm{sh}(\alpha_1\sqrt{\mathrm{u}})}\left(1+\mathrm{O}\left(\frac{1}{(\mathrm{a}+\mathrm{b})^2}\right)\right)=$$
$$=1-\frac{\alpha_1\sqrt{\mathrm{u}}\mathrm{E}\chi_+(\mathrm{b})}{\mathrm{a}+\mathrm{b}}\mathrm{cth}(\alpha_1\sqrt{\mathrm{u}})+\mathrm{O}\left(\frac{1}{(\mathrm{a}+\mathrm{b})^2}\right),\quad \mathrm{a}\to\infty.\qquad (7.7)$$

munosabatlarni keltirib chiqaramiz.

Agar

$$cth(\alpha_1\sqrt{u})-\frac{1}{sh(\alpha_1\sqrt{u})ch(\alpha_1\sqrt{u})}=th(\alpha_1\sqrt{u})$$

ekanligini hisobga olsak, Lemma 6.1 va $(7.2),\ (7.6),\ (7.7)$ munosabatlardan teoremaning isboti kelib chiqadi.

III bob bo'yicha xulosa.

Umumlashgan Puasson jarayonlari ko'plab amaliy masalalarda matematik model bo'lib xizmat qiladi. Ushbu bobda umumlashgan Puasson jarayonlari $[-a,\infty)$ yarim intervalning quyi chegarasida qaytaruvchi ekranga ega bo'lgan hol qaraladi. Bu jarayon izlarining birinchi marotaba $[-a,b)$ intervaldan chiqish momentining taqsimot qonuni o'rganilgan. Uning Laplas akslantirishi uchun interval kengligi vaqt o'tishi bilan kengayib borishi nazarda tutilgan holda asimptotik yoyilmalar topilgan.
$a \to \infty,\ b \to \infty;\ \ a = const,\ b \to \infty;\ \ a \to \infty,\ b = const$ hollar alohida qaralgan. Asimptotik yoyilmalar birinchi hadlarining aniq ko'rinishi keltirilgan. Bu asimptotik yoyilmalardan taqsimot funksiyalar uchun limit teoremalar hosil qilish muhokama qilingan.

Xulosa

Magistrlik dissertatsiyasida $[-a,\infty)$ yarim intervalning quyi chegarasidan qaytuvchi bog'liqsiz orttirmali tasodifiy jarayonning birinchi marotaba b chegaraga yetib borish momentining taqsimot qonuni o'rganilgan. Bunda qaralayotgan tasodifiy jarayon umumlashgan Puasson jarayonidan hosil qilingan, deb faraz qilinadi.

Bog'liqsiz orttirmali bir jinsli tasodifiy jarayon va bir xil taqsimlangan bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar yig'indisining ikki o'lchovli akslantirishlarining faktorizatsiyalari, faktorizatsiya komponentalarining analitik hosssalari bayon qilingan. CHeksiz bo'linuvchi va kanonik faktorizatsiyalar komponentalari orasidagi bog'lanish keltirilgan.

Umumlashgan Puasson jarayoni (qaytaruvchi ekranli emas!) izlarining $[-a,b)$ intervaldan birinchi marotaba chiqish momenti $T(a,b)$ tasodifiy miqdorning Laplas akslantirishi uchun asimptotik yoyilmalar yordamchi ma'lumotlar sifatida keltirilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining asosiy natijalari bo'lgan umumlashgan Puasson jarayonidan hosil qilingan qaytaruvchi ekranli tasodifiy jarayon izlarining birinchi marta oraliqdan chiqish momenti $\theta(a,b)$ ning Laplas akslantirishlari uchun asimptotik yoyilmalar to'la isboti bilan keltirib chiqarilgan. Bunda t vaqt o'sishi bilan bir qatorda oraliq kengligi $a+b$ ham o'sib borishi ham talab qilinadi. Ikkala chegara va faqat bitta chegara uzoqlashib boradigan hollar alohida qaralgan. Asimptotik yoyilmalar birinchi hadlarining aniq ifodasi topilgan. Tasodifiy jarayon sakrashlarini aniqlovchi tasodifiy miqdor taqsimoti uchun

Kramer sharti, ya’ni uning harakteristik funksiyasi nol nuqtani o’z ichiga oluvchi yo’lakda analitik funksiya bo’lishi talab qilingan.

Olingan natijalar yordamida qaralayotgan tasodifiy miqdor taqsimoti uchun nafaqat limit teoremalar, balki Laplas akslantirishlarida funksiyaning aslini topish jadvallaridan foydalanib, taqsimotning o’zi uchun asimptotik yoyilmalarni ham isbot qilish mumkinligi muhokama qilingan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yhati

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Sog‘lom bola yili Davlat dasturi to‘g‘risida”gi qarori. 19-fevral 2014-yil.
2. O‘zbekiston Respublikasi “Ta'lim to’g’risida”gi qonuni.
3. O‘zbekiston Respublikasi “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”. 29-avgust 1997 –yil.
4. O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning mamlakatimizni 2013- yilda ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirish yakunlari va 2014-yilga mo’ljallangan iqtisodiy dasturning eng muhim ustuvor yo’nalishlariga bag’ishlangan Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma'ruzasi. 18.01.2014-yil.
5. O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning “Ilm–ziyo salohiyati–yurt boyligi” mavzusidagi nutqi. “Ma'rifat” gazetasi. 1993 yil, 21 iyul
6. O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning xalq deputatlari Samarqand viloyati kengashi sessiyasida so‘zlagan nutqi, “Ma'rifat” gazetasi. 1995 yil 29 noyabr
7. Лотов В. И. и Ходжибаев В. Р. Об асимптотических разложениях в одной граничной задаче.- Сиб. матем. журн. 1984. – т. 25. – N5. – 90-98.
8. Ходжибаев В.Р. Asymtotic representations for characteristics of exit from an interval for stochastic processes with independent increments.-Siberian Adv. Math, 1997. – т.7. – N3. – 75-86.
9. Ходжибаев В. Р. Асимптотический анализ распределений в двуграничных задачах для случайных блужданий с непрерывным временем, в сб.: “Предельные теоремы для сумм случайных величин”, Труды Института математики СО АН СССР, 1984. – т. 3.–77-93.

10. Боровков А. А. Новые предельные теоремы в граничных задачах для сумм независимых слагаемых, Сиб. матем. журн., 1962.–т. 3– N5.– 645-694.
11. Лотов В. И. Асимптотический анализ распределений в двуграничных задачах, Теория вероятн. и ее применен., 1979.–т. 24.– N3.– 475-485; N4.– 873-879.
12. Лотов В. И. Об асимптотике распределений, связанных с выходом недискретного случайного блуждания из интервала, в сб.: “Предельные теоремы теории вероятностей и смежные вопросы”, 18-24, Наука, Новосибирск. 1982.
13. Королюк В.С., Супрун В.Н., и Шуренков В. М. Метод потенциала в граничных задачах для процессов с независимыми приращениями и скачками одного знака., Теория вероятн. и ее применен., 1976.–т. 22. – N2.–419-425.
14. Рогозин Б. А. Распределение максимума процесса с независимыми приращениями, Сиб. матем. журн., 1969.–т.10., – N6.–, 1334-1363.
15. Рогозин Б. А. О распределении некоторых функционалов, связанных с граничными задачами для процессов с независимыми приращениями, Теория вероятн. и ее применен., 1966.–т.11.– N4.–656-670.
16. Лотов В. И. и Ходжибаев В. Р. О числе пересечений полосы для случайных процессов с независимыми приращениями, в сб.: “Предельные теоремы для случайных процессов и их применения”, Труды Института математики СО РАН, – 1993. –т. 20. –162-169.
17. Печерский Е. А. и Рогозин Б. А. О совместных распределениях случайных величин, связанных с флуктуациями процесса, с независимыми приращениями, Теория вероятн. и ее применен., 1969.–т. 14.–N3.–431-444.
18. Бейтмен Г. и Эрдейи А. Таблицы Интегральных Преобразований, Серия “Справочная математическая библиотека”, т. 1, Наука, Москва. 1969.
19. Боровков А. А. Ассимптотические Методы s Теории Массового Обслуживания, Наука, Москва. 1980.

20. Королюк В. С. Граничные Задачи для Сложных Пуас-соновских Процессов, Наукова думка, Киев. 1975.
21. Братийчук Н. С. и Гусак Д. В. Граничные Задачи для Процессов с Независимыми Приращениями, Наукова думка, Киев. 1990.
22. Барон М. И. О моменте первого достижения для процессов ожидания, Теория вероятн. и ее применен., 1996.–т. 41, –N2– 396-403.
23. Рогозин Б. А. О локальном поведении процессов с независимыми приращениями, Теория вероятн. и ее применен., 1968.–т.13,–N3, –507-512.
24. Печерский Е. А. Некоторые тождества, связанные с выходом случайного блуждания из отрезка и из полуинтервала, Теория вероятн. и ее применен., 1974.–т. 14, – N1, –104-119.
25. Лотов В.И. Предельные теоремы в одной граничной задаче для случайных блужданий. Сиб.матем.журн., 1999. –Т.40, –N5, –1095-1108
26. Лотов В.И. и Ходжибаев В.Р. О вероятности разорения. Известия АН Уз ССР., 1980.–N3, –28-34
27. Феллер В. Введение в Теорию Вероятностей и ее Приложения. Т.1. М.Мир., 1984.
28. Братийчук Н.С. и Гусак Д.В. Граничные Задачи для Процессов с Независимыми Приращениями. Киев Наукова Думка, 1990.
29. KHodjibaev V.R. Asymptoticrepresentations for characteristics of exit from an interval for stochastic processes with independent increments. Siberian Adv. Math. 1997.–V7, –N3, –75-86.
30. Lotov V.I. and Khodjibaev V. R. On limit theorems for the first exit time from a strip for Stochastic processes: I,II. Siberian Adv. Math., 1998.–V.8. –N3. –90-113., –N4. –41-59.
31. Toshxonov A. Bir chegaraviy tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni haqida. “NamDU ilmiy axborotlari” jurnali 2-son., 2013.
32. Xojiboev V.R va Toshxonov A. T. Umumlashgan Puasson jarayoni uchun bir chegaraviy masala haqida. NamDU “XXI asr – intellektual avlod asri” shiori ostidagi xududiy ilmiy-amaliy anjumani, 2014.

33. Internet saytlari

www.ziyonet.uz , **www.edu.uz** , **www.mathematic.com**

Лотов В.И. Предельные теоремы в одной граничной задаче для случайных блужданий. Сиб.матем.журн., 1999. Том 40, N5