O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

"Himoyaga ruxsat etildi"

Magistratura bo'limi boshlig'i,

dotsent _______________ G'. A. Doliyev

"______"________________2019 yil

5A130103-Differensial tenglamalar va matematik-fizika mutaxassislik magistranti

Uralova Saboxat Ismoiljon qizining

BITTA QOCHUVCHI VA BIR NECHTA QUVLOVCHI BO'LGAN HOL UCHUN l –TUTISH MASALASI

mavzusidagi

MAGISTRLIK DISSERTATSIYA ISHI

Differensial tenglamalar va matematik-fizikakafedrasi mudiri: _________ f.-m.f.n T.Mirzayev

MDI rahbari _________ akademik A.A.Azamov

NAMANGAN-2019

BITTA QOCHUVCHI VA BIR NECHTA QUVLOVCHI BO‘LGAN HOL UCHUN l–TUTISH MASALASI

MUNDARIJA

I. KIRISH

2016-yilning sentabridan boshlab, O‘zbekistondagi jamiyat sohasining barcha bo‘g‘inlarida jiddiy o‘zgarishlar boshlanib ketdi. Davlat bilan xalq orasidagi munosabatlarda sifatiy o‘zgarishlar yuz bermoqda. Bizning jamiyatimizda o‘ziga xos istiqbolli rivojlanish ko‘zga tashlanmoqda, ya’ni Prezidentimiz Sh.M.Mirziyoyev so‘zi bilan aytganda davlatimizda yangi davr boshlandi. Albatta, ro‘y berayotgan o‘zgarishlarda O‘zbekistonning Respublikasi Prezidenti siyosiy faoliyatni yangi darajada isloh qilishi asosiy faktor hisoblanadi. 2017-2021 yillarda O‘zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo‘nalishi bo‘yicha “Harakatlar strategiyasi”da ishlab chiqarishga qaratilgan ilmiy ishlarni keng joriy etish, milliy ilmiy-texnikaviy ishlanmalar texnologiyalar tadqiqotlarini amaliyotga maqsadli joriy etish sohasida belgilangan ustuvor yo‘nalishlar belgilab berilgan[1].

Ma’lumki, matematika eng qadimgi fan bo‘lib, u inson hayoti jarayonida hosil bo‘lgan muammolarni hal qilish orqali yuzaga kelgan. Kishilik jamiyati rivojlanib borgan sari matematika nafaqat hayotiy masalalarni, balki kengroq masalalarni, jumladan tabiat taraqqiyoti masalalarini, dunyo tuzilishi masalalarini va jamiyat rivojlanishi masalalarini hal qilishda ham qo‘llanila boshlandi. Hozirgi kunga kelib, matematika va uning turli shaxobchalari shunchalik taraqqiy etdiki va rivojlanib bormoqdaki, bu fanning eng kamida asoslarini mukammal bilmay turib, inson hayotida o‘z o‘rnini topishga qiynaladi. «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» da ko‘zda tutilgan kadrlar tayyorlashning milliy modeli va uni ta’minlovchi ta’lim tizimida ana shu nuqtai nazar hisobga olingan [2].

Dissertatsiya mavzusining asoslanishi va uning dolzarbligi:

Tabiatda uchraydigan turli jarayonlar (fizik, ximik, mexanik, biologik va boshqalar) o‘z harakat qonunlariga ega. Ba’zi jarayonlar bir xil qonun bo‘yicha sodir bo‘lishi mumkin, bunday hollarda ularni o‘rganish ancha yengillashadi. Ammo jarayonlarni tavsiflaydigan qonunlarni to‘g‘ridan-to‘g‘ri topish har doim ham mumkin bo‘lavermaydi. Xarakterli miqdorlar va ularning hosilalari orasidagi munosabatlarni topish tabiatan yengil bo‘ladi. Ko‘pgina tabiiy va texnika masalalarini yechish shunday noma’lum funksiyalarni izlashga keltiriladiki, bunda bu funksiya berilgan hodisa yoki jarayonni ifodalab, ma’lum munosabatlar va bog‘lanish esa shu noma’lum funksiya va uning hosilalari orasida beriladi. Mana shunday munosabat va qonunlar asosida bog‘langan ifodalar differensial tenglamalarga misol bo‘ladi. Differensial o‘yinlar nazariyasi bevosita differensial tenglamalar assosida shaklantirilgan.

Konflikt boshqariluvchi jarayonlar nazariyasi zamonaviy matematikaning jadal rivojlanayotgan bo‘limini o‘z ichiga oladi. Ushbu nazariyada dinamik jarayonlarni boshqarish masalalari o‘rganiladi, bunda ikki yoki undan ortiq qarama-qarshi maqsadli tomonlar jarayonga ta’sir o‘tkazishadi. Oddiy differensial tenglamalar bilan ifodalangan dinamik jarayonlar differensial o‘yinlar deb ataladi.

Differensial o‘yinlar nazariyasida optimal boshqarish nazariyasining g‘oya va usullari rivojlanmoqda chunki, differensial o‘yinda bitta ishtirokchi qatnashsa uni optimal boshqarish masalasi deyish mumkin. Differensial o‘yinlar nazariya- sida asosiy matematik aparatni oddiy differensial tenglamalar tashkil qiladi. Differensial tenglamalar yordamida fizika, mexanika, kimyo, biologiya, astranomiya, iqtisod va boshqa fanlarning qonunlari ifodalaniladi. Differensial tenglamalar apparatini qo‘llanilishi differensial o‘yinlar nazariyasida differensial tenglamalar nazariyasining har xil muamolarini ko‘tarilishiga olib keladi. Ushbu holat differensial o‘yinlar nazariyasini o‘yinlar nazariyasining boshqa bir yo‘nalishlaridan ajratib turadi va uni ma’lum bir mustaqilligini shartlab turadi.

Differensial o‘yinlar nazariyasi mustaqil fan sifatida ajralganiga uncha ko‘p vaqt bo‘lgani yo‘q o‘tgan asrning 60-yil boshlarida. Differensial o‘yinlar nazariyasiga asosli ravishda o‘tkazilishi mumkin bo‘lgan alohida masalalar bir necha asr muqaddam mehanikada ko‘rilgan. Differensial o‘yinlar nazariyasini rivojlanishi avvalo L.C. Pontryagin, N.N.Krasovskiy va R.Ayzeks ismlari bilan bog‘langan. A.A. Azamov, Y.F.Mishenko, Y.S.Osipov, N.N. Petrov, L.A.Petrosyan, B.N.Pshenichniy, N.Y.Satimov, A.I.Subbotin ushbu nazariyani rivojlanishiga katta hissa qo‘shganlar. L.Berkovitsa, A.I.Blagodatskiy, A.Brayson, P.Varai, J.Vargi, R.V.Garmkrelitze, N.L.Grigorenko, P.B.Gusyatnikov, A.V.Kryajimskiy, A.B.Kurjanskiy, A.A.Melikyan, M.S.Nikolskiy, V.V.Ostapenko. U.Fliminga, A.Fridman, A.G.Chentsov, F.L.Chernousko, L.P.Yugay va boshqalarning ishlarida ham qiziqarli natijalar qoldirilgan. Dunyoda differensial o‘yinlar nazariyasini rivojlantirish va tadbiq etish bo‘yicha qator, jumladan, quyidagi ustuvor yo‘nalishlarda tadqiqotlar olib borilmoqda: real jarayonlarni yanada mutanosib ravishda o‘zida aks ettirgan boshqaruvlarga turli xil chegaralanishlar qo‘yilgan quvish-qochish masalalarini aniqlash; guruhli quvish-qochish masalalarini echish; stoxastik differensial o‘yinlarni tadqiq etish; ziddiyatli boshqaruv jarayonlarini sonli echish usullarini ishlab chiqish.

Tadqiqotning ob’ekti: boshqaruv funksiyalari geometrik chegaralanishli funksiyalar sinflariga tegishli bo‘lgan quvish-qochish masalalari, differensial tenglamalar, differensial tenglamalar bilan ifodalanadigan boshqaruv jarayonlari tashkil etadi.

Tadqiqot predmeti: Boshqaruv parametrlariga geometrik chegaralar qo‘yilgan differensial o‘yinlarda *l*- ta’qib etish masalasi va uni bitta qochuvchi va bir nechta quvlochi bo‘lgan hol uchun ko‘rish,geometrik chegaralanishli *l*-quvish-qochish masalalarida quvlovchi uchun optimal yaqinlashishni kafolatlovchi *l*-quvish strategiyasi tashkil etsa, qochuvchi uchun esa qochishni kafolotlovchi boshqaruv tashkil etadi.

Tadqiqotning maqsadi: o‘yinchilar boshqaruviga geometrik chegaralanishlar qo‘yilgan hol uchun l quvish strategiyasining analoglarini qurish va quvish-qochish nazariyasi masalalarini echishga tadbiq etishdan va uni k o‘p o‘yinchili hol uchun qo`lishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari: boshqaruv parametrlariga geometrik cheklanishlar qo‘yilgan differensial o‘yinlarda l- ta’qib etish masalasini yechimini topish, kafolatlangan tutish vaqtini toppish,differensial o‘yinlarda l- ta’qib etish masalasini yechimini topish usullarini takomillashtirish, bitta qochuvchi va bir nechta quvlochili differensial o‘yinlarda o‘yinchilar uchun muqobil strategiyasini qurish.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi: Ilmiy yangilik sifatida dissertatsiyadan quyidagi natijalar olindi:

- differensial o‘yinlarda l- ta’qib etishning turli usullari ko‘rib chiqildi.
- differensial o‘yinlarda l- ta’qib etishning kafolatlangan tutish vaqti aniqlandi va strategiyasi qurildi.
- olingan natijalar ko`p o`yinchili hol uchun tadbiq etildi va ta’qibni tugatish mumkin bo‘lishi uchun yetarli shartlar aniqlandi.

Tadqiqotning asosiy masalalari va farazlari: Ushbu dissertatsiya ishida quydagi masalalar ko‘riladi.

- differensial o‘yinlarda boshqaruv parametrlariga geometrik cheklanishlar qo‘yilganda l- ta’qib etish masalasini yechish.

- differensial o‘yinlarda boshqaruv parametrlariga geometrik cheklanishlar qo‘yilganda l- ta’qib etish masalasini yechish usullarini takomillashtirish.

- o‘yinchilarni xarakatlariga geometrik cheklovlar qo‘yilganda ta’qib etishni strategiyasini qurish.

Tadqiqotda qo‘llanilgan uslublarning qisqacha tavsifi: Ushbu dissertatsiyada differensial tenglamalar, chiziqli algebra, haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi va differensial o‘yinlar nazariyasining usullari qo‘llanilgan. Dissertatsiyada differensial o‘yinlar nazariyasining yo‘nalish bo‘yicha qochish, echim beruvchi funksiyalar, guruhli taqib etish usullari qo‘llanilgan va qabariq tahlil vositalaridan foydalanilgan.

Tadqiqot mavzusi bo‘yicha adabiyotlar sharhi. Tadqiqotning mavzusiga oid 30 dan ortiq siyosiy, ilmiy va internet ma’lumotlarini yig‘ib ularni, tahlil qilib so‘ngra bu asosida dissertatsiya ishi shakillantirildi. Shu bilan birgalikda Bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi bo‘lgan hol uchun *l*—tutish masalasi differensial o‘yinlar nazariyasida differensial o‘yinlar nazariyasida quvish-qochish masalalari tarixi bilan bevosita bog‘liq bo‘lib, ushbu mavzuga bag‘ishlab yozilgan alohida adabiyotlarni kamligi e`tiborga loyiqdir. Har bir sinflar va bo‘limlar o‘rganilganda ularni nomlari berilgan bo‘lsada, differensial o‘yinlar nazariyasida quvish-qochish masalalari doir alohida qo‘llanma yoki darslik o‘zbek tilida chop etilmagan. Asosan ishni yoritishda O‘zbekiston fanlar akademiyasi qoshidagi matematika ilmiy tekshirish insitituti akademigi A.A.Azamovning qilgan ilmiy ishlari, maqollaridan, professor B.Samatovning qilgan ilmiy ishlari va maqollalaridan , chet el adabiyotlaridan chet el jurnarlarida chop etilgan ilmiy maqollardan foydalanilgan. Jumladan A. S. Pontryaginning „Линейные дифференциальные игры преследования“ kitobidan, Krasovskiy N.N Subbotin A.N „Позиционные дифференциальные игры“ kitobidan Ayzeks.R „Дифференциальные игры“ kitobidan va boshqa chet el olimlarining ilmiy maqollaridan keng foydalanilgan. Lekin shuni aytib o‘tish lozimki ushbu mavzu yuzasidan hech qanday elektron darsliklar yoki elektron o‘quv qo‘llanmalar yaratilmagan va mavzuga oid ilmiy ishlar hali mavjud emas.

Tadqiqotda qo‘llanilgan metodikaning qisqacha tavsifi. Tadqiqot davomida bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi bo‘lgan hol uchun *l*—tutish masalasi o'rganish hamda differensial o‘yinlar nazariyasi faniga doir yaratilgan elektron darsliklar borasida olib borilgan tadqiqotlarini tahlil qilib, mavzuga doir ma‘lumotlarni aniq bir tizim asosida tartiblangan holda hamda qo‘shimcha dasturlar bilan boyitilgan elektron o‘quv qo‘llanmani yaratish metodi tanlab olingan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati boshqaruvlarga geometrik chegaralanishlar qo‘yilganda optimallikni kafolatlovchi *l quvish* strategiyalarning qurilishi va tadbiq etilishidadir. Olingan natijalar boshqaruv nazariyasining asoslarini rivojlantirish va dinamik o‘yin masalalarini takomillashgan echish usullarini topishda foydalanish bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati dinamik o‘yin modellaridagi resurs boshqaruvlarini takomillashgan taqsimotining berilishi, hamda ularning hisoblash algoritmlarini qurish orqali ularni texnika va iqtisodiyotga tadbiq etishga mutanosibligi bilan izohlanadi.

Dissertatsiya tarkibining qisqacha tavsifi: Magistrlik dissertatsiyasi quyidagi tarkibiy qisimlardan iborat. - Titul varoq, - Anotatsiya, - Mundarija, - Kirish, - Asosiy qism (4 ta bobdan iborat), - Xulosa,-Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yhatidan iborat.

Dissertatsiyaning birinchi bobi tayanch tushunchalardan tashkil topgan bo‘lib, differensial o‘yinlarini o‘rganish uchun matematikani ba'zi tushunchalari: o‘lchovli to‘plam, o‘lchovli funksiya, Lebeg integrali va absolyut uzluksiz funksiyalar, to‘plamlarining algebraik yig‘indisi, to‘plamni songa ko‘paytirish, to‘plamlarning geometrik ayirmasi kabi amallar hamda, qabariq to‘plam va qabariq funksiyalar, Ko‘p qiymatli akslantirishlar, o‘lchovli funksiyani tanlash haqidagi Filippov lemmasi kabi ko‘plab zarur tushunchalar bayon qilingan.

Dissertatsiyaning ikkinchi bobi differensial o‘yinlar nazariyasidan zaruriy ma’lumotlar mavzusiga bag‘ishlangan bo‘lib, 2 ta paragrafdan iborat, 1-

paragrafida differensial o‘yinlarni o‘rganish o‘yinlar nazariyasini paydo bo‘lishi va o‘yinlar nazariyasida differensial o‘yinlar qanday muhim ahamiyatga ega ekanligi misollar orqali keltirib o‘tilgan .Qanday shartlar asosida o‘yin berilsa differensial o‘yin bo‘ladi degan savollarga javob berilgan, Differensial o‘yin fazosi, o‘yinda ishtirok etayotgan o‘yinchilarga ta’rif berilgan. 2- paragrafida esa differensial o‘yinlarda ishtirok etayotgan o‘yinchilarning boshqaruv parametrlari qanday shartlar asosida berilishi mumkinligi va qanday strategiya berilishi haqida so‘z yuritilgan, shular asosida differensial o‘yinlarni qanday nomlash mumkinligi keltirib o‘tilgan.

Dissertatsiyaning uchinchi bobi Ko‘p o‘yinchilar qatnashgan hol uchun differensial o‘yinlarda quvish-qochish masalalariga bag‘ishlangan bo‘lib, 2 ta paragrafdan iborat, 1-paragrafida Differensial o‘yinlar nazariyasida bitta qochuvchi va bitta quvlovchi bo‘lgan hol uchun quvish-qochish masalalari o‘rganilgan va bu masalalarga misollar keltirilgan, 2-paragrafida esa bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi qatnashgan differensial o‘yinlarda quvish-qochish masalalari o‘rganilgan va bu masalalarga misollar keltirilgan.

Dissertatsiyaning to‘rtinchi bobi differensial o‘yinlar nazariyasida qochuvchi obyektga l-masofada yaqinlashish masalasi o‘rganilgan bo‘lib, u 3 ta paragrafdan iborat, 1-paragrafida qochuvchi obyektga l–masofada yaqinlashishga doir misollar keltirilgan va ularni yechish usullari o‘rganilgan, 2-paragrafida esa bitta qochuvchi va bitta quvlovchi bo‘lgan hol uchun l–tutish masalasi uchun strategiya qurish masalasi o‘rganilgan va samarali yutuqqa erishilgan. Qaday shartlar bajarilganda quvlovchi obyekt qochuvchiga l–masofada yaqinlashishi mumkin bo‘lgan shartlari keltirilgan.

ASOSIY QISM

I BOB. HAQIQIY O‘ZGARUVCHILI FUNKSIYALAR NAZARI - YASIDAN UMUMIY MA’LUMOTLAR

1.1§ R^n fazo qism to‘plamlari ustida amallar.

Differensial o‘yinlar nazariyasining asosiy tushunchalari bu to‘plamlar, matematik tahlil nazariyasiga, differensial tenglamalar nazariyasiga, optimal boshqaruv nazariyasiga hamda chiziqli algebra nazariyasining asosiy tushunchalariga bog‘liq.

To‘plamlar nazariyasining asosiy tushunchalari:

Biz asosan sonli to‘plamlar ustidagi amallarni va ularni xossalari bilan tanishamiz. Bundan tashqari biz funksiyalar to‘plamlarini ham o‘rganamiz.

R^n-to‘plam deb: $R^n = \{(x_1, x_2, ... x_n) : x_i \in (-\infty;\infty), i = 1..n\}$ to‘plamga aytiladi.

$\| x \| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2}$ - element normasi. Ya’ni har bir elementning uzunligi quyidagiga teng:

$\beta(x, y) = \| x - y \| = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + ... + (x_n - y_n)^2}$

Izoh: Metrika tushunchasi umuman olganda juda keng qo‘llanadi. Biror bir to‘plam metrik fazo tashkil qiladi deyiladi, agarda bu to‘plamning ikkita elementi uchun shunday mos skalyar funksiya mavjud bo‘lsa va bu funksiya quyidagi sharttlarni qanoatlantirsa.

I. $\rho(x, y) = 0, \Leftrightarrow (x = y)$

II. $\rho(x, y) = \rho(x, y)$

III. $\rho(x, z) \le \rho(x, y) + \rho(y, z)$

R^n fazoda skalyar ko‘paytma

$$x, y \in R^n \Rightarrow (x, y) = x_1 y_1 + \ldots x_n y_n, \ \langle x, y \rangle = |x||y| \cos(\varphi)$$

R^n fazoda ochiq to‘plam.

Ochiq to‘plam- Biror-bir A to‘plam ochiq to‘plam deyiladi, agar uning ixtiyoriy nuqtasi o‘zining biror-bir kichik atrofi bilan shu to‘plamda yotsa.

B to‘plam yopiq to‘plam deyiladi, agar bu to‘plamdan tanlangan yaqinlashuvchi ketma-ketlikning limiti shu to‘plamga tegishli bo‘lsa.

Agarda A to‘plam yopiq va chegaralangan bo‘lsa, u kompakt to‘plam deyiladi.

A to‘plam chegaralangan deyiladi agarda uni chegaralangan doir ichiga joylashtirish mumkin bo‘lsa. Ya’ni ixtiyoriy elementlari avvaldan berilgan biror sondan kichik bo‘lsa.

A to‘plam soha deyiladi. Soha deb, bir bog‘lamli ochiq to‘plamga aytiladi. Ixtiyoriy ikkita nuqtani tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq ham o‘zining barcha nuqtalari bilan ham shu to‘plamga tegishli bo‘lsa, bir bog‘lamli to‘plam deyiladi.

R^1 fazoning ochiq chegaralangan G qismto‘plamini olaylik. Bu to‘plam chekli sondagi kesishmaydigan intervallarning birlashmasidan iborat bo‘lsin, ya’ni $G = \bigcup_{i \geq 1} (a_i, b_i)$. G to‘plamning $\mu\{G\}$ o‘lchovi deb $\sum_{i \geq 1} (b_i - a_i)$ songa aytiladi.

Bu ta’rifga ko‘ra (a, b) intervalning o‘lchovi $b - a$ songa teng. Bo‘sh to‘plamni ochiq to‘plam ekanligi ma’lum va uning o‘lchovi nolga teng deb hisoblanadi.

Endi R^1 fazoning yopiq chegaralangan, ya’ni kompakt F qismto‘plamini olaylik. Bu to‘plamni o‘zida saqlovchi eng kichik segment $[a, b]$ bo‘lsin. U holda $[a,b]\backslash F$ ochiq to‘plamdan iborat. F to‘plamning $\mu\{F\}$ o‘lchovi deb $b-a-\mu\{[a,b]\backslash F\}$ songa aytiladi.

Bu ta’rifga ko‘ra $[a,b]$ segmentning o‘lchovi $b-a$ songa teng.

R^1 fazoning ihtiyoriy chegaralangan H qismto‘plamini olaylik. Bu to‘plamni o‘zida saqlovchi chegaralangan G ochiq to‘plamlar cheksiz ko‘p. Bunday G to‘plamlar o‘lchovlarining aniq quyi chegarasi H to‘plamning $\mu^*\{H\}$ tashqi o‘lchovi deyiladi, ya’ni $\mu^*\{H\}=\inf\{\mu\{G\}\}, \quad H\subset G$.

H to‘plamning kompakt F qismto‘plamlari o‘lchovlarining aniq yuqori chegarasi H to‘plamning $\mu_*\{H\}$ ichki o‘lchovi deyiladi, ya’ni $\mu_*\{H\}=\sup\{\mu\{F\}\}, \quad F\subset H$.

Ma’lumki ihtiyoriy chegaralangan H to‘plam ichki va tashqi o‘lchoviga ega va munosabatlar o‘rinli. R^1 to‘g‘ri chiziqning ihtiyoriy chegaralangan G ochiq va F yopiq to‘plamlarining ichki va tashqi o‘lchovlari bu to‘plamning o‘lchoviga teng, ya’ni $\mu_*\{G\}=\mu^*\{G\}=\mu\{G\}, \quad \mu_*\{F\}=\mu^*\{F\}=\mu\{F\}$.

Chegaralangan $H(\subset R^1)$ to‘plamning ichki va tashqi o‘lchovlari teng bo‘lsa u o‘lchovli to‘plam deyiladi va H to‘plamning $\mu\{H\}$ o‘lchovi deb ichki o‘lchoviga aytamiz, ya’ni $\mu\{H\}=\mu_*\{H\}=\mu^*\{H\}$.

Yuqorida R^1 fazoning ihtiyoriy chegaralangan G ochiq va F yopiq to‘plamlarining ichki va tashqi o‘lchovlari bu to‘plamning o‘lchoviga tengligi ta’kidlandi. Demak bu to‘plamlar o‘lchovli ekan. Hususan ihtiyoriy chekli to‘plam (elementlari chekli sonda bo‘lgan to‘plam) o‘lchovli. Bunday to‘plamlarning o‘lchovi nolga teng bo‘lishini ko‘rsatish qiyin emas. Shuningdek har qanday sanoqli to‘plam o‘lchovli va o‘lchovi nolga tengdir. Shu o‘rinda sanoqli bo‘lmagan o‘lchovi esa nolga teng bo‘lgan to‘plamlar mavjudligini ta’kidlash joiz.

1.2§ O‘lchovli ,O‘lchanuvchi,jamlanuvchi va tirgak funksiyalar haqida zaruriy ma’lumotlar

O‘lchovli funksiyalar

Uzluksiz funksiya tushunchasiga ba’zi ma’noda yaqin va differensial o‘yinlar nazariyasi uchun muhim ahamiyatga ega bo‘lgan o‘lchovli funksiya tushunchasini keltiramiz.

Avval ba’zi belgilashlarni kiritamiz: $f(x)$ funksiya o‘lchovli E to‘plamda aniqlangan va a biror haqiqiy son bo‘lsin;o‘zgaruvchi $x \in E$ miqdorning $f(x) > a$ tengsizlikning qanoatlantiradigan qiymatlardan iborat to‘plamni $E\{f > a\}$ bilan belgilaymiz ya’ni $E\{f > a\} = \{x \in E : f(x) > a\}$.

Shunga o‘xshash $E\{f > a\}, E\{f \leq a\}, E\{f = a\}, E\{a < f < b\}\}$ to‘plamlarning har biri $x \in E$ o‘zgaruvchining katta qavs ichida yozilgan munosabatlarini qanoatlantiradigan qiymatlaridan iborat.

Agar $f(x)$ funksiya E to‘plamda cheksiz qiymatlarga ega bo‘lsa, kelgusida aniqlik uchun ,bu qiymatlarning ishorasi ma’lum deb hisoblaymiz.

1.2.1-Ta’rif. *Agar o‘lchovli E to‘plamda berilgan $f(x)$ funksiya uchun $E\{f > a\}$ har qanday haqiqiy a da o‘lchovli bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiya o‘lchovli funksiya deyiladi.*

1.2.2-Teorema. *Agar $f(x)$ funksiya E to‘plamda o‘lchovli bo‘lsa, u holda bu funksiya E to‘plamning ixtiyoriy o‘lchovli E_1 qismida ham o‘lchovli bo‘ladi.*

1.2.3-teorema . (O‘rta qiymat haqida) *Agar E to‘plamda o‘lchovli f(x) funksiya uchun $m \leq f(x) \leq M$ tengsizlik bajarilsa u holda*

$$m\mu(E) \le \int_E f(x)dx \le M\mu(E)$$

Lebeg integralining quyidagi xossalari uning ta'rifidan va 2- teoremadan bevosita kelib chiqadi.

1.2.1 –Natija. *Agar o'lchovli f(x) funksiya E to'plamda manfiy bo'lmasa u holda uning bu to'plam bo'yicha integrali ham manfiy bo'lmaydi , ya'ni agar* $f(x) \ge 0$ *bo'lsa u holda* $\int_E f(x)dx \ge 0$

1.2.2-Natija. *Agar E to'plamning o'lchovi nol bo'lsa ,(ya'ni* $\mu(E)=0$*) , u holda har qanday chegaralangan o'lchovli f(x) funksiya uchun* $\int_E f(x)dx = 0$ *bo'ladi .*

1.2.3-Natija. *Agar c o'zgarmas son bo'lsa u holda*

$$\int_E cf(x)dx = c\int_E f(x)dx$$

1.2.4-teorema. *Agar o'lchovli E to'plamda o'lchovli* $f_1(x)$ *va* $f_2(x)$ *funksiyalar berilgan bo'lsa u holda*

$$\int_E (f_1(x) + f_2(x))dx = \int_E f_1(x)dx + f_2(x)dx$$

$F:[a,b]\times P\times Q \to R^n$ uzluksiz funksiyani va $w:[a,b]\to R^n$ o'lchovli funksiyani qaraylik, bu yerda $P(\subset R^p)$ va $Q(\subset R^q)$ kompakt to'plamlar.

Filippov lemmasi. Agar har bir $t \in [a,b]$ uchun

$$w(t) \in \bigcap_{v\in Q} F(t,P,v) \qquad (1.2.1)$$

munosabat o'rinli bo'lsa, u holda ihtiyoriy fiksirlangan $t \in [a,b]$ va $v \in Q$ larda

$$w(t) = F(t,u,v) \qquad (1.2.2)$$

tenglamning $u \in P$ o‘zgaruvchiga nisbatan $u = u(t, v)$ yechimi mavjud. Shuningdek $v = v(t)$, $t \in [a, b]$, $v(t) \in Q$. o‘lchovli funksiya bo‘lganda $u = u(t, v(t))$, $t \in [a, b]$. o‘lchovli funksiya bo‘ladi.

Quyida keltiriladigan lemmada $w(t), t \in [a, b]$. funksiyaning Borel ma’nosida o‘lchovli bo‘lishi talab qilinadi. Ta’kidlash joizki, agar funksiya o‘lchovli bo‘lsa, u holda uning qiymatlarini deyarli o‘zgartirmasdan (ya’ni funksiya qiymatini o‘lchovi nolga teng nuqtalar to‘plamida o‘zgartirib) Borel ma’nosidagi o‘lchovli funksiyaga keltirish mumkin.

Lemma. Agar Filippov lemmasi shartlari bajarilsa va $u(t), t \in [a, b]$, funksiya Borel ma’nosida o‘lchovli bo‘lsa, u holda (1.2.2) tenglamaning Borel ma’nosida o‘lchovli $u(t, v), t \in [a, b], v \in Q$. yechimi mavjud.

Jamlanuvchi funksiyalar

O‘lchovli $f(x)$ funksiya E to'plamda aniqlangan bo‘lsin. Avval $f(x)$ ni E to'plamda manfiy emas, ya’ni $f(x) \geq 0$ deb faraz qilamiz va ushbu

$$[f(x)]_n = \begin{cases} f(x), & agar\, f(x) \leq n \quad bo'lsa \\ n, & agar\, f(x) > n \quad bo'lsa \end{cases}$$

funksiyani tuzamiz. Bu funksiya E to'plamda chegaralangan va demak uning Lebeg integrali mavjud.

1.2.2-ta’rif. *Agar*

$$\lim_{n\to\infty} \int_E [f(x)]_n dx \qquad (1)$$

mavjud bo‘lsa, bu limit $f(x)$ *funksiyaning* E *to'plamdagi Lebeg integrali deyiladi va u* $\int_E f(x)dx$ *orqali belgilanadi.*

E to'plamda o‘lchovli va musbat $f(x)$ funksiya Lebeg integraliga ega bo‘lishi uchun

$$\int_E [f(x)]_n \, dx$$

integrallarning chegaralangan bo‘lishi zarur va kifoyadir, chunki

$$\int_E [f(x)]_n \, dx \le \int_E [f(x)]_{n+1} dx$$

tengsizlik n ning hamma qiymatlari uchun bajariladi.

Manfiy funksiyalarning Lebeg integrali ham xuddi shunga o‘xshash aniqlanadi. Endi umumiy holni, ya’ni o‘lchovli $f(x)$ funksiya E to'plamda har xil ishorali qiymatlarni qabul qiladigan holni ko‘ramiz. Bu holda E to'plamni quyidagicha ikki o‘zaro kesishmaydigan E_1 va E_2 qismlarga ajratamiz:

$$\begin{aligned} E_1 &= E\{f(x) \ge 0\}, \\ E_2 &= E\{f(x) < 0\}, \end{aligned} \tag{2}$$

ya’ni E_1 ning har bir nuqtasida $f(x)$ funksiya manfiy emas, E_2 ning har bir nuqtasida esa $f(x)$ funksiya manfiy.

1.2.3-ta’rif. *Agar $f(x)$ funksiya uchun ushbu*

$$\int_{E_1} f(x)dx, \qquad \int_{E_2} f(x)dx$$

integrallarning har biri mavjud bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiyani E to'plamda jamlanuvchi deyiladi va E to'plam bo‘yicha integrali ushbu

$$\int_E f(x)dx = \int_{E_1} f(x)dx + \int_{E_2} f(x)dx \tag{3}$$

tenglik bilan aniqlanadi.

1.2.4-teorema. *O'lchovli* $f(x)$ *funksiyaning jamlanuvchi bo'lishi uchun* $|f(x)|$ *funksiyaning jamlanuvchi bo'lishi zarur va kifoyadir;* $|f(x)|$ *jamlanuvchi bo'lgan holda ushbu*

$$\left|\int_E f(x)dx\right| \leq \int_E |f(x)|dx$$

munosabat o'rinli.

1.2.5-teorema. E *to'plamdagi o'lchovli* $f(x)$ *va* $F(x)$ *funksiyalar uchun* $|f(x)| \leq F(x) \quad (x \in E)$ *tengsizlik o'rinli bo'lib,* $F(x)$ *jamlanuvchi bo'lsin. U holda* $f(x)$ *ham jamlanuvchi va*

$$\int_E |f(x)|dx \leq \int_E F(x)dx$$

1.2.4-ta'rif. *O'lchanuvchi funksiya deb, quyidagi funksiyalar to'plamiga aytamiz:*

1) *Barcha uzluksiz funksiyalar to'plamini o'z ichiga olsa.*
2) *Barcha chekli nuqtalarda uzilishga ega bo'lsa.*
3) *Sanoqli nuqtlarda uzilishga ega bo'lgan funksiyalarni*
4) *Uzilgan nuqtalar to'plamining o'lchovi 0 ga teng bo'lgan funksiyalar.*

Differensial o'yinlar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri sifatida tirgak funksiyalar tushunchasi kiritilgan.

1.2.5-ta'rif. *A to'plamning* $A \in \Omega(R^n)$ *tirgak funksiyasi deb, quyidagi skalyar funksiyaga aytiladi.*

$$< x_0, \Psi_0 > \geq < x, \Psi_0 >$$

(1.2.1)

bu yerda, $\Psi \in R^n, < x, \Psi >$
$< x, \Psi >= x_1, \Psi_1 + x_2, \Psi_2 + ... + x_n, \Psi_n = | x | * | \Psi | * \cos\varphi$

A to‘plam kompakt to‘plam bo‘lganligi uchun (1.2.1) tenglikdagi skalyar ko‘paytmaning maksimumi mavjud bo‘ladi. Chunki skalyar ko‘paytmadagi o‘zgaruvchilar bo‘yicha ko‘paytma uzluksiz.

Biz (1) ko‘rinishidagi tirgak funksiyani ikkita o‘zgaruvchi bo‘yicha qaraymiz. Ya’ni $\Psi \in R^n$ birinchi o‘zgaruvchi, $C(*, \Psi) : \Omega(R^n) \to R^1$ ikkinchi o‘zgaruvchi.

Natijada, biz quyidagicha akslantirishlarni kiritishimiz mumkin:

1) $C(A,*) : R^n \to R^1$

2) $C(*, \Psi) : \Omega(R^n) \to R^1$

$\Psi_0 \in R^n$ fazodagi biror Ψ_0 vektorni fikserlaymiz va shu Ψ_0 nuqtada tirgak funksiyani ko‘ramiz. $C(A, \Psi_0) = \max < x, ...\Psi_0 >$ Skalyar ko‘paytmaga max beruvchi A ga tegishli nuqtalar bir nechta bo‘lishi mumkin.

1.2.6-ta’rif. *Barcha skalyar ko‘paytmaga A to‘plamda* Ψ_0 *vektorga nisbatan tirgak to‘plam deb, quyidagi to‘plamga aytiladi.*

$$\bigcup(A, \Psi_0) = \{x : \max < x, \Psi_0 >=< x_0, \Psi_0 >\}$$

1.2.7-ta’rif *. Quyidagi shartni qanoatlantiruvchi* $< x_0, \Psi_0 > \geq < x, \Psi_0 >$ *(3)* Ψ_0 *vektorga A to‘plamning tirgak vektori deyiladi.*

2-BOB. DIFFERENSIAL O‘YINLAR NAZARIYASIDAN ZARURIY MA’LUMOTLAR

2.1§ Differensial o‘yinlar nazariyasining kelib chiqishi

Amaliyotda ko‘pincha boshqarish qarorlarini noaniqlik sharoitida qabul qilishga to‘g‘ri keladi. Bunda noaniqlik qabul qilingan qarorning natijasiga ta’sir qiluvchi raqibning ongli xatti-harakati tufayli ham yoki boshqa faktorlar tufayli ham bo‘lishi mumkin. Bir tomon qabul qilayotgan qarorlarning samaradorligi boshqa tomonning hatti-xarakatlariga bog‘lik bo‘lgan vaziyatlar konfliktli (nizoli, ixtilofli) vaziyatlar deb ataladi. Konflikt tomonlar o‘rtasida albatta antogonistik ziddiyat bo‘lishini taqozo qilmaydi, lekin xamisha ma’lum bir tarzda tafovut bilan bog‘lik bo‘ladi. Konfliktli vaziyatlarni matematik tomondan analiz qiluvchi, uning matematik modelini tuzuvchi va tomonlarning ratsional xarakat qilish yo‘llarini o‘rganuvchi fan sohasiga o‘yinlar nazariyasi deyiladi. O‘yinlar nazariyasining paydo bo‘lishi Dj.fon Neyman va O.Morgenshternlarning “O‘yinlar nazariyasi va iqtisodiy muomala” nomli monografiyasi bosilib chiqqan 1944 yil xisoblanadi. Xozirgi vaqtda o‘yinlar nazariyasi gurkirab rivojlanmoqda. Uning antogonistik, noantogonistik (koopervtiv), chekli, cheksiz, pozitsion, differensial o‘yinlar va boshqa bir qator yo‘nalishlari mavjud. Keyingi paytlarda muxim axamiyat kasb etayotgan differensial o‘yinlar bir boshqariladigan ob’ektning boshqa boshqariladigan ob’ektni ta’kib qilishini ular xarakatlari dinamikasini xisobga olgan xolda o‘rganadi. Bunda ob’ektlar xarakati differensial tenglamalar yordamida tavsiflanadi. O‘yin real konfliktli vaziyatning matematik modeli bo‘lib, u ma’lum qoidalar bo‘yicha taxlil qilinadi. Umumiy xolda o‘yin qoidalari yurishlar ketma-ketligini, xar bir tomonning qarshi tomon xarakatlari xaqidagi ma’lumoti xajmini va o‘yin natijasini (echimini) belgilaydi. Qoida, shuningdek, tanlashlarning mumkin bo‘lgan ma’lum ketma-ketligi amalga oshirilib, ortiq yurishlar qilish mumkin bo‘lmay qolgan o‘yining tugashini xam belgilaydi.

Ishtirokchilarning soniga qarab o‘yinlar juft va ko‘p tomonli bo‘ladilar. Juft o‘yinda ishtirokchilar soni ikkiga teng, ko‘p tomonli o‘yinda esa ularning soni ikkidan ortiq. Ko‘p tomonli o‘yin ishtirokchilari koalitsiyalar (ittifoqlar) tashkil qilishlari mumkin (bu xolda o‘yin koalitsion deb ataladi). Agar ko‘p tomonli o‘yin ishtirokchilari doimiy kaolitsiyaga birlashsalar u juft o‘yinga aylanadi. O‘yinda (konfliktda) ishtirok etuvchi tomonlar o‘yinchilar deb ataladilar. Sport o‘yinida o‘yinchilar - bu aloxida sportchilar yoki komandalar bo‘lishi mumkin; xarbiy konfliktda - urushuvchi tomonlar; xalq xo‘jaligida - korxonalar, firmalar. Ba’zan o‘yinchi rolini tabiat xam bajaradi, chunki u qabul qilinishi kerak bo‘lgan qarorning shart-sharoitini shakllantiradi.Manfaatlari o‘zaro ustma-ust tushmaydigan tomonlar ishtirok etadigan konfliktli (ixtilofli, nizoli) ziddiyatli holatlarning matematik modeli o‘yin deb ataladi. Agar o‘yinni tavsiflashda differensial tenglamalardan foydalanilsa, u differensial o‘yin deb ataladi. Differensial o‘yinlarning keng tarqalgan modellari optimal boshqaruvning turli maqsadni ko‘zlagan kishilar tomonidan tanlanishi mumkin bo‘lgan boshqarishning ikki yoki bir necha guruhini o‘z ichiga olgan mos modellarining umumlashmasidan iborat. Differensial o‘yin nazariyasi masalalari turli yo‘nalishlarda o‘rganilayotgan bo‘lib, uning yaratilishi 1923-yili Shteyn Gauz maqolasidan boshlangan. So‘ngra 1941-1945-yillarda ushbu nazariya uchun asos bo‘ladigan turli harbiy sohadagi masalalar o‘rganilgan. Masalan, dengizda bo‘layotgan jangda turli kemalarni bir-birini portlatish masalalari yoki izlash masalalarini matematik modellari qurilgan. Bu masalalarni o‘rganishda Yevropa, Rossiya, Amerika olimlarini o‘rni katta.

1955-yili Amerikalik matematik Robert Ayzeks Differensial o‘yinlar nazariyasi bo‘yicha birinchi bo‘lib ma’lumbir sistemaga ega bo‘lgan o‘z monografiyasini chop etadi. Bu monografiyani nomi quyidagicha

“Дифференсиалнее игры” 1967

“Differentions games” 1957

Ushbu kitobda Ayzeks juda ko‘p masalalarni tahlil qiladi va juda ko‘p masalalarni taklif qiladi. Natijada uning yangi masalalarini yechishga qaratilgan maqolalar e’lon qilina boshlaydi.

Ayzeksning umumiy metodi “variatsion hisob” nazariyasining metodlariga asoslangan edi. Shuning uchun uni yechimini topishda juda ko‘p shartlar bajarilishi lozim edi, ya’ni silliqlik shartlari. Lekin amaliyotda bu shartlarni qanoatlantirmaydigan masalalar ko‘p uchraydi,

1960- yili Rossiyalik olimlar Pontryagen, Mishenko, Boltyanskiy, Gamkzalidze Amerikalik olimlarning metodlaridan boshqacharoq va mukammalroq nazariyani yaratishadi. Bu nazariya nomini jarayonlarni optimal boshqarishning matematik usullari deb yuritishadi.

Bu nazariyada pontryagenning maksimum prinsipi asosiy o‘rin tutadi.

1969-yili Pontryagenning chiziqli differensial o‘yinlar nazariyasini yaratadi va bunda u asosan 2 ta usul taklif etadi.

1. Pontryagenning bevosita yechish usuli.
2. Alternativ usul.

Pontryagenning bu metodlari variatsion hisob nazariyasiga bog‘liq bo‘lmaydiva alohida to‘plamlar nazariyasi orqali bayon etiladi.Shuning uchun uning usulini Ayzeksning usuliga nisbatan ko‘proq masalalarga tadbiq etsa bo‘ladi.

1971-yili Nitse shahrida xalqaro matematiklarning kongresida ushbu metodlarni bayon etadi. Differensial o‘yinlar nazariyasi masalalari juda keng bo‘lganligi uchun Ayzeks va Pontryagen metodlari bu masalalarni to‘la qoplab olmaydi.

Rossiyalik olim N.N.Krasovskiy differensial o‘yinlar nazariyasini juda ko‘p masalalarini yechish imkoniyatiga va tadbiq etish imkoniyatiga ega bo‘lgan nazariyaga asos soladi. Bu nazariya bugungi kunda pozitsion differensial o‘yinlar nazariyasi deb ataladi.

Ushbu nazariya bugungi kunda juda ko‘p masalalarga keng tadbiq qilinayapti. Krasovskiy masalasining qo‘yilishi quyidagicha:

n o‘lchovli fazoda biror bir qonun asosida obyekt harakatlanayotgan bo‘lsin. Bu harakatlanayotgan obyektning dinamikasi quyidagi differensial tenglama orqali ifodalanadi

$$z = f(z, u, v, t) \quad (2.1.1)$$

(1) tenglamada $Z \in R^n$, $t \in [0, T]$ $u \in U \in R^n$ $v \in V \in R^n$

(1) tenglamadagi U parameter boshqaruv parametri deyiladi. V parametr esa boshqaruvga qarama$-$ qarshi ta’sir etuvchi parametr deyiladi. U va V to‘plamlar kompakt to‘plamlar sifatida tanlangan ya’ni yopiq va chegaralangan to‘plamlar.

Agar U parametrni biror bir funksiya sifatida tanlansa va shu parametrni tanlash imkoniyatini bajaruvchi mehanizmga $1-$ o‘yinchi deb ataymiz. $2-$ o‘yinchi deb parametrni o‘zgartirish imkoniyatiga ega mehanizm yoki holatga ataymiz.

(1) masalani yechimini bevosita u va v parametrlarni tanlash orqali o‘zgartirish mumkin.

1-o‘yinchining maqsadi (1) tenglamani yechimini z=z(t) funksiyani shunday boshqarish lozimki

1. $z(t) \in N, t \in [t0, T]$ qandaydir to‘plamdan chiqib ketmasligi kerak.
2. $z(T) \in M$

$2-$ o‘yinchining maqsadi

1. $z(t) \notin N$ $t \in [t0, T]$
2. $z(t) \notin M$

$1-$ va $2-$ o‘yinchilar uchun 2 xil masala o‘rganiladi.

1. Yaqinlashish masalasi.
2. To‘qnashmaslik masalasi.

Krasovskiy $1-$ masalani yechish uchun alternativ teorema yaratadi.Bu teoremaga asosan fazoni shunday boshlang‘ich nuqtalari topiladiki, bu nuqtalarda yo tutish masalasi yoki qochish masalasi yechiladi. Bu masalani yechish uchun boshqaruv funksiyalariga vaqt davomida obektning fazodagi holati va vaqt ma’lum deb hisoblanadi. Ya’ni boshqaruv funksiyalar quyidagi ko‘rinishda tanlanadi:

$$\begin{cases} u = u(t,z) \\ v = v(t,z) \end{cases}$$

z –obyektning t vaqtdagi n o‘lchovli fazodagi holati

t –uzluksiz vaqt.

Differensial o‘yin masalasi deb, biz quyidagi shart asosida berilgan masalaga aytamiz.

1) *O‘yin fazosi.* Differensial o‘yinlarda o‘yin fazosi deb, n o‘lchovli Yevklid fazosiga aytiladi. Ya’ni R^n . $R^n = \{(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) : x_i \in R, i = 1..n\}$ Bu n=1 da haqiqiy son o‘qi, n=2 da tekislik, n=3 da uch o‘lchovli fazo. Yevklid fazosida ikkita nuqta orasidagi masofa $P(x,y) = |x-y| = \sqrt{(x_1-y_1)^2 + ... + (x_n-y_n)^2}$ ga teng. Skalyar ko‘paytma $(x,y) = x_1y_1 + ... + x_ny_n$ yoki $(x,y) = |x||y|\cos(x \wedge y)$ bunda x^y – x va y vektorlar orasidagi burchak. $|x| = \sqrt{x_1^2 + ... + x_n^2}, |y| = \sqrt{y_1^2 + ... + y_n^2}$

2) *O‘yin ishtirokchilari soni.* Agar ikkita o‘zaro qarama-qarshi obyektlar berilgan bo‘lsa, u holda bir o‘yinchilik differensial o‘yin deyiladi. Agarda bir tomonda n ta ikkinchi tomondam m ta obyekt ishtirok etsa, uholda ko‘p o‘yinchili differensial o‘yin deyiladi.

3) *O‘yin dinamikasi.* Differensial o‘yinlarda o‘yin dinamikasi quyidagicha differensial tenglama orqali beriladi. $\begin{cases} z(t_0) = z_0 \\ \dot{z} = F(z,u,v) \end{cases}$ (2.1.1`) Bu yerda $z \in R^n$ n o‘lchovli fazodagi obyektlarni harakatini bildiruvchi vector yoki holati. $u \in R^p$ - birinchi obyektni boshqaruv parametri. $v \in R^q$ - ikkinchi obyektni boshqaruv parametrik.

4) O‘yin maqsadi. Differensial o‘yinlarda o‘yin maqsadi deb, R^n fazodan tanlangan biror-bir M to‘plamga aytiladi. $M \subset R^n, z_0 \notin M$. M to‘plam terminal to‘plam deyiladi. Agar (2.1.1`) tenglama yechimi $z = z(t),\ t \geq t_0$ berilgan yoki topilgan bo‘lsa, 1-obyekt bu trayektoriyani eng qisqa vaqtda M to‘plamga keltirib tushirishi kerak. 2-obyekt esa, *z(t)* trayektoriyani $\forall t \geq t_0$ da M to‘plamga tushirmasligi kerak.

Tekislikda ikkita obyekt harakatlanayotgan bo‘lsin. Bu obyektlarning harakatlari inersiyasiz sodir bo‘lyapti. Birinchi obyektni P harfi bilan belgilaymiz. Ikkinchi obyektni esa Q deb belgilaymiz. Birinchi obyektning tekislikdagi o‘rnini x ikkinchi obyektning tekislikdagi o‘rnini y deb belgilaymiz. Birinchi obyektning tezligini u vektor bilan ikkinchi obyektning tezligini v vektor bilan belgilaymiz. Natijada bu obyektlarning harakat tenglamalari quyidagicha sistemalar bilan ifodalanadi.

$P:\ x = u \qquad (2.1.2), \qquad Q:\ y = v \qquad (2.1.3)$

Biz asosan, oddiy harakatli tenglama deganda (2.1.2) yoki (ko‘rinishdagi tenglamalarga bo‘ysunuvchi obyektlarning harakatiga aytamiz. Birinchi obyektning tezligini eng katta qiymatini α ga teng desak, ikkinchi obyektning tezligini eng katta qiymatini β ga teng deymiz. Natijada biz quyidagicha tezlik vektorlariga tengsizliklarni hosil qilamiz. $|u| \leq \alpha, \quad (2.1.4)\ \alpha > 0 \quad |v| \leq \beta, \quad (2.1.5)\ \beta > 0$

(2.1.4) munosabat tekislikda α radiusli doirani ifodalasa, (2.1.5) esa β radiusli doirani ifodalaydi. Boshlang‘ich vaqt sifatida $t = 0$ vaqtni olamiz. Shu vaqtda birinchi obyektni holatini quyidagicha yozsak, ikkinchisini esa

$$P: \begin{cases} x = u \\ x(0) = x_0, \end{cases} \qquad Q: \begin{cases} y = v \\ y(0) = y_0, \end{cases} \qquad (2.1.7)$$

Vaqt davomida obyektlarning tezliklari vaqt funksiyasi sifatida qaralganda ya’ni u=u(t) $t \geq 0$ qaralganda bu funksiyalar o‘lchanuvchi funksiyalar sinfidan tanlaymiz. Ularni integrallarini esa, Lebeg ma’nosidagi integrallanuvchi funksiya deb olamiz.

Izoh: Riman ma’nosidagi integral.

$$y = f(x), \qquad x \in [a,b] \xi_i \in [x_1, x_2] S_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i) \qquad \Delta x_i = \lim_{n \to \infty} \int_a^b f(x)dx$$

Lebeg ma’nosidagi integral. $Y = f(x) x \in [a,b]$ o‘lchanuvchi funksiya. Faraz qilamiz y ning qiymatlari $y \in [c,d]$ da aniqlangan. Oraliqni n ta bo‘lakka bo‘lamiz. $C = y_0 < y_1 < \cdots < y_n$ Bunga mos $[y_i, y_{i+1}] \to \Delta x_i$. Natijada quyidagi yig‘indiga kelamiz. $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i) mes \Delta x_i$, Δx_i -to‘plam, mes – to‘plam o‘lchovi.

Hosil bo‘lgan yig‘indida $n \to \infty$ qilsak yig‘indi biror-bir chekli limitga intiladi. ya’ni

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i) mes \Delta x_i = \int_a^b f(x)dx.$$

Oxirgi integral Lebeg ma’nosidagi integral deyiladi. Buyerda $dx \, \Delta x$ - to‘plamning o‘lchovidir. Demak Lebeg integralidagi *f(x)* funksiya cheksiz nuqtada uzilishga ega bo‘lishi mumkin. Riman ma’nosida esa bunday funksiyalarni integrallari mavjud emas. Differensial o‘yinlar nazariyasida barcha integrallar Lebeg ma’nosida qaraladi. Faraz qilamiz, birinchi va ikkinchi obyektlarning tezliklari mos ravishda

$P: \; U(t), t \geq 0, \quad Q: \; V(t), t \geq 0$ funksiyalar asosida harakatlanayotgan bo‘lsin. Natijada *(2.1.7)* shartga ko‘ra quyidagi Koshi masalasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} \dot{x} = u(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases}, \begin{cases} \dot{y} = v(t) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$ ularning yechimlari

$$P: x(t) = x_0 + \int_0^t U(s)ds,$$

$$Q: y(t) = y_0 + \int_0^t V(s)ds, \quad t \geq 0$$

Birinchi formula birinchi obyektning harakat trayektoriyasi deyiladi. Ikkinchi formula ikkinchi obyektning harakat trayektoriyasi deyiladi.

2.2§ Differensial o‘yinlar nazariyasida boshqaruv funksiyalarni strategiya-larni berilishi

O‘yinchining strategiyasi deb uning xar bir shaxsiy yurishda o‘yin jarayonida yuz bergan vaziyatdan kelib chiqib tadbir variantini tanlash yo‘lini belgilovchi qoidalar majmuiga aytiladi. Agar o‘yinchilarning strategiyalari soni chekli bo‘lsa, o‘yin chekli, agar o‘yinchilardan xech bo‘lmaganda bittasining strategiyalar soni cheksiz bo‘lsa cheksiz deyiladi.

O‘yinchining strategiyasi unga maksimal yutuq yoki minimal qiymatli yutqazish bersa, bunday strategiya optimal strategiya deyiladi. O‘yin qoidasida ko‘zda tutilgan strategiyalardan birini tanlash va uni amalga oshirish yurish deb ataladi.

Yurishlar shaxsiy va tasodifiy bo‘ladi. Agar o‘yinchi o‘zining tadbirlarining mumkin bo‘lgan variantlaridan birini ongli ravishda tanlasa (masalan, shaxmat va shashka o‘yinlaridagi xar qanday yurish), bunday yurishga shaxsiy yurish deyiladi.

Agar tanlashni o‘yinchi emas, balkim biror tasodifiy tanlash mexanizmi (masalan, o‘yin soqqasini yoki tangani tashlash) bajarsa o‘yin tasodifiy deyiladi.

O‘yinlarni ta’riflashning ikki usuli mavjud: pozitsion va normal. Pozitsion usul o‘yinning yopik shakli bilan boglik bo‘lib, koidalar ketma-ketligining grafiga (o‘yin daraxtiga) keltiriladi. Normal usul o‘yinchilar strategiyalari to‘plami va boshqaruv funksiyasini oshkora ko‘rsatishdan iborat. O‘yinda boshqaruv funksiyasi o‘yinchilar tanlagan strategiyaning xar bir to‘plami va boshqaruv funksiyasini oshkora ko‘rsatishdan iborat. O‘yinda boshqaruv funksiyasi o‘yinchilar tanlagan strategiyaning xar bir to‘plami uchun xar bir tomonning yutugini aniqlaydi.

Agar juft o‘yinda bir o‘yinchining yutug‘i ikkinchisining yutqizishiga teng bo‘lsa, bunday o‘yin nol yig‘indili o‘yin deb ataladi.

Boshqaruv funksiyalarining berilishi. Diffrensial o‘yinlarda boshqaruv parametri *u* va *v*. Bu parametrlar o‘yinlar nazariyasida turlicha beriladi.

a) *Programmaviy boshqaruv.* Bunda har bir boshqaruv funksiyasi faqat t ga bog‘liq bo‘ladi. Ya’ni $u=u(t),\ v=v(t),\ t\geq t_0$

b) *Stroboskopik strategiya ko‘rinishda berilishi.* Bunda bir paytda boshqaruv funksiyalari quyidagicha:

$u=u(t,v),\ \ v=v(t),\ yoki,\ u=u(t),\ v=v(t,u)$ Izoh: Bir paytda *u* va *v* funksiyalarni quyidagicha berilishi *u=u(v), v=v(u)* nomutanosiblikni keltirib chiqaradi.

c) *Pozitsion strategiya(holat). u=u(t,z), v=v(t,z)* boshqaruvlar bevosita holat trayektoriyasiga bog‘liq bo‘ladi.

d) *To‘la informatsiyali strategiya. u=u(t,v,z)* va *v=v(t,z)* yoki *u=u(t,z)* va *v=v(t,z,u).*

e) *Kechikkan informatsiyali strategiya.*
$u=u(t-\varepsilon,z),\ v=v(t,z),\ u=u(t,z),\ v=v(t-\varepsilon,z),\ u=u(t-\varepsilon_1,z),\ v=v(t-\varepsilon_2,z)$

Boshqaruv funksiyalarning berilishiga qarab differensial o‘yinlar nazariyasi yechish metodlari turlicha bo‘ladi.

Pozitsion strategiya (3-hol) bo‘yicha Yekaternburg olimlari akademiklar Krasovskiy N.N, Osipov Yu.S va boshqalar o‘nlab kitob yozishgan va ularni hayotga tadbiq etishgan. O‘zbek matematiklaridan Sotimov N.Yu, Azamov A.A, Fozilov A, Rixsiyev B,To‘xtasinov.

R^n fazoda ikkita obyekt ya’ni P-qulovchiva E-qochuvchi ularni harakati inersiyasi bo‘lib ixtiyoriy vaqtda ixtiyoriy tomonga qarab harakat trayektoriyasini o‘zgartirishi mumkin. Agar qulovchining tezligi u ga teng, qochuvchining tezligi v ga teng bo‘lib, bu tezliklarning kattaligi mos ravishda α va β sonlaridan katta bo‘lmasa ularning harakat dinamikasi quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadi.

P: $\begin{cases} \dot{x} = u \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ (2.2.1)

E: $\begin{cases} \dot{y} = v \\ y(0) = y_0 \end{cases}$ (2.2.2)

Bunda , $n \geq 1$ x_0, y_0 obyektlarning $t = 0$ vaqtdagi holati, ya'ni boshlang‘ich holati.

(2.2.1) tenglama quvlovchi obyektning harakat tenglamasi deyiladi.

(2.2.2) tenglama qochuvchi obyektning harakat tenglamasi deyiladi.

Bu yerda $u, v -$ t ga bog‘liq funksiyalar hisoblanadi.

Tezliklar ixtiyoriy yo‘nalishda chegaralangan bo‘lishi va chegaralanmagan bo‘lishi ham mumkin.

Tezlik vektorlarining chegaralanishlari turlicha bo‘ladi.

1. Geometrik chegaralanish.

Bunda quyidagi tengsizlik o‘rinli bo‘lishi kerak.

$|u| \leq \alpha$ (2.2.3)

$|v| \leq \beta$ (2.2.4)

$|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2}$

$|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2}$

$\forall t \geq t_0$

Harbir t vaqtda u va v tezliklar vaqtga bo‘g‘liq ravishda o‘zgaradi va bu o‘zgarish funksiyasini o‘lchanuvchi funksiyalar sinfidan tanlanadi. Barcha (2.2.3) shartni qanoatlantiruvchi $u(\cdot): [0 + \infty) \rightarrow R^n$ o‘lchanuvchi funksiyalar to‘plamini U_G bilan belgilaymiz. Barcha (2.2.4) shartni qanoatlantiruvchi $v(\cdot): [0+\infty) \to R^n$ o‘lchanuvchi funksiyalar sinfini V_G deb belgilaymiz.

Faraz qilamiz $(\cdot) \in U_G$, va bu funksiyalar (2.2.1) va (2.2.2) tenglamalarga qo‘yilgan bo‘lsin.

$$P: \begin{cases} x = u(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \qquad (2.2.5)$$

$$E: \begin{cases} y = v(t) \\ y(0) = y_0 \end{cases} \qquad (2.2.6)$$

Bu tengliklarni yechimlarini quyidagicha ko‘rinishda izlaymiz.

(2.2.5) ning yechimi

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s)ds \qquad (2.2.7)$$

(2.2.6) ningyechimi

$$y(t) = y_0 + \int_0^t v(s)ds \qquad (2.2.8)$$

Bunda $x_0 \neq y_0$ bo‘lishi kerak.

(2.2.7) formulaga quvuvchining traektoriyasi deyiladi.

(2.2.8) formulaga qochuvchining traektoriyasi deyiladi.

(2.2.3) va (2.2.4) shartlarning fizik ma’nosi ixtiyoriy vaqtda harakatlanuvchi obyektlarning tezligi ma’lum kattaliklardan oshmasligini bildiradi. Quvlovchi obyektniki α dan qochuvchiniki esa β dan oshmaydi.

2. Integral chegaralanish.

Bu holda tezlik funksiyalari uchun quyidagi shartlar o‘rinli bo‘lishi kerak.

$$\int_0^\infty |u(t)|^2 dt \le \sigma^2 \qquad (2.2.9)$$

$$\int_0^\infty |v(t)|^2 dt \le \sigma^2 \qquad (2.2.10)$$

Barcha (2.2.9) shartni qanoatlantiruvchi $u(\cdot): R^+ \to R^n$ o‘lchanuvchi funksiyalar to‘plamini U_I bilan belgilaymiz. Barcha (2.2.10) shartni qanoatlantiruvchi $v(\cdot): R^+ \to R^n$ o‘lchanuvchi funksiyalar sinfini V_G deb belgilaymiz.

tengsizliklarni fizik ma’nosi shuni bildiradiki, ularning har biri harakatlanuvchi obyektlarning resurslarini ya’ni energiyasini yoqilg‘isini kattaliklarini belgilaydi.

Shuning uchun (2.2.9) va (2.2.10) tengsizliklarga energiya bo‘yicha chegaralanish deyiladi. Misol uchun harakatlanayotgan raketani qarasak, uning tezligi qancha katta bo‘lsa, yoqilg‘i sarfi shuncha katta bo‘ladi va aksincha, tezligi qancha kichik bo‘lsa, yoqilg‘i sarfi shuncha kichik boladi.

Lekin amalda harakatlanuvchi obektni tezligi va resursi chegaralangan bo‘lgani uchun (2.2.1) va (2.2.9) chegaralanishlar birgalikda qaraladi va bunday chegaralanishga aralash chegaralanish yoki kompleks chegaralanish deyiladi.

3. Aralash chegaralanish.

$$|u| \le \alpha \quad , \quad \int_0^\infty |u(t)|^2 dt \le \rho^2 \qquad (2.2.11)$$

$$, \quad \int_0^\infty |v(t)|^2 dt \le \sigma^2 \qquad (2.2.12)$$

bu yerda $u(\cdot)\in U_c$, $v(\cdot)\in U_c$,

Yuqoridagi chegaralanishlarni yanada umumlashtiruvchi chegaralanishga chiziqli chegaralanish deyiladi. Bunda obyekt resursning o‘zgarishi chiziqli funksiya bilan chegaralangan bo‘ladi.

4. Chiziqli chegaralanishli masalalar:

$$\int_0^{\infty} |u(t)|^2 ds \le \rho_1 t + \rho_2 \qquad (2.2.13)$$

$$\int_0^{\infty} |v(t)|^2 ds \le \sigma_1 t + \sigma_2 \qquad (2.2.14)$$

bu yerda $u(\cdot)\in U_L$, $v(\cdot)\in U_L$,

5. Nochiziq chegaralanishli masalalar:

$$\int_0^{\infty} |u(t)|^2 ds \le \varphi(t) \qquad (2.2.15)$$

$$\int_0^{\infty} |v(t)|^2 ds \le \psi(t) \qquad (2.2.16)$$

$\varphi(t)$, $\psi(t)$ ixtiyoriy uzluksiz funksiyalar

Boshqaruv funksiyalarning berilishiga qarab differensial o‘yinlar quyidagicha nomlanadi:

$U(V)$ o‘lchanuvchi funksiyalar sinfi quyidagi sinflardan biri bo‘lsa $U_G, U_I, U_L, U_C (V_G, V_I, V_L, V_C)$ unda (U, V)-o‘yin quyidagicha nomlanadi:

1. agar $u(\cdot) \in U_G$ va $v(\cdot) \in V_G$ bo‘lsa (U_G, V_G)-o‘yin G-o‘yin deyiladi;
2. agar $u(\cdot) \in U_G$ va $v(\cdot) \in V_I$ bo‘lsa (U_G, V_I)-o‘yin GI-o‘yin deyiladi;
3. agar $u(\cdot) \in U_G$ va $v(\cdot) \in V_C$ bo‘lsa (U_G, V_C)-o‘yin GC-o‘yin deyiladi;
4. agar $u(\cdot) \in U_G$ va $v(\cdot) \in V_L$ bo‘lsa (U_G, V_L)-o‘yin GL-o‘yin deyiladi;
5. agar $u(\cdot) \in U_I$ va $v(\cdot) \in V_G$ bo‘lsa (U_I, V_G)-o‘yin IG-o‘yin deyiladi;
6. agar $u(\cdot) \in U_I$ va $v(\cdot) \in V_I$ bo‘lsa (U_I, V_I)-o‘yin I-o‘yin deyiladi;
7. agar $u(\cdot) \in U_I$ va $v(\cdot) \in V_C$ bo‘lsa (U_I, V_C)-o‘yin IC-o‘yin deyiladi;
8. agar $u(\cdot) \in U_I$ va $v(\cdot) \in V_L$ bo‘lsa (U_I, V_L)-o‘yin IL-o‘yin deyiladi;
9. agar $u(\cdot) \in U_C$ va $v(\cdot) \in V_G$ bo‘lsa (U_C, V_G)-o‘yin CG-o‘yin deyiladi;
10. agar $u(\cdot) \in U_C$ va $v(\cdot) \in V_I$ bo‘lsa (U_C, V_I)-o‘yin CI-o‘yin deyiladi;
11. agar $u(\cdot) \in U_C$ va $v(\cdot) \in V_C$ bo‘lsa (U_C, V_C)-o‘yin C-o‘yin deyiladi;
12. agar $u(\cdot) \in U_C$ va $v(\cdot) \in V_L$ bo‘lsa (U_C, V_L)-o‘yin CL-o‘yin deyiladi;
13. agar $u(\cdot) \in U_L$ va $v(\cdot) \in V_G$ bo‘lsa (U_L, V_G)-o‘yin LG-o‘yin deyiladi;
14. agar $u(\cdot) \in U_L$ va $v(\cdot) \in V_I$ bo‘lsa (U_L, V_I)-o‘yin LI-o‘yin deyiladi;
15. agar $u(\cdot) \in U_L$ va $v(\cdot) \in V_C$ bo‘lsa (U_L, V_C)-o‘yin LC-o‘yin deyiladi;
16. agar $u(\cdot) \in U_L$ va $v(\cdot) \in V_L$ bo‘lsa (U_L, V_L)-o‘yin L-o‘yin deyiladi;

3-BOB. Koʻp oʻyinchilar qatnashgan hol uchun differensial oʻyinlarda quvish-qochish masalalari

3.1 § Differensial oʻyinlar nazariyasida bitta qochuvchi va bitta quvlovchi boʻlgan hol uchun quvish-qochish masalalari

Quvish-qochish masalalari umumiy differensial o'yinlarnazariyasida o'zining alohida hususiyatlari bilan ajralib turadi. Ulardan biri - turlicha usullarni ularda tadbiqini kengligi,hamda olingan natijalarni o'ziga hosligi. Bu ayniqsa model masalalarda yaqqol o'z aksini namoyon etadi. Ishtirokchilar oddiy harakatlangan hol uchun R.Ayzeksning "qutulish chizig'i" muammosi L.A.Petrosyan tomonidan to'la yechilgan. Bundaqochuvchita'qibga ega holda parallel quvish strategiyasining optimal ekanligi isbotlanadi. Keyinchalik, L.A.Petrosyanning parallel quvish strategiyasi N.Yu.Satimov,A.A.Azamov, B.N.Pshenichniy, A.A.Chikriy, I.S.Rappoport, B.N.Grigorenko, N.N.Petrov, V.I.Uhobotov, A.I.Blagodatskih va boshqalarning ishlarida geometrik chegaralanishli hol uchungruppali quvish masalalarida yechim beruvchi funksiyalarni qurish usulini tadbiq etish imkonini beradi.

Biz asosan quvish-qochish masalalarini qarayotganimizda boshqaruv funksiyalarni geometrik chegaralanishga ega hol uchun koʻrib chiqamiz

R^n fazoda ikkita obyekt ya'ni P-quvlovchi va Q-qochuvchi ularni harakati inersiyasi boʻlib ixtiyoriy vaqtda ixtiyoriy tomonga qarab harakat trayektoriyasini o‘zgartirishi mumkin. Agar qulovchining tezligi u ga teng, qochuvchining tezligi v ga teng bo‘lib, bu tezliklarning kattaligi mos ravishda α va β sonlaridan katta bo‘lmasa ularning harakat dinamikasi quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadi.

$$P: \begin{cases} \dot{x} = u(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (3.1.1)$$

$$Q: \begin{cases} \dot{y} = v(t) \\ y(0) = y_0 \end{cases} \quad (3.1.2)$$

Bunda , $n \geq 1$ x_0, y_0 obyektlarning $t = 0$ vaqtdagi holati, ya’ni boshlang‘ich holati.

Tezliklar uchun quyidagi shartlar o‘rinli

$$|u| \leq \alpha \quad (3.1.3)$$

$$|v| \leq \beta \quad (3.1.4)$$

Masala: A (quvish masalasi)

Shunday qulovchi uchun $u^*(.) \in U_G$ funksiya topish kerakki qochuvchi ixtiyoriy $v(.) \in V_G$ funksiya tanlanganda ham berilgan boshlang‘ich holatdan biror chekli vaqtda quyidagi tenglik $x(t) = y(t)$ shart o‘rinli bo‘lsin .

Masala: B (qochish masalasi)

Qulovchi uchun shunday v^* funksiya topish kerakki $\forall u(.) \in U_G$ uchun berilgan boshlang‘ich holatdan $\forall t \geq 0$ da quyidagi $x(t) \neq y(t)$ shart o‘rinli bo‘lsin.

Quvish masalasini yechish usuli

Biz quvish masalasini yechish uchun uning boshqaruvi U funksiyani qurish usullari bilan tanishamiz. Masalani yechish uchun u boshqaruv funksiya faqat t ga ya’ni vaqtga bog‘liq bo‘lishi yetarli emas. Shuning uchun avval bu boshqaruvni quyidagi o‘zgaruvchilarga bog‘liq ravishda tanlanadi deb qaraymiz. Ya’ni t ga $x, y, v(t)$ ga bog‘liq funksiya sifatida

$U = U(t, x, y, v)$

qaraymiz.

$U\colon R^n \mathbf{x}\, R^n \mathbf{x}\, R^n \mathbf{x}\, R^n \to R^n$

Huddi shunday v boshqaruvni ham tanlash mumkin lekin quvish masalasini yechayotganga biz v boshqaruvni faqat t ga bog‘liq funksiya sifatida qaraymiz.

$v = v(t), t \geq 0$

Bunday masalaga qochuvchi informatsiyasi chegaralangan masala deb qaraladi. Agar quyidagi funksiyani

$$U = U(t, x, y, v) \qquad (3.1.5)$$

(3.1.1) sistemaga olib borib qo‘ysak quyidagi murakkab sistemani hosil qilamiz.

$$P\colon \begin{cases} x = U(t, x, y, v(t)) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \qquad (3.1.6) \qquad Q\colon \begin{cases} y = v(t) \\ y(0) = y_0 \end{cases} \qquad (3.1.7)$$

(3.1.6) va (3.1.7) sistema murakkab sistemadan iborat bo‘lishi mumkin va uni yechimini aniqlash va tutish masalasini yechish murakkab masala bo‘ladi. Shuning uchun tutish masalasini yechish uchun sodda strategiyalarni ya’ni t, x, y, v ga bog‘liq sodda funksiyalarni topish talab qilinadi.

Buni quyidagi misollar orqali tushuntiraylik;

1-misol sodda quvish masalasi: R^n evklid fazosida x va y boshqariluvchi obyektlarning harakat dinamikasi (3.1.6) va (3.1.7) differensial tenglamalar sistemasiga bo‘ysunsin

Yuqoridagi ta’qib jarayonini o‘rganish qulay bo‘lish maqsadida quyidagi

$$z = y - x$$

belgilashni kiritamiz. Natijada quyidagi differensial tenglamaga kelamiz

$$\dot{z} = -u + v. \qquad (3.1.8)$$

bu uerda $u \in U_G, \quad v \in V_G$. Quvuvchining va qochuvchining mos ravishda tanlagan $u(t)$ va $v(t)$ boshqaruv funksiyalarini (3.1.8) tenglamaga olib borib qo‘yish natijasida, hosil bo‘ladigan $\dot{z} = -u(t) + v(t), \quad z(0) = z_0 = y_0 - x_0,$ tenglamaning $z(t)$ yechimi t vaqtning biror $T > 0$ momentida nol vektorga aylansa o‘yin tugaydi. Boshqacha aytganda $M = \{z: \ z = 0\}$ to‘plam terminal to‘plamdir.

(3.1.8) tenglamani hosil qilishda qochuvchi va quvuvchining tezliklarinigina hisobga oldik, aslida, ta’qib jarayonida ma’lum qonuniyatlar asosida doimiy ta’sir bo‘lishi mumkin. Shuning uchun differensial o‘yinlar nazariyasida tenglamasi (3.1.8)dan ko‘ra umumiyroq bo‘lgan chiziqli

$$\dot{z} = Cz - u + v, \qquad (3.1.9)$$

kvazichiziqli

$$\dot{z} = Cz - f(u, v), \qquad (3.1.10)$$

va nochiziqli

$$\dot{z} = F(z, u, v), \qquad (3.1.11)$$

ziddiyatli jarayonlar o‘rganiladi.

2-misol. (umumlashgan soda quvish-qochish o‘yini). R^n fazoda ikkita boshqariluvchi x va y obektning harakat dinamikasi (2.2.1) differensial tenglamalar sistemasi bilan berilgan bo‘lib u va v parametrlar $u \in P, \quad v \in Q$ ko‘rinishda chegaralangan, bu yerda P va Q to‘plamlar R^ν fazoning kompakt qismto‘plamlaridan iborat. Quvuvchi $y(t) - x(t)$ ayirma vektorni imkon qadar tezroq M to‘plamga kelib tushishi uchun intiladi, qochuvchi esa bu vaziyat yuz bermasligi uchun harakat qiladi. Yuqoridagidek

$$z = y - x$$

belgilashni kiritsak qaralayotgan differensial o‘yin

$$\dot{z} = -u + v.$$

ko‘rinishni oladi, bu yerda $v \in U = P,\quad v \in V = Q$. Vaqtning biror momentida $z \in M$ tengsizlik bajarilsa o‘yin tugaydi.

Yuqoridagi misollarda inertsiyaga (tezlanishga) ega bo‘lmagan obyektlar orasida quvish-qochish o‘yinlariga misol bo‘ladi. Quyidagi misollarda inertsiyali o‘bektlar ham qatnashadi.

3-misol. $R^{\nu}, \nu \geq 1,$ fazoda boshqariluvchi x va y obektlar

$$\ddot{x} = u, \qquad \ddot{y} = v, \tag{3.1.12}$$

tenglamalar mos harakatlanmoqdalar, bu yerda $|u| \leq \rho,\quad |v| \leq \sigma$, ρ va σ – musbat sonlar. Quvuvchi imkoni boricha tezroq $x(t)$ vektor $y(t)$ vektor bilan ustma-ust tushishi uchun harakat qiladi, qochuvchi esa bunday vaziyat yuz bermasligiga intiladi. Bu o‘yinni (3.1.9) ko‘rinishga keltirish uchun $z_1 = y - x,\quad z_2 = \dot{y} - \dot{x}$ o‘zgaruvchilar kiritamiz. U holda quyidagi differensial o‘yin hosil bo‘ladi:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -u + v, \end{cases} \tag{3.1.13}$$

differensial o‘yin hosil bo‘ladi, bu yerda $z = (z_1, z_2) \in R^{2\nu},\quad U = \{(0, u): \ |u| \leq \rho\},\quad V = \{(0, v), \quad |v| \leq \sigma\},\quad M = \{(z_1, z_2):$
.

$\nu = 1, \quad 2, \quad 3$ bo‘lganda (3.1.13) tenglama birlik massali x va y moddiy nuqtalarning mos ravishda u va v boshqaruvchi kuchlar ta’siridagi harakatini ifodalaydi.

4-misol. Birlik massali $M^{(1)}$ va $M^{(2)}$ nuqtalar vertikal tekislikda harakatlanmoqda. $M^{(1)}$ va $M^{(2)}$ nuqtalarga u va v kuch ta’sir qilmoqda. Bu kuchlar $|u| \le \lambda_1, |v| \le \lambda_2$ shartlarni qanoatlantiradi, bunda $\lambda_1 \ge \lambda_1 \geq 0$. Agar vaqtning biror $t \geq 0$ momentida $M^{(1)}$ va $M^{(2)}$ nuqtalarning geometrik o‘rni ustma-ust tushsa o‘yin tugadi deb hisoblaymiz. $M^{(1)}$ va $M^{(2)}$ nuqtalarning harakati quyidagi tenglamalar bilan berilgan:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3, \\ \dot{x}_2 = x_4, \\ \dot{x}_3 = u_1, \\ \dot{x}_4 = u_2 - g \\ \dot{y}_1 = y_3 \\ \dot{y}_2 = y_4 \\ \dot{y}_3 = v_1 \\ \dot{y}_4 = v_2 - g \end{cases} \qquad (3.1.14)$$

Bu yerda (x_1, x_2) va (y_1, y_2) – mos ravishda $M^{(1)}$ va $M^{(2)}$ nuqtalarning geometrik koordinatasi, (x_3, x_4) va (y_3, y_4) – bu nuqtalar tezliklarining koordinatalari, g – erkin tushish tezligi.

4-misolda qaralayotgan o‘yinda $z^{(i)} = x_i - y_i$, $i = 1, 2, , 3, 4,$ o‘zgaruvchilar kiritilsa (3.1.11) ko‘rinishga keladi, bu yerda $z_1 = (z^{(1)}, z^{(2)})$, $z_2 = (z^{(3)}, z^{(4)})$, $u = (u_1, u_2)$, $v = (v_1, v_2)$.

3.2§ Bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi qatnashgan differensial o'yinlarda quvish-qochish masalalari

Differensial o'yinlar nazariyasida ko'p o'yinchili hol uchun quvish-qochish masalalari juda ko'plab yechilgan. Misol uchun Pshenichni differensial o'yinlar

Quyidagi masalani ko'raylik;

Faraz qilaylik R^n fazoda bo'sh bo'lmagan biror to'plamida ko'p quvlovchi obyektlar va qochuvchi obyekt harakat qilayotgan bo'lsin. Bu o'yinda o'yinchilar o'zlari harakat qilayotgan to'plamni tark eta olmaydilar deb shart qo'yamiz. O'yinda ishtirok etayotgan o'yinchilarning harakati quyidagi differensial tenglama orqli ifodalanadi:

$$P_i:\ \dot{x}_i = u_i,\ x_i(0) = x_{i0},\ |u_i(t)| \le 1,\ i = 1,2,......m \qquad (3.2.1)$$

$$Q:\ \dot{y} = v,\ y(0) = y_0,\ |v(t)| \le 1, \qquad (3.2.2)$$

O‘yinchilarnig boshqaruv parametrlari geometric chegaralangan holda berilgan. O‘yi nchilarning maksimum tezligi 1 ga teng. Bu o‘yinda kamida bitta quvlovchining geometrik pozitsiyasi qochuvchi bilan tenglashsa o‘yin tugallangan hisoblanadi.

Bu o‘yinda ikkita holni ko‘rib chiqaylik ; a) Barcha quvlovchilar R^3 fazoda erkin harakat qilishsin ;b) barcha quvlovchilar $M \subset R^3$ slindrda harakat qilishsin ;

Bunda qochuvchi har ikkala holda $M \subset R^3$ slindrda harakat qiladi.

$$M = \left\{ q = q_1, q_2, q_3 \left| q^2{}_{(1)} + q^2{}_{(2)} = R^2, q_3 \in R \right. \right\}$$

Quvlovchilar qochuvchiga qarshi ta’qib qilish strategiyani qo‘llashadi, o‘z navbatida q ochuvchi ham imkon boricha qochib ketish strategiyasini qo‘llaydi.

Agar shunday $i, j \in \{1, 2, ..., m\}$ mavjud bo‘lib, shunday T vaqtga kelganda $x_{i0}(3) < y_0(3) < x_{j0}(3.3.2.)$ shart qanoatlantirsa har ikkala a) va b) hollarda ham o‘yin tugaydi.

Agar $x_{i0}(3) < y_0(3) < x_{j0}(3.2.3)$ shartni qanoatlantiradigan i, j larni topish mumkin bo‘lmasa u holda qochuvchi har ikkala a) va b) holda ham qochib ketishi mumkin bo‘ladi.

Ivanov ko‘p quvlovchi va bitta qochuvchi qatnashgan differensial o‘yinda quvish –qochish masalasini kompakt to‘plamda o‘rgangan .

Bu o‘yinda barcha o‘yinchilar bir xil dinamik imkoniyatlarga ega va barcha o‘yinchilarning harakat tenglamalari quyidagi differensial tenglama orqali ifodalanadi.

$$\dot{x}_i = u_i, \; x_i(0) = x_{i0}, \; |u_i(t)| \leq 1, \; i = 0, 1, 2, ...m,$$

Bu yerda $x_i, u_i \in R^n$, $u_i, i=1,2,...,m$ barcha quvlovchilarning boshqaruv parametri, u_0 esa qochuvching boshqaruvi parametric hisoblanadi. O'yin davomida barcha o'yinvhilar $A \subset R^n, n \geq 2$ kompakt to'plamni tark etmasligi lozim sharti qo'yiladi. Bu yerda A kompakt to'plamni bo'sh bo'lmagan to'plam sifatida qaraladi .

Bu o'yinda agar quvlovchilarning soni fazoning o'lchovidan kichik ya'ni $m<n$ bo'lsa u holda qochuvchi qochib ketishi mumkin bo'ladi. Agar $m \geq n$ bo'lsa u holda quvish o'yinini tugatish mumkin bo'ladi. Bundan tashqari kafolatlangan tutish vaqti T quyidagicha aniqlangan : $T \leq (n^3 - 2n^2 + n + 1)d$ bu yerda d A ning diametri hisoblanadi.

Endi yuqorida berilgan (1) va (2) tenglamalarda $x_i, y, u_i, v, x_{i0}, y_0 \in R^n$, $m \geq n$ deb olaylik

Ta'rif 3.2.1. Agar $|u_i(t)| \leq 1$ $t \geq 0$ bo'lsa , $u_i(\cdot) = u_i(t)$, $t \geq 0$ o'lchanuvchi funksiyalar quvlovchilarning boshqaruv funksiyalari deyiladi va $x_i(\cdot) = x_i(t)$, $t \geq 0$ funksiya $\dot{x}_i = u_i(t)$, $x_i(0) = x_{i0}$, $i \in \{1,2,.......,m\}$ tenglamaning yechimi deyiladi agar quyidagi shart o'rinli bo'lsa

$$x_i(t) \in A$$

Ta'rif 3.2.2. Agar $|v(t)| \leq 1$ $t \geq 0$ bo'lsa , $u(\cdot) = u(t)$, $t \geq 0$ o'lchanuvchi funksiya qochuvchilarning boshqaruv funksiyalari deyiladi va $y(\cdot) = y(t)$, $t \geq 0$ funksiya $\dot{y} = v(t)$, $y(0) = y_0$, tenglamaning yechimi quyidagi shartni qanoatlantiradi deyiladi

$$y(t) \in A$$

Radiusi 1 ga teng bo'lgan $H(0,1)$ sharni olaylik

Ta’rif 3.2.3. $U_i(x_i, y, v)$, $U_i : R^n \times R^n \times H(0,1) \to H(0,1)$ funksiya x_i ning boshqaruv funksiyasi deyialdi, agarda $v(t)$ qochuvchi har qanday boshqaruv tanlaganda ham quyidagi tenglama

$$\dot{x}_i = U_i(x_i, y, v), \quad x_i(0) = x_0$$

$$\dot{y} = v(t), \quad y(0) = y_0$$

$x_i(t), y(t) \in A,\ t \geq 0$ yagona uzluksiz yechimga ega bo‘lsa.

Ta’rif 3.2.4. Agarda qandaydir $\bar{t} \geq 0$ vaqtda va $i \in \{1,2,........,m\}$ larda $x_i(\bar{t}) = y(\bar{t})$ shart o‘rinli bo‘lsa u holda biz $\bar{t} \geq 0$ vaqtda o‘yin tugadi deyiladi

Ta’rif 3.2.5. T son kafolatlangan tutish vaqti deyiladi, agarda quvlovchilarning qochuvchi har qanday $v(\cdot)$ tanlaganda ham shunday $i \in \{1,2,........,m\}$ larda $x_i(\bar{t}) = y(\bar{t})$ tenglikni qanoatlantiradigan $U_1, U_2, ..., U_m$ strategiyalari mavjud bo‘lsa , bu yerda $0 \leq \bar{t} \leq T$

Bu o‘yin davomida barcha o‘yinchilar berilgan A to‘plamni tark etmasligi shart. quvlovchilarning maqsadi ular uchun eng kichik vaqtda tutish bo‘lsa qochuvchining maqsadi har qanday vaqtda qochib ketish hisoblanadi

Masala. Yuqorida keltirilgan n ga nisbatan ikkinchi darajali polynomial T kafolatlangan tutish vaqtini topish va quvlovchilarning strategiyalarini qurish.

Biz birinchi kafolatlangan tutish vaqtini olamiz va bu masalani A kubda o‘rgana- miz.

$m = n$ holat uchun differensial o‘yinni ko‘rib chiqamiz.

$$A = N = \{(q_1, q_2, ..., q_n) |\ 0 \leq q_i \leq a,\ i = 1,2,...,m\}$$

Bu yerda a berilgan son. Ko‘rinib turibdiki N qirralari a ga teng bo‘lgan kubdir. Shuningdek barcha o‘yinchilar N da harakat qilishadi.

Lemma 3.2.1. N kubdagi differensial o‘yinda kafolatlangan tutish vaqti quyidagiga teng

$$T=\frac{a}{2}(n^2-n+\sqrt{n}+1)$$

Isboti.

Biz quvlovchilarning strategiyalarini quyidagicha quramiz.

$$u_i(t)=\frac{2(\xi_0-x_{i0})}{a\sqrt{n}} \quad 0\le t\le t_1, \quad i=1,2,...,n, \quad t_1=\frac{a\sqrt{n}}{2}, \qquad (3.2.5)$$

Bu yerda $\xi_0=\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},......,\frac{a}{2}\right)$ N kubning markazi hisoblanadi. (3.2.5) ga ko‘ra har bir quvlovchi ξ_0 nuqta tomonga qarab $\left[0,t_1\right]$ vaqt oralig‘ida harakat qiladi .

Ko‘rinib tu ribdiki $x_i(t_1)=\xi_0$ bunda barcha quvlovchilar t_1 vaqtda ξ_0 nuqtaga yetib kelishadi.

Keyin biz $\left(t_1,t_1+\frac{a}{2}\right]$ vaqt oralig‘ida quvlovchilarning strategiyalarini quyidagicha belgilaymiz:

$$u_1(t)=(0,u_{1,2}(t),0,...,0),$$

$$u_2(t)=(0,0,u_{2,3}(t)....,0),$$

-------------------------------------- (3.2.6)

$$u_{n-1}(t)=(0,....,0,0,u_{n-1,n}(t)),$$

$$u_n(t)=(u_{n,1}(t),0,0,...,0),$$

Bu yerda $u_{i,i+1}(t)=\begin{cases}1, & y_{i+1}(t_1)>\dfrac{a}{2},\\ 1, & y_{i+1}(t_1)<\dfrac{a}{2},\end{cases}$ agar $t<\overline{t}_{i+1}^{1}$ (3.2.7)

$u_{i,i+1}(t)=v_{i+1}(t), \qquad t\ge \overline{t}_{i+1}^{1}, \qquad\qquad i=1,...,n,$ (3.2.8)

Bu yerda $\overline{t}_{i+1}^{1}$, vaqt $x_{i,i+1}(\overline{t}_{i+1}^{1})=y(\overline{t}_{i+1}^{1})$ tenglik bajariladigan vaqt hisoblanadi.

Endi biz quyidagicha belgilash kiritamiz, $y_{n+i}=y_i$, $x_{i,n+j}=x_{i,j}$, $v_{n+i}=v_i$,

(3.2.6)-(3.2.8) strategiyaning bir qismidan $i=1$, ya'ni x_1 quvlovchi uchun foydalanamiz. Agar $y_2(t_1)>\dfrac{a}{2}$bo'lsa, u holda $u_{1,2}(t)=1$ bo'ladi. Bunda quvlovchining x_1 tezligi 1 ga teng va q_2 o'qqa parallel musbat yo'nalishda harakat qiladi . Bu paytda qochuvchi N to'plamni tark etishi mumkun emas. Shuning uchun $\overline{t}_2^1\in\left(t_1,t_1+\dfrac{a}{2}\right]$ vaqtda $y_2(\overline{t}_2^1)=x_{1,2}(\overline{t}_2^1)$ tenglik o'rinli bo'ladi. Bundan $u_{1,2}(t)=v_2(t)$ boshqaruv barcha $t\ge\overline{t}_2^1$ lar uchun $x_{1,2}(t)=y_2(t)$ tenglik bajarilishini kafolatlaydi.

$y_2(t_1)<\dfrac{a}{2}$ hol uchun ham bir xil izlanish olib borib, $\overline{t}_2^1\in\left(t_1,t_1+\dfrac{a}{2}\right]$ vaqtda $x_{1,2}(\overline{t}_2^1)=y_2(\overline{t}_2^1)$ tenglikni olamiz va $u_{1,2}(t)=v_2(t)$ boshqaruv barcha $t\ge\overline{t}_2^1$ lar uchun $x_{1,2}(t)=y_2(t)$ tenglik bajarilishini kafolatlaydi.

(6)- (8) strategiyani foydalanganda holda biz quyidagi tenglikni olamiz,

$x_{i,i+1}(t)=y_{i+1}(t)$, $t\ge\overline{t}_{i+1}^1$,

bu yerda $\overline{t}_{i+1}^1\in\left(t_1,t_1+\dfrac{a}{2}\right]$

Huddi shuningdek $x_i, i=1,2,...,n$ quvlovchilarning $u_i(t)=(u_{i1}(t),...,u_{in}(t))$ strategiyalari quyidagicha quriladi. Bunda $\overline{t}_{i+1}^{1}$ vaqtdan boshlab $x_{i,i+2}(t)=y_{i+2}(t)$ tenglik o‘rinli bo‘lguncha ish olib boramiz.

$$u_{i,i+1}(t)=v_{i+1}(t), u_{i,i+2}(t)=\pm\sqrt{1-v^2{}_{i+1}(t)}, \qquad (3.2.9)$$

$$u_{i,i+j}(t)=0, \qquad j=3,4,...,n,$$

(9) formulaning agar $x_{i,i+2}(\overline{t}_{i+1}^{1})<y_{i+2}(\overline{t}_{i+1}^{1})$ bo‘lsa “+” qismini olamiz, agar $x_{i,i+2}(\overline{t}_{i+1}^{1})>y_{i+2}(\overline{t}_{i+1}^{1})$ bo‘lsa “-” qismini olamiz. (3.2.9) strategiyaning bir qismi $u_{i,i+1}(t)=v_{i+1}(t)$ dan boshlab $x_{i,i+1}(t)=y_{i+1}(t)$ bo‘lishini kafolatlaydi . Keyinchalik x_i quvlovchilarning strategiyaslarini quyidagicha induktiv tarzda quramiz:

$$x_{i,i+j}(t)=y_{i+j}(t) \ , j=1,2,...,(k-1)$$

x_i quvlovchilar $x_{i,i+k}(t)=y_{i+k}(t)$ tenglik o‘rinli bo‘lgungacha quyidagi strategiyaga ko‘ra harakat qilishsin.

$$u_i(t)=(u_{i,1}(t),u_{i,2}(t),...,u_{i,n}(t)), \qquad t\geq\overline{t}_{i+k-1}^{k-1},$$

bunda

$$u_{i,i+k}(t)=v_{i+1}(t), u_{i,i+2}(t)=v_{i+2}(t), u_{i,i+k-1}(t)=v_{i+k-1}(t),$$

$$u_{i,i+k}(t)=\pm\sqrt{1-v^2{}_{i+1}(t)-v^2{}_{i+2}(t)-....-v^2{}_{i+k-1}(t)}$$

$$u_{i,i+j}(t)=0 \ , \quad j=(k+1),...,n,$$

Bu yerda $t=\overline{t}_{i+k-1}^{k-1}$ vaqt tenglik $x_{i,i+k}(t)=y_{i+k}(t)$ o‘rinli bo‘ladigan birinchi vaqt hisoblanadi .

(3.2.10) formulaning “+” qismini olamiz agar $x_{i,i+k}(\overline{t}_{i+k-1}^{k-1}) < y_{i+k}(\overline{t}_{i+k-1}^{k-1})$ bo‘lsa, “-” qismini olamiz agar $x_{i,i+k}(\overline{t}_{i+k-1}^{k-1}) > y_{i+k}(\overline{t}_{i+k-1}^{k-1})$ bo‘lsa. Agar birinchi $\overline{t}_{i+k}^{k}$ vaqt uchun $x_{i,i+k}(\overline{t}_{i+k}^{k}) = y_{i+k}(\overline{t}_{i+k}^{k})$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, biz quyidagi tengliklarni o‘rnata olamiz :

$$u_{i,i+1}(t)=v_{i+1}(t)\,,u_{i,i+2}(t)=v_{i+2}(t)\,,u_{i,i+k}(t)=v_{i+k}(t),$$

$$u_{i,i+k+1}(t) = \pm\sqrt{1-v^2{}_{i+1}(t)-v^2{}_{i+2}(t)-....-v^2{}_{i+k}(t)}\,,$$

$$u_{i,i+j}(t)=0, \qquad j=(k+2),...,n, \qquad \overline{t}_{i+k}^{k} \le t \le \overline{t}_{i+k+1}^{k+1}$$

bu yerda $t=\overline{t}_{i+k+1}^{k+1}$ vaqt $x_{i,i+k+1}(t)=y_{i+k+1}(t)$ tenglik bajariladigan vaqt hisoblanadi.

$x_{i,i+k+1}(t)=y_{i+k+1}(t)$ tenglikni hosil qilish uchun x_i quvlovchi $\left[\overline{t}_{i+k}^{k},\overline{t}_{i+k+1}^{k+1}\right]$intervalda q_{i+k+1}dan $\frac{a}{2}$ masofada bo‘lishi kerak.

Shuning uchun, $t_1+\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{n}+1}{2}a$ vaqtdan boshlab har bir quvlovchi o‘yinni tugatish uchun masofani $\frac{a(n-1)}{2}$ga tenglashtirishi kerak .

Barcha quvlovchilar masofani $n\frac{a(n-1)}{2}$ ga tenglashtirishi kerak.

Bu masofa quyidagi teglik orqali qisqaradi:

$$\alpha(t)=\sum_{i\in I_1}\sqrt{1-v^2_{i+1}(t)}+\sum_{i\in I_2}\sqrt{1-v^2_{i+1}(t)-v^2_{i+2}(t)}+...\sum_{i\in I_n}\sqrt{1-v^2_{i+1}(t)-v^2_{i+2}(t)-...v^2_{i+n-1}(t)}$$

bu yerda $I_1,I_2,....,I_n,$ lar $I=\{1,2,...,n\}$ to‘plamdan ajaratilgan va $I_1\cup I_2\cup....\cup I_n=I.$

$\alpha(t)$ ni quyidagicha baholaymiz:

$$\alpha(t) \geq \sum_{i\in I_1} \sqrt{1-v^2{}_{i+1}(t)-v^2{}_{i+2}(t)-...v^2{}_{i+n-1}(t)} + \sum_{i\in I_2} \sqrt{1-v^2{}_{i+1}(t)-v^2{}_{i+2}(t)-...v^2{}_{i+n-1}(t)} + ...$$
$$... + \sum_{i\in I_n} \sqrt{1-v^2{}_{i+1}(t)-v^2{}_{i+2}(t)-...v^2{}_{i+n-1}(t)} =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \sqrt{1-v^2{}_{i+1}(t)-v^2{}_{i+2}(t)-...v^2{}_{i+n-1}(t)}.$$

Bizga ma'lumki agar $0 \leq x \leq 1$ bo'lsa u holda $\sqrt{x} \geq x$ bo'ladi. Shundan quyidagi tengsizlik o'rinli.

$$\alpha(t) \geq (1-v_2^2(t)-v_3^2(t)-...-v_n^2(t)) + (1-v_3^2(t)-v_4^2(t)-...-v_1^2(t)) +$$
$$+...+(1-v_1^2(t)-v_2^2(t)-...-v_{n-1}^2(t)) =$$
$$= n-(n-1)(v_1^2(t)+v_2^2(t)+...+v_n^2(t)) \geq n-(n-1) = 1$$

Shunday qilib $\alpha(t) \geq 1$ da $n\dfrac{a(n-1)}{2}$ masofa qisqaradi. U bizga barcha quvlovchilar $n\dfrac{a(n-1)}{2}$ vaqtda harakatlanganini beradi.

Shunday qilib N kubdagi kafolatlangan tutish vaqti.

$$T \leq \frac{(\sqrt{n}+1)a}{2} + \frac{n(n-1)a}{2} = \frac{a}{2}(n^2 - n + \sqrt{n} + 1).$$

(6) lemma isbotlandi.

Endi ushbu masalani ummuiy hol uchun ko'ramiz. Ya'ni differensial o'yinni A kubda o'rganaylik.

Qochish masalasi . Faraz qilaylik ko'p quvlovchi va bitta qochuvchi bo'lgan differensial o'yin quyidagi tenglamalar orqali ifodalangan bo'lsin.

$$\dot{x}_i = u_i, \quad x_i(0)=x_{i0}, \quad |u_i| \leq \alpha_i, \quad i=1,...,m$$
$$\dot{y} = v, \quad y(0)=y_0, \quad |v| \leq \beta,$$

$$x_{i0} \neq y_0, \; i=1,...,m$$

Bu yerda $x_i, y, u_i, v \in R^n$ va $\alpha_i \ge 0, \beta \ge 0,$ lar oldindan berilgan sonlar.

Biz quyidagicha belgilash kiritaylik u holda (1)-(2) tenglamalar quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\dot{z}_i = u_i - v, \dot{z}_i \in R^n, z_i(0) = z_{i0}, i = 1,...,n,$$

Bu yerda $u_i \in U_i$, $v \in V$, U_i, V -lar bo‘sh bo‘lmagan kompakt to‘plamlar

Qochish masalasi yechiladi agarda quyidagi ixtiyoriy $t \ge 0$ da $z_i(t) \notin M_i, i = 1,...,n,$munosabatni ko‘rsata olsak, bu yerda $M_i \subset R^n$ oldindan berilgan bo‘sh bo‘lmagan kompakt to‘plamdir.

Shunga ko‘ra qochish masalasi bir nechta farazga ko‘ra yechiladi.

(1)-(2) tenglamada agar shunday $i = \{1,...,m\}$ larda va $\bar{t} \ge 0$ vaqt majud bo‘ganda quyidagi shart $x_i(\bar{t}) = y(\bar{t})$ bajarilsa u holda qochish imkoni mavjud bo‘lmaydi.

(1)-(2) tenglamada vaqtda $\forall t \ge 0$ va barcha $i = \{1,...,m\}$ larda quyidagi $x_i(t) \ne y(t)$ munosabat o‘rinli bo‘lsa u holda qochuvchi qochib keta oladi.

Endi quyidagicha faraz qilaylik $\beta = 1$bo‘lsin, u holda quyidagi hollarni ko‘rib chiqamiz:

1- Hol. Agar $\alpha_1,...,\alpha_m$ lardan kamida bittasi masalan α_1, $\beta = 1$ ga qaraganda kata bo‘lsa u holda x_1 quvlochi y qochuvchini tutadi. Bu holda tutish masallasini ko‘rsatish qiyin bo‘lmaydi .
2- Hol. Agar barcha $i = 1,...,m$ larda $\alpha_i < 1$ bo‘lsa u holda qochish imkoniyati mavjud bo‘ladi.

3- Hol. Agar $\alpha_1 = \ldots = \alpha_k = 1, \alpha_i < 1, i = k+1, \ldots, m,$ bo‘lsa biz quyidagi $x_{10}, \ldots, x_{k0}$ boshlang‘ich nuqtalardan tashkil topgan quyidagi to‘plamni qurib olamiz:

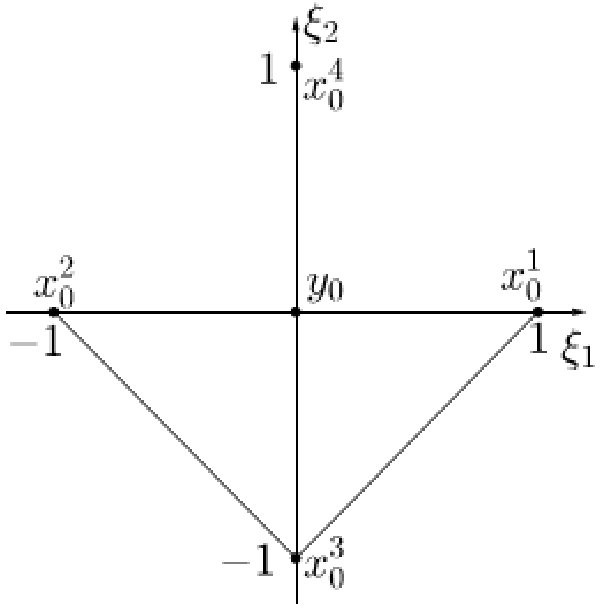
$$X = \{x_{10}, \ldots, x_{k0}\} := \{\beta x_{10} + \ldots + \beta x_{k0} \,|\, \beta_1 + \ldots + \beta_k = 1,\ \beta_1 \geq 0, \ldots, \beta_k \geq 0\}$$

Agar quyidagi $y_0 \in X$ shart o‘rinli bo‘lsa , u holda $x_1, \ldots, x_k$ quvlochilar qandaydir vaqtga kelib qochuvchini tutadi.

Agar quyidagi $y_0 \notin X$ shart o‘rinli bo‘lsa u holda qochish imkoniyati mavjud bo‘ladi.

Misol 1. $R^2, n = 2$ fazoda $m = 4$ quvlovchi va bitta qochuvchi harakat qilayotgan bo‘lsin. (1-rasm) Bunda qochuvchi $\partial X,\ X \subset R^2$ da turibdi

$$x_{1,0} = (1,0),\ x_{2,0} = (-1,0),\ x_{3,0} = (0,-1),$$
$$x_{4,0} = (0,1),\ y_0 = (0,0),\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1,\ \alpha_4 = 0,\ \beta = 1.$$



3.2.1 -chizma

Agar $\alpha_4=0$ bo‘lsa u holda x_4 quvlovchi umuman harakat qila olmaydi. Lekin shunga qaramay qolgan quvlovchilar qochuvchini tutishlari mumkin. Shunga quyidagicha dalillarni ko‘rib chiqish imkoni bo‘ladi. Birinchi, quyidagicha tezlik vektorlarning koordinatalarini o‘rnataylik:

$$u_1(t)=u_2(t)=u_3(t)=(0,1),\ u_4(t)=(0,0)$$

Deyarli barcha $t\geq 0$ larda $v_2(t)=1$ deb tanlab olamiz, yoki I ,$I>0$, to‘plamda $|v_2(t)|<1$ deb olamiz. Avvalgi holatda qochuvchi $t=1$ vaqtda x_4 quvlovchiga uriladi va shunga ko‘ra tutish masalasi tugatiladi. Keying holatda $t>0$ vaqtda $y(t)\in\{x_1(t),x_2(t),x_3(t)\}$ bo‘lsa, u holda tutish masalasi tugatiladi. [12]

Umumiy holda, $y_0\in\partial X$ holda , masalani $n=2$ fazoda osonlikcha o‘rgana olmiz.

bu yereda ∂X , X to‘plamning chegarasi hisoblanadi.

$n\geq 3$ da hali bu masala o‘rganilmagan.

Misol 3.2.2.

Bizga quyidagicha quvlovchi 9 ta obyektlarning boshlangich holatlari berilgan bo‘lsin:

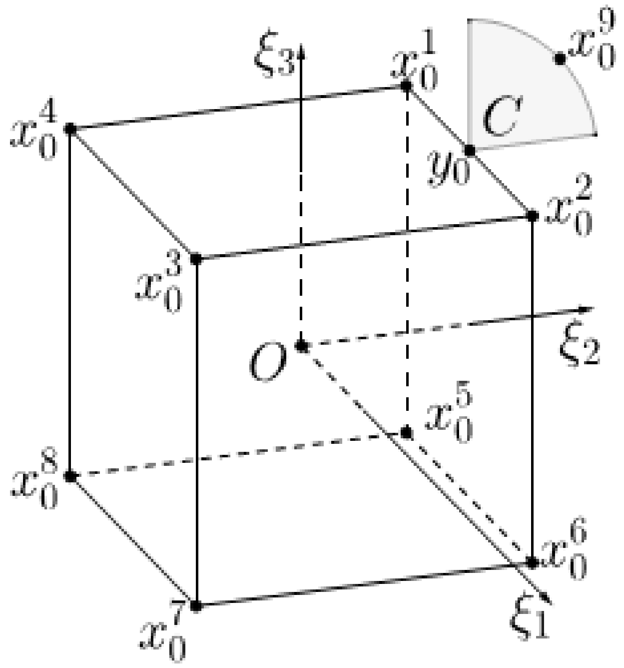
$$x_{1,0}=(-1,1,1),x_{2,0}=(1,1,1),x_{3,0}=(1,-1,1),x_{4,0}=(-1,-1,1),$$
$$x_{5,0}=(-1,1,-1),x_{6,0}=(1,1,-1),x_{7,0}=(1,-1,-1),x_{8,0}=(-1,-1,-1)$$

va 9-quvlovchining boshlang‘ich holati $x_{9,0}$ aniq emas.

$$\alpha_1=....=\alpha_8=1,\ y_0=(0,1,1),\ \alpha=1,\ 0<\alpha_9<1.$$

Biz $x_1,...,x_8$ quvlochilarning strategiyalarini qura olamiz. Qochuvchi obyekt ham sektorda harakat qilyapti (2-chizma)

$$C=\{(\xi_1,\xi_2,\xi_3)|\xi_1=0,\ \xi_2\geq 1,\ \xi_3\geq 1\}$$



3.2.2-chizma

Bu yerda qochuvchi $\partial X,\ X\subset R^3$ da , $v(t),\ t\geq 0$ boshqaruv bilan harakat qilyapti , ya'ni deyarli barcha $t\geq 0$ da quyidagi sektorga qarashli bo'lgan

$$S=\{(\xi_1,\xi_2,\xi_3)|\xi_1=0,\ \xi_2\geq 0,\ \xi_3\geq 0,\ \ \xi_2^2+\xi_3^2\leq 1\}$$

yoki shunday vaqtda quyidagi to'plamga tegishli bo'ladi:

$$y(t)\in\{x_1(t),...,x_8(t)\} \qquad (3.2.3)$$

Agar (3.2.3) holga ko'ra qochuvchini tutish mumkin bo'lsa, u holda $x_1,...,x_8$ quvlovchilar ta'qibni tugatishadi. Shunga ko'ra qochuvchi C sektorda $v(t)\in S$, $t\geq 0$, boshqaruv bilan harakat qilishi kerak. Farazga ko'ra $x_{9,0}\in C$

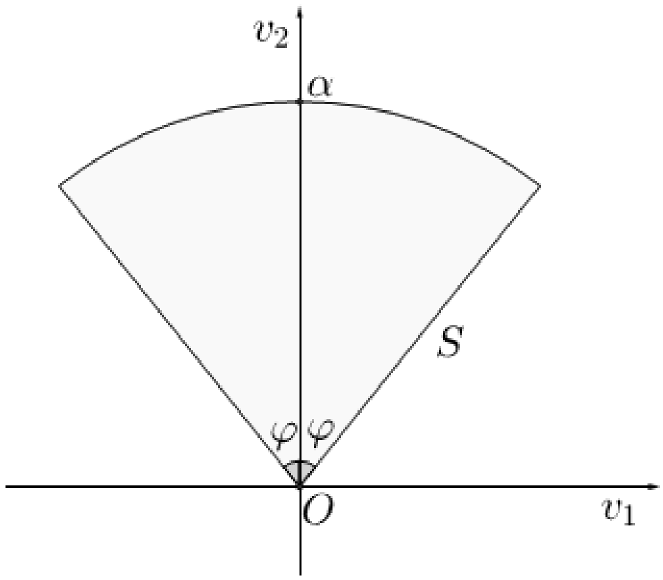
bo‘ladi. Muammo $x_{9,0}$ ni holatini va α_9 ni toppish, shundagina ta’qib etish tugatiladi.

Ta’qib etishni tugatish uchun yetarli shartlarga ega bo‘lish uchun , bitta y qo-chuvchi va bitta x_9 quvlovchining yordamchi differensial o‘yinini ko‘rib chiqish yetarlidir. Bu yerda qochuvchi S (qochuvchining boshqaruv parametrlari to‘pla- mi) sektordagi boshqaruvi hisobga olinadi.

Endi quyidagi $\{\xi_1,\xi_2\}$ fazoda bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi bo‘lgan hol uchun qochish masalasini ko‘rib chiqamiz.

O‘yin quyidagi tenglamalar orqali ifodalangan bo‘lsin

$$\begin{aligned} &\dot{x}_i = u_i, \quad x_i(0)=x_{i0}, \quad i=1,...,m \\ &\dot{y}=v, \quad y(0)=y_0, \end{aligned} \tag{3.2.4}$$



Bunda o‘yinchilarning boshqaruv parametrlari geometrik chegralanishga ega.

Bu yerda $x_i, x_{i0}, u_i, y, y_0, v \in R^2, x_i \neq y_0, |u_i| \leq 1, v \in S$,

u_i, x_i quvlochilarning boshqaruv parametrlari v esa y qochuvchining boshqaruv parametri.

$S=\{(v_1,v_2)|\ v_1^2+v_2^2\le\alpha^2,\ |v_1|\le v_2\tan\varphi,\ v_2\ge 0\}$ - qochuvchining boshqaruv parametrlari to‘plami. $\alpha>1$ berilgan son va φ ($0<\varphi<\frac{1}{2}\pi$) berilgan burchakdir.

Eslatma S sektorning radiusi α ga va markaziy burchagi 2φ ga teng.

Ta’rif. $u_i(t)=(u_{i1}(t),u_{i2}(t)),\ |u_i(t)|\le 1,\ t\ge 0$ o‘lchanuvchi funksiyalar x_i quvlovchilarning qabul qilgan boshqaruv parametrlari deyiladi.

Ta’rif. $v(t)=(v_1(t),v_2(t)),\ \ v(t)\in S,\ t\ge 0$ o‘lchanuvchi funksiyalar y qochuvchining qabul qilgan boshqaruv parametri deyiladi.

$H(0,p)$ radiusi p ga teng bo‘lgan doirani olaylik.

Ta’rif. $V(t,y,x_1,...,x_m,u_1,...,u_m),$ o‘lchanuvchi funksiyalar y qochuvchining qabul qilgan strategiyasi deyiladi agarda quyidagi o‘rinli bo‘lsa $u_1=u_1(t),...,u_m=u_m(t)$

va

$$\begin{cases} \dot{x}_1=u_1, \quad x_1(0)=x_{1,0}, \\ \text{....................................} \\ \dot{x}_m=u_m, \quad x_m(0)=x_{m,0} \\ \dot{y}=V(t,y,x_1,...,x_m,u_1,...,u_m), \quad y(0)=y_0, \end{cases}$$

yuqoridagi tenglama uzluksiz $(x_1(t),...,x_m(t),y(t)),,t\ge 0$,yechimga ega bo‘lsa.

Ta’rif. masalada qochish masalasi tugatildi deyiladi ya’ni $x_i(t)\ne y(t)$, agarda quvlovchi obyektlar har qanday boshqaruvi uchun qochuvchi y obyektning barcha $t\ge 0$ larda V strategiyasi mavjud bo‘lsa .

Biz (4) differensial o‘yinda qochuvchi obyektning yetarlicha holatlarini topishga harakat qilamiz. $v(t)\in S,t\ge 0$ holatda $y(t)$ qochuvchi quyidagi $S_1=\{y_0+t\alpha\,|\,\alpha\in S,t\ge 0\}$ sektorga qarashli ekanini bildiradi. Bunda quvlovchilarning boshlang‘ich holati S_1 sektorda bo‘lishi mumkin yoki huddi shuningdek tashqarida bo‘lishi ham mumkin. Ta’qib jarayonida quvlovchilar fazo bo‘ylab harakat qilishlari mumkin. Shu jihatdan quvlovchilar afzalliklarga ega. Lekin $\alpha > 1$ tezlikda qochuvchi afzalliklarga ega bo‘ladi.

Teorema. $0 \le \varphi_0 \le \varphi$ da $\alpha \cos\varphi_0 \ge 1$ va $\alpha \sin\varphi_0 \ge 1$ bo‘lsa (4) differensial o‘yinda qochish masalasi yechilgan bo‘ladi.

Ushbu teoremani isbotlash uchun biz avvalo bitta quvlovchi bo‘lgan differensial o‘yinni ko‘rib chiqamiz. Keyin biz qochish imkoniyatini ko‘p quvlovchi bo‘lgan differensial o‘yinga bog‘laymiz.

Demak x_1 quvlovchi va y qochuvchi bo‘lgan differensial o‘yinda qochish masalasini ko‘ramiz. Biror bir α_1 son tanlab olamiz($0 < \alpha_1 < |x_{1,0} - y_0|$). Qochuvchi obyekt uchun quyidagicha strategiya tanlaymiz:

$$v(t) = \begin{cases} (0, \alpha), & 0 \le t < \bar{t}_1, \\ \left(\pm W_1^1(t),\ \sqrt{\alpha^2 - (W_1^1(t))^2}\right), & \bar{t}_1 \le t < t_1, \\ (0, \alpha), & t > t_1, \end{cases}$$

(3.2.5`)

bu yerda $W_i^j(t) = c + |u_i^j(s)|$, $\bar{t}_1$ birinchi vaqt qaysiki $|y(\bar{t}_1) - x^1(\bar{t}_1)| = \alpha_1$ shart o‘rinli bo‘ladigan, $t_1 = \bar{t}_1 + \dfrac{2\alpha_1}{A}$, $A = \sqrt{(\alpha - 1)^2 - c^2}$ va $c = \alpha \sin\varphi_0 = 1$.

Eslatma bunday $\bar{t}_1$ vaqt mumkin bo‘lmasligi mumkinligini unutmang.

Agar shunday bo‘lsa biz barcha $t \ge 0$ larda $v(t) = (0, \alpha)$ deymiz.

(5) o‘yinda $\pm$ quyidagini anglatadi: $v_1(t)=W_1^1(t)$ agarda va $v_1(t)=-W_1^1(t)$ agarda $x_1(\bar{t}_1)\geq y_1(\bar{t}_1)$ bo‘lsa, bu yerda $x_1(t)=\left(x_{1,1}(t),x_{1,2}(t)\right)$, $y(t)=\left(y_1(t),y_2(t)\right)$.

Biz quyidagini baholaymiz: $\left|y(t)-x_1(t)\right|, \bar{t}_1\leq t\leq t_1$

$$\left|y(t)-x_1(t)\right|=\left|y(\bar{t}_1)+\int_{\bar{t}_1}^{t}v(s)ds-\left(x_1(\bar{t}_1)+\int_{\bar{t}_1}^{t}u_1(s)ds\right)\right|\geq\left|y(\bar{t}_1)-x_1(\bar{t}_1)\right|-$$
$$-\left|\int_{\bar{t}_1}^{t}v(s)ds\right|-\left|\int_{\bar{t}_1}^{t}u_1(s)ds\right|\geq\alpha_1-\left(t-\bar{t}_1\right)(\alpha+1)$$

Umumiylik yo‘qolmasa biz quyidagicha faraz qilamiz $y_1(\bar{t}_1)\geq x_{1,1}(\bar{t}_1)$, huddi shuningdek $v_1(t)=W_1^1(t)$ $\bar{t}_1\leq t\leq t_1$.

Boshqa tomondan $x_1(t)$ va $y(t)$ nuqtalar uchun, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\left|y(t)-x_1(t)\right|\geq y_1(t)-x_{1,1}(t)=y_1(\bar{t}_1)+\int_{\bar{t}_1}^{t}v_1(s)ds-\left(x_{1,1}(\bar{t}_1)+\int_{\bar{t}_1}^{t}u_{1,1}(s)ds\right)=$$
$$=y_1(\bar{t}_1)-x_{1,1}(\bar{t}_1)+\int_{\bar{t}_1}^{t}\left(v_1(s)-u_{1,1}(s)\right)ds=$$
$$=y_1(\bar{t}_1)-x_{1,1}(\bar{t}_1)+\int_{\bar{t}_1}^{t}\left(W_1^1(s)-u_{1,1}(s)\right)ds\geq c(t-\bar{t}_1).$$

Shunday qilib $\left|y_1(t)-x_{1,1}(t)\right|\geq f(t)$,

bu yerda $$f(t)=\max\left\{a_1-\left(t-\bar{t}_1\right)(\alpha+1),c\left(t-\bar{t}_1\right)\right\}.$$

Eslatma $f(t)$ funksiya $\left[\bar{t}_1,t_1\right]$ oraliqda faqat bitta minimum qiymatga ega, chunki maksimum funksiyaning birinchi argumenti pasayadi, ikkinchi argumenti esa ko‘tariladi.

$f(t)$ funksiya o‘zining minimum qiyamtiga $t_* = \bar{t}_1 + \dfrac{a_1}{\alpha\left(1+\sin\varphi_0\right)} \in \left[\bar{t}_1, t_1\right]$ vaqtda erishadi. Shunga ko‘ra biz quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\left|y(t) - x_1(t)\right| \geq c\left(t_* - \bar{t}_1\right) = \frac{ca_1}{2\alpha}, \quad \bar{t}_1 \leq t \leq t_1 \tag{3.2.6`}$$

Jumladan, t_1 vaqtda

$$\left|y(t_1) - x_1(t_1)\right| \geq \frac{ca_1}{2\alpha} \tag{3.2.7`}$$

Bundan tashqari $t = t_1$ vaqtda quvlovchi obyekt (ξ_1, ξ_2) fazoning $\xi_2 = y_2(t_1)$ gorizontal chizig‘idan tepada bo‘lishi mumkin emas.

Haqiqatan ham,

$$y_2(t_1) - x_{1,2}(t_1) = y_2(\bar{t}_1) + \int_{\bar{t}_1}^{t_1} v_2(t)dt - \left(x_{1,2}(\bar{t}_1) + \int_{\bar{t}_1}^{t_1} u_{1,2}(t)dt \right) =$$
$$y_2(\bar{t}_1) - x_{1,2}(\bar{t}_1) + \int_{\bar{t}_1}^{t_1} \left(v_2(t) - u_{1,2}(t)\right)dt =$$

$$= y_2(\bar{t}_1) - x_{1,2}(\bar{t}_1) + \int_{\bar{t}_1}^{t_1} \left(v_2(t) - u_{1,2}(t)\right)dt \geq -a_1 \int_{\bar{t}_1}^{t_1} \left(\sqrt{a^2 - \left(W_1^1(t)\right)^2} - \sqrt{1 - \left|u_{1,1}(t)\right|^2} \right) dt. \tag{8}$$

Quyidagi munosabatni ko‘rsatish qiyin emas: $\sqrt{a^2 - \left(W_1^1(t)\right)^2} - \sqrt{1 - \left|u_{1,1}(t)\right|^2} \geq A$

bundan $-a_1 + \int_{\bar{t}_1}^{t_1} A\,dt = -a_1 + A\left(t_1 - \bar{t}\right) = a_1 > 0$

demak, $y_2(t_1) - x_{1,2}(t_1) \geq a_1$ keyin (5) ga ko‘ra $v(t) = \left(0, \alpha\right), t > t_1$

Shuningdek $t > t_1$ va $t \geq t_1$ uchun

$$y_2(t) - x_{1,2}(t) = y_2(t_1) - x_{1,2}(t_1) + \int_{\bar{t}_1}^{t_1} \left(a - u_{2,1}(s)\right)ds \geq a_1 + \left(a - 1\right)\left(t - t_1\right) > 0$$

$0 \leq t < \bar{t}_1$ uchun $\left|y(t) - x_1(t)\right| > a_1$

$\bar{t}_1 \le t \le t_1$ uchun va (7) ga ko‘ra $|y(t)-x_1(t)| \ge \frac{ca_1}{2\alpha}$ va $t \ge t_1$ uchun

$$y_2(t)-x_{1,2}(t) \ge a_1 + (a-1)(t-t_1),$$

Bundan biz barcha $t \ge 0$ larda $y(t) \ne x_1(t)$ deb xulosa chiqara olamiz.

4-BOB DIFFERENSIAL O‘YINLAR NAZARIYASIDA QOCHUVCHI OBYEKTGA *l*-MASOFADA YAQINLASHISH

4.1§ Qochuvchi obyektga masofada yaqinlashishga doir misollar

Differensial o‘yinlar nazariyasida quvlovchi obyektning qochuvchi obyektga *l*-masofada yaqinlashish yoki *l* –masofada katta bo‘lgan masofaga uzoqlashish masalasi alohida ahamiyatga. Bunday masalalarni qisqacha qilib *l*-tutish masalasi deyiladi. Bunday masalalar yechish orqali asosan harbiy, qutqaruv va boshqa sohalarni rivojlantirish mumkin.

4.1.1-misol. Quvlovchi va qochuvchi obektlarninng dinamikasi $\dot{x} = u,\quad \dot{y} = v,$ sistema bilan berilgan bo‘lib, u va v parametrlar $|u| \le \alpha,\quad |v| \le \beta$ ko‘rinishda chegaralangan. quvlovchi $x(t)$ vektorni $y(t)$ vektorga $l > 0$ masofada imkon qadar tezroq yaqin kelishiga intiladi, qochuvchi esa bunday yaqinlashishni yuz bermasligi uchun harakat qiladi. Bunday qo‘yilgan masalalarni tadbiqlari amalda ko‘plab uchraydi, chunki haqiqiy obektlar aniq o‘lchamga ega.

Bu differensial o‘yinni (2.2.3) ko‘rinishga olib kelish uchun $z = y - x$

belgilashni kiritamiz. Natijada quyidagi differensial tenglamaga kelamiz

$$\dot{z} = -u + v.$$

bu yerda $u \in U_\alpha, \quad v \in V_\beta$. U_α, -o‘lchanuvchi funksiyalar sinfi.

Vaqtning biror momentida $|z| \leq l$ tensizlik bajarilsa o‘yin tugaydi, ya’ni terminal to‘plam $M = \{z: \ |z| \leq l\}$ ko‘rinishga ega.

2-misol. (bola va timsoh o‘yini). $R^n, \quad n \geq 1.$ evklid fazosida boshqariluvchi x va y ob’ektlarning harakat dinamikasi

$$\dot{x} = u, \qquad \dot{y} = v. \qquad (2.2.1)$$

differensial tenglamalar bilan berilgan, bu yerda $u, \quad v$ – boshqaruv parametrlari bo‘lib ular $|u| \leq \alpha, |v| \leq \beta$ shartlarni qanoatlantiradi, α va β – musbat sonlar. Quvlovchi $x(t)$ vektorni $y(t)$ vektorga $l > 0$ masofada imkon qadar tezroq yaqin kelishiga intiladi, qochuvchi esa bunday yaqinlashishni yuz bermasligi uchun harakat qiladi. Bu o‘yinda inertsiyaga ega bo‘lgan x obekt “timsox” deb, inertsiyasiz y obekt esa “bola” deb ataladi.

2-misolda qaralayotgan o‘yinni quyidagi ko‘rinishga keltirish uchun $z_1 = y - x, \quad z_2 = -u$ o‘zgaruvchilar kiritamiz. Natijada

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + v, \\ \dot{z}_2 = -u, \end{cases} \qquad (2.2.6)$$

Differensial o‘yin hosil bo‘ladi, bu yerda

$z = (z_1, z_2) \in R^{2n}$, $\quad U = \{(0, u): \ |u| \leq \alpha\}$, $\quad V = \{(v, 0), \quad |v| \leq \beta\}$, $\quad M = \{(z_1, z_2):$

.

R^n fazoda harakat tenglamasi

$$\dot{x} = u$$

bo‘lgan x ob’ekt, harakat tenglamasi

$$\dot{y} = v$$

bo‘lgan y ob’ektni ta’qib qilmoqda. Bu yerda u – quvuvchi x ob’ekt tezligini boshqaruvchi parametr (quvish parametri), v – qochuvchi y ob’ekt tezligini boshqaruvchi parametr (qochib ketish parametri). Boshqaruvchi u va v parametrlar o‘rniga shunday $u(t)$, $v(t)$ o‘lchovli funksiyalarni qo‘yish mumkinki ular ushbu

$$|u(t)| \leq 1, \qquad 0 \leq t < \infty, \qquad \|v(t)\| = \sqrt{\int_0^\infty v^2(t)dt} \leq \sigma$$

shartlarni qanoatlantirishi zarur.

Quvuvchi vaqtning har bir t momentida o‘zining $u(t)$ boshqaruv funksiyasini qurish uchun qochuvchi tanlagan boshqaruv funksiyaning shu momentdagi va shu momentgacha bo‘lgan $v(r), 0 \leq r \leq t$, qiymatlaridan foydalanishi mumkin.

Quvuvchining va qochuvchining tanlagan $u(t)$ va $v(t)$ boshqaruv funksiyalarini mos ravishda harakat tenglamalariga olib borib qo‘yish natijasida, hosil bo‘lgan

$$\dot{x} = u(t), \qquad x(0) = x_0$$

va

$$\dot{y} = v(t), \qquad y(0) = y_0$$

masalalarning $x(t), \quad y(t)$ yechimlari uchun t vaqtning biror $T > 0$ momentida

$$|x(T) - y(T)| < l$$

o‘rinli bo‘lsa, u holda (x_0, y_0) boshlang‘ich holatdan boshlangan o‘yin T vaqt ichida tugadi deb aytamiz.

Harakat tenglamasi yuqorida berilganidek ob’ektlar orasida ta’qib etish masalasida quvlovchining hamda qochuvchining boshqaruv parametrlarining ikkalasiga ham faqat geometrik yoki faqat integral chegara qo‘yib tekshirilgan tadqiqot ishlaridan ko‘plab sanash mumkin. Lekin yuqorida keltirilganidek chegaralarga ega bo‘lgan masala differensial o‘yinlar nazariyasida xozirgacha yechimini topmagan. Quyidagi chiziqli differensial o‘yinda ta’qib etish masalasini qaraylik

$$\dot{z} = Cz - u + v \qquad (3.1.1)$$

bu yerda $z \in R^n, \quad C - (n \times n)$ o‘lchamli o‘zgarmas matritsa, u – quvuvchining boshqaruv parametri, v – qochuvchining boshqaruv parametri, u va v parametrlar o‘rniga shunday $u(t), \quad 0 \le t < \infty,$ va $v(t), \quad 0 \le t < \infty,$ o‘lchovli funksiyalarni qo‘yish mumkinki, ular ushbu

$$|u(t)| \le 1, \qquad 0 \le t < \infty, \qquad \|v(t)\| = \sqrt{\int_0^\infty v^2(t)dt} \le \sigma \qquad (3.1.2)$$

munosabatlarni qanoatlantirishi talab etiladi, bu yerda σ musbat o‘zgarmas son.

Terminal to‘plam quyidagi ko‘rinishga ega:

$$M = \{z : z \in R^n, |\pi z| \le l\}, \qquad (3.1.3)$$

bu yerda $\pi : R^n \to R^m$ – o‘zgarmas matritsa, l – berilgan musbat son.

Ta’rif. Bizga $z_0 \in R^n \backslash M$ nuqta va $T(z_0)$ musbat haqiqiy son berilgan bo‘lsin. Agar $\|v(t)\| \le \sigma$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi ihtiyoriy $v(t)$, $t \ge 0$, o‘lchovli funksiya uchun, $|u(t)| \le 1$ shartni qanoatlantiruvchi shunday $u(t) = u(t, v(r))$, $(0 \le r \le t, 0 \le t \le T(z_0))$ o‘lchovli funksiya topilsaki,

$$\dot{z} = Cz - u(t) + v(t), z(0) = z_0$$

masalaning $z = z(t)$, $0 \le t \le T(z_0)$, yechimi M to‘plamga kelib tushsa, ya’ni, biror $t = t_1 \in [0, T(z_0)]$ uchun $z(t_1) \in M$ munosabat bajarilsa, u holda $z_0 \in R^n \backslash M$ nuqtadan boshlangan (3.1.1) o‘yinni $T(z_0)$ vaqt ichida tugatish mumkin deb aytamiz.

4.1.2-teorema. Agar shunday m, d musbat sonlar va $T(z)$, $z \in R^n \backslash M$, musbat aniqlangan funksiya mavjud bo‘lib, ular quyidagi shartlarni qanoatlantirsin

a) $T = T(z) \le m|\pi z|, \qquad \pi e^{TC} z \in \int_0^T \pi e^{rC} S dr;$

b) barcha $t \ge 0$ uchun $\|\pi e^{tC}\| \le d$,

u holda ihtiyoriy $z \in R^n \backslash M$ nuqtadan boshlangan (1) o‘yinni chekli

$$T_2(z_0) = m|\pi z_0| + (N-1)d^2 m^2 K \theta^2$$

vaqt ichida tugatish mumkin, bu yerda,

$$K = \max(|\pi z_0|, 1), \qquad \theta = \max(\sigma, 1), \qquad N = \left[\frac{d^2 m(|\pi z_0| + \sigma^2)}{l}\right].$$

4.2 Bitta qochuvchi va bitta quvlovchi bo‘lgan hol uchun –tutish masalasi

P va Q nuqtalar R^n fazodan olingan bo‘lib, ularning harakati P nuqta nazoratidagi quyidagi teglama asosida aniqlanadi:

$$P: \quad \dot{x}=u \ , \quad x(0)=x_0 \ , \quad |u|\le\alpha \ , \ \alpha>0 \qquad (4.2.1)$$

$$Q: \quad \dot{y}=v \ , \quad y(0)=y_0 \ , \quad |v|\le\beta \ , \ \beta>0 \qquad (4.2.2)$$

$x,y\in R^n$, $x(0), y(0)$ lar o‘yinning boshlang‘ich holati; u, $v-$ularning harakat tezligi, $u, v\in R^n$.

Agar $\bar{t}<\infty$ da quyidagi holat mavjud bo‘lsa, u holda o‘yin tugallangan hisoblanadi, bunda

$$\left|x(\bar{t})-y(\bar{t})\right|\le l \ , \quad l>0 \ (4.2.3)$$

Agar $z_i=x_i-y$ belgilash kiritilsa, U holda (4.2.1)-(4.2.2) tenglamalar quyidagi ko‘rinishga keladi, ya’ni

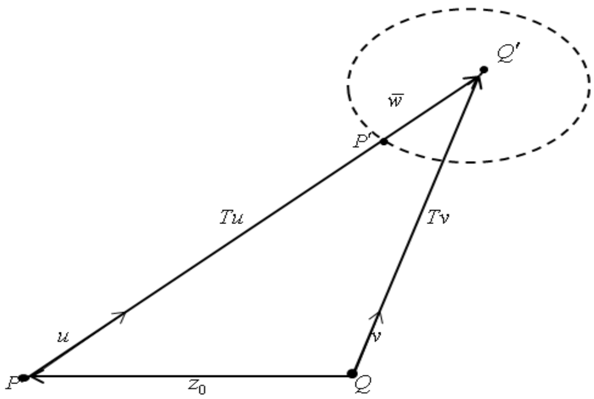
$$\dot{z}=u-v \ , \quad z_0=z(0) \qquad (4.2.4)$$

bunda $z_0 = x_0 - y_0, \quad |z(0)| > l$

Strategiyani qurish uchun $v(t), \ t \geq 0$ va doimiy $z_0, \quad \alpha, \beta, l$ larni faqat mavjud qiymatini olamiz.

$\alpha \geq \beta$ holat uchun masalada oddiy strukturaviy izlanish kifoya $\alpha < \beta$ holat bo‘yicha ko‘rib chiqamiz

Strategiyaning qurilishi



R^n fazoda P nuqta Q nuqtani kuzatib boryapti, boshlang‘ich holatda $t = 0$ da teng bo‘ladi. Qochuvchi nuqta har xil yo‘nalishda doimiy $v, \ |v| = \beta$ tezlikda harakatlanyapti. (1-chizma)

T>0 holati mavjud deb faraz qilamiz.

$$Tu + \bar{w} = Tv - z_0 \quad (4.25)$$

$$|\bar{w}| = l, \quad \hat{w} = \frac{\bar{w}}{|w|} = \hat{u} = \frac{\bar{u}}{|u|}$$

(5)-tenglik quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$Tu + \frac{u}{|u|} l = Tv - z_0$$

$$u\left(T + \frac{l}{\alpha}\right) = Tv - z_0$$

Oxirgi tenglikning ikkala tomonini kvadratga ko‘taramiz va T o‘zgaruvchiga nisbatan kvadrat tenglamani yechamiz:

$$\alpha^2\left(T+\frac{l}{\alpha}\right)^2=(Tv-z_0)^2$$

$$\alpha^2T^2+2Tl\alpha+l^2=T^2\beta^2-2T\langle v,z_0\rangle+|z_0|^2$$

$$T^2\left(\beta^2-\alpha^2\right)-2T\left(l\alpha+\langle v,z_0\rangle\right)+|z_0|^2-l^2=0$$

$$T_{1,2}=\frac{1}{\beta^2-\alpha^2}\left[l\alpha+\langle v,z_0\rangle\pm\sqrt{\left(l\alpha+\langle v,z_0\rangle\right)^2-\left(\beta^2-\alpha^2\right)\left(|z_0|^2-l^2\right)}\right]=$$

Quyidagi belgilashlarini kiritamiz: $\xi=\langle\hat{v},\hat{z}_0\rangle,\ k=\dfrac{\alpha}{\beta},\ m=\dfrac{l}{|z_0|}$;

Bu yerda $\hat{v}=\dfrac{v}{|v|},\ \hat{z}_0=\dfrac{z_0}{|z_0|}$

$$=\frac{1}{\beta^2\left(1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)}\left[|z_0|\cdot\beta\left(\frac{l}{|z_0|}\cdot\frac{\alpha}{\beta}\right)+\langle v,z_0\rangle\pm\sqrt{\left(|z_0|\cdot\beta\cdot\frac{l}{|z_0|}\cdot\frac{\alpha}{\beta}+\langle v,z_0\rangle\right)^2-\beta^2\cdot z_0{}^2\cdot\left(1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)\left(1-\left(\frac{l}{z_0}\right)^2\right)}\right]=$$

$$=\frac{1}{\beta^2\left(1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)}\left[|z_0|\cdot\beta\left(\frac{l}{|z_0|}\cdot\frac{\alpha}{\beta}+\langle\hat{v},\hat{z}_0\rangle\right)\pm|z_0|\cdot\beta\sqrt{\left(\frac{l}{|z_0|}\cdot\frac{\alpha}{\beta}+\langle\hat{v},\hat{z}_0\rangle\right)^2-\left(1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)\left(1-\left(\frac{l}{z_0}\right)^2\right)}\right]=$$

$$=\frac{|z_0|\cdot\beta}{\beta^2\left(1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)}\left[\frac{l}{|z_0|}\cdot\frac{\alpha}{\beta}+\langle\hat{v},\hat{z}_0\rangle\pm\sqrt{\left(\frac{l}{|z_0|}\cdot\frac{\alpha}{\beta}+\langle\hat{v},\hat{z}_0\rangle\right)^2-\left(1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)\left(1-\left(\frac{l}{z_0}\right)^2\right)}\right]=$$

$=\dfrac{|z_0|}{\beta\left(1-k^2\right)}\left[mk+\xi\pm\sqrt{(mk+\xi)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right]$ Bunda T niquyidagicha olamiz

$$T=\frac{|z_0|}{\beta\left(1-k^2\right)}\left[mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right]\quad(6)$$

$T(\xi)>0$ bo‘ladi $\qquad 1\geq\xi\geq-mk+\sqrt{\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}$

(5) tenglikdagi T ning o‘rniga (6) ni qo‘yib strategiya ko‘rinishini topamiz.

(5) tenglikdan u ni topamiz:

$$u\left(T+\frac{l}{|u|}\right)=Tv-z_0 \Rightarrow u=\frac{T}{T+\frac{l}{|u|}}v-\frac{z_0}{T+\frac{l}{|u|}}$$

$$u=\frac{T}{T+\frac{l}{|u|}}v-\frac{|z_0|}{T+\frac{l}{|u|}}\hat{z}_0$$

Bu yerdan $\frac{T}{T+\frac{l}{|u|}}$ va $\frac{|z_0|}{T+\frac{l}{|u|}}$ ko‘rinishlarini topamiz

$$\frac{T}{T+\frac{l}{|u|}}=\frac{\frac{|\hat{z}_0|}{\beta(1-k^2)}\left[mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\right]}{\frac{|\hat{z}_0|}{\beta(1-k^2)}\left[mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\right]+\frac{|\hat{z}_0|}{\beta}\cdot\frac{m}{k}}=$$

$$=\frac{mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}}{mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}+\frac{m-mk^2}{k}}=\frac{mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}}{\frac{m}{k}+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}}=$$

$$=\frac{\left(mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\right)\left(mk+\xi+\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\right)}{\left(\frac{m}{k}+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\right)\left(mk+\xi-\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\right)}=$$

$$=\frac{(mk+\xi)^2-(mk+\xi)^2+(1-k^2)(1-m^2)}{m^2+\frac{\xi m}{k}+\frac{m}{k}\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}+\xi mk+\xi^2+\xi\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}}=$$

$$=\frac{}{-mk\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}-\xi\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}-(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}=$$

$$=\frac{(1-k^2)(1-m^2)}{m^2+\frac{\xi m}{k}+\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\left(\frac{m}{k}-mk\right)-\xi mk+\xi^2-m^2k^2-2mk\xi-\xi^2+1-k^2+m^2k^2-m^2}=$$

$$=\frac{(1-k^2)(1-m^2)}{(1-k^2)\left(\frac{\xi m}{k}+1\right)+\frac{m(1-k^2)}{k}\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}}=$$

$$=\frac{\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}{\left(1-k^2\right)\left(\frac{\xi m}{k}+1+\frac{m}{k}\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}=\frac{k\left(1-m^2\right)}{\xi m+k+m\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}}=A(\xi)$$

$$\frac{|z_0|}{T+\frac{l}{|u|}}=\frac{|z_0|}{\frac{|z_0|}{\beta\left(1-k^2\right)}\left[mk+\xi-\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right]+\frac{|z_0|}{\beta}\cdot\frac{m}{k}}=$$

$$=\frac{\beta\left(1-k^2\right)}{mk+\xi-\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}+\frac{m-mk^2}{k}}=\frac{\beta\left(1-k^2\right)}{\frac{m}{k}+\xi-\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}}=$$

$$=\frac{\beta\left(1-k^2\right)\left(mk+\xi+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{\left(\frac{m}{k}+\xi-\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)\left(mk+\xi-\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}=$$

$$=\frac{\beta\left(1-k^2\right)\left(mk+\xi+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{m^2+\frac{\xi m}{k}+\frac{m}{k}\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}+\xi mk+\xi^2+\xi\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}}=$$

$$=\frac{}{-mk\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}-\xi\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}-\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}=$$

$$=\frac{\beta\left(1-k^2\right)\left(mk+\xi+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{m^2+\frac{\xi m}{k}+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\left(\frac{m}{k}-mk\right)-\xi mk+\xi^2-m^2k^2-2mk\xi-\xi^2+1-k^2+m^2k^2-m^2}=$$

$$=\frac{\beta\left(1-k^2\right)\left(mk+\xi+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{\left(1-k^2\right)\left(\frac{\xi m}{k}+1\right)+\frac{m\left(1-k^2\right)}{k}\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}}=$$

$$=\frac{\beta\left(1-k^2\right)\left(mk+\xi+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{\left(1-k^2\right)\left(\frac{\xi m}{k}+1+\frac{m}{k}\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}=\frac{\beta k\left(mk+\xi+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{\xi m+k+m\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}}=$$

$$=\frac{\alpha\left(mk+\xi+\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{\xi m+k+m\sqrt{\left(mk+\xi\right)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}}=B(\xi)$$

Endi u ning ko‘rinishini quyidagicha yoza olamiz:

$$u=A(\xi)v-B(\xi)\hat{z}_0,\quad p\leq\xi\leq1\ ,\qquad (4.2.7)$$

bu yerda

$$A(\xi)=\frac{k\left(1-m^2\right)}{\xi m+k+m\sqrt{(mk+\xi)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}};$$

$$B(\xi)=\frac{\alpha\left(mk+\xi+\sqrt{(mk+\xi)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\right)}{\xi m+k+m\sqrt{(mk+\xi)^2-\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}};$$

$$p=-mk+\sqrt{\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}.$$

Eslatma, $\begin{array}{l} p\geq 0 \Leftrightarrow k^2+m^2\leq 1; \\ p\leq 0 \Leftrightarrow k^2+m^2\geq 1. \end{array}$

(7) dan quyidagini olamiz

$$u-v=-F(\xi)\left(mv+\alpha\hat{z}_0\right) \qquad (4.2.8)$$

Quyidagicha belgilash kiritamiz,

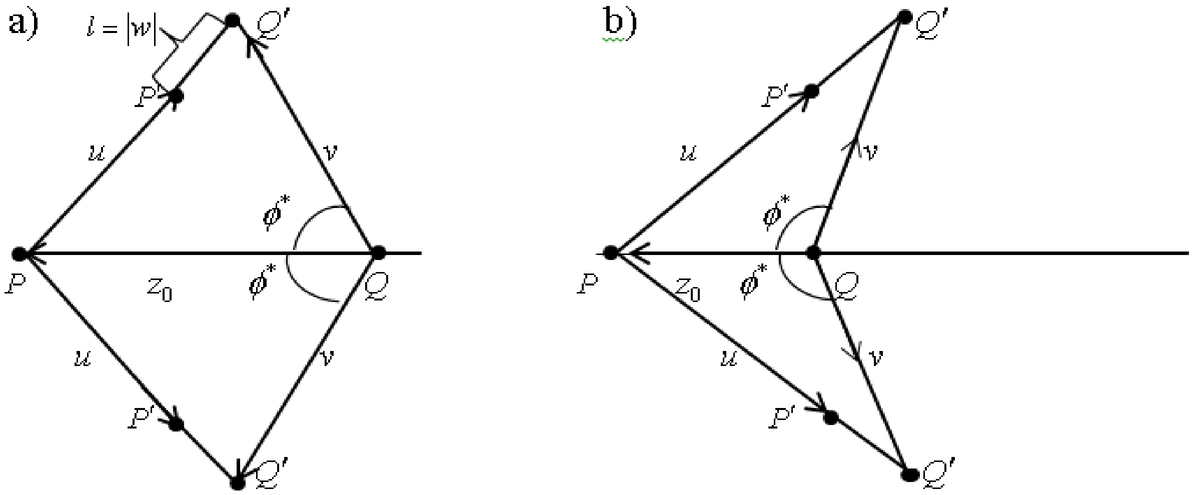
$$f_1(\xi)=-F(\xi)\left(mv+\alpha\hat{z}_0\right);$$

$p\leq\xi\leq 1$bo‘lganda o‘yinchilar quyidagicha 2-chizmada ko‘rsatilgandek harakat qiladi. Bunda ikki holat bo‘ladi, ya’ni

$$p\leq\cos(\phi)\leq 1\,,\ p\geq 0;$$

$$\xi_i=\cos(\phi_i)\left(\xi_1=\frac{1}{2},\xi_2=\frac{\sqrt{3}}{2},\xi_3=\frac{-\sqrt{3}}{2},\xi_4=\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)\leq 1\,,\ p\leq 0.$$

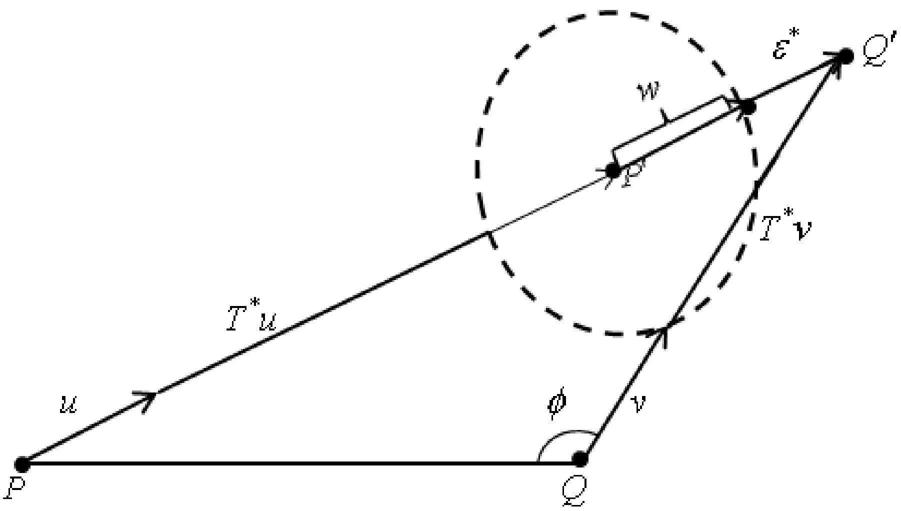
$$\cos(\phi)=\left\langle\hat{v},\hat{z}_0\right\rangle$$



Q doimiy tezlik bilan harakatlansin $v,\ |v|=\beta$ bunda $\xi < p$ bo‘lganda P nuqtaning tezlik yo‘nalishlarini yozamiz $v,\ |v|=\alpha,\ T^*>0$ bo‘lganda o‘yinchilar orasidagi masofa eng kichik bo‘ladi:

$$T^*u+w+\varepsilon^*=T^*v-z_0 \qquad (4.2.9)$$

$$\left|\varepsilon^*\right|=\left|\varepsilon^*(T)\right|=\min_{T>0}\left(\overset{\varepsilon(T)}{\left|Tv-z_0\right|-\left|T\alpha+l\right|}\right),\qquad \left|Tv-z_0\right|=\left|PQ'\right|$$



Ko‘rinadiki, bunda $\varepsilon^*=\dfrac{u}{|u|}\left|\varepsilon^*\right|$ shuning uchun $\left|\varepsilon^*\right|$ qiymatini hisoblaymiz.

$$\left|\varepsilon^*\right|=\sqrt{\frac{|z_0|^2}{\beta^2(1-k^2)}\left(\xi\sqrt{1-k^2}\pm k\sqrt{1-\xi^2}\right)^2\beta^2-2\left(\xi\sqrt{1-k^2}\pm k\sqrt{1-\xi^2}\right)\beta|z_0|+|z_0|^2}$$
$$-\left[\left(\xi\sqrt{1-k^2}\pm k\sqrt{1-\xi^2}\right)\alpha+l\right]=|z_0|\cdot\sqrt{\frac{1-\xi^2}{1-k^2}}\left(1\mp k^2\right)-|z_0|k\xi-l. \quad (4.2.10)$$

$$\left(\left|\varepsilon^*\right|\right)'=\frac{T\beta^2-\langle v_0,z_0\rangle}{\sqrt{T^2\beta^2-2T\langle v_0,z_0\rangle+|z_0|^2}}-\alpha=0$$

$$T\beta^2-\langle v_0,z_0\rangle=\alpha\sqrt{T^2\beta^2-2T\langle v_0,z_0\rangle+|z_0|^2},$$
$$T^2\beta^2\left(\beta^2-\alpha^2\right)-2T\beta|z_0|\left(\beta^2-\alpha^2\right)+\beta^2|z_0|^2\xi^2-\alpha^2|z_0|^2=0,$$
$$T^2\beta^2\left(1-k^2\right)-2T\beta|z_0|\left(1-k^2\right)+|z_0|^2\left(\xi^2-k^2\right)=0$$
$$T_{1,2}=\frac{|z_0|}{\beta\sqrt{1-k^2}}\left(\xi\sqrt{1-k^2}\pm k\sqrt{1-\xi^2}\right). \qquad k=\frac{\alpha}{\beta}<1$$

$T=\dfrac{|z_0|}{\beta\sqrt{1-k^2}}\left(\xi\sqrt{1-k^2}-k\sqrt{1-\xi^2}\right)$ni olamiz. T ning ko‘rinishini (4.2.10) ga olib borib qo‘yganimizda quyidagini olamiz:

$$\left|\varepsilon^*(T_{1,2})\right|=\sqrt{\frac{|z_0|^2}{\beta^2(1-k^2)}\left(\xi\sqrt{1-k^2}\pm k\sqrt{1-\xi^2}\right)^2\beta^2-2\left(\xi\sqrt{1-k^2}\pm k\sqrt{1-\xi^2}\right)\beta|z_0|+|z_0|^2}-$$
$$-\left[\left(\xi\sqrt{1-k^2}\pm k\sqrt{1-\xi^2}\right)\alpha+l\right]=|z_0|\cdot\sqrt{\frac{1-\xi^2}{1-k^2}}\left(1\mp k^2\right)-|z_0|k\xi-l.$$

Agar

$$\left|\varepsilon^*(T_1)\right|=|z_0|\cdot\sqrt{\frac{1-\xi^2}{1-k^2}}\left(1-k^2\right)-|z_0|k\xi-l,\ \left|\varepsilon^*(T_2)\right|=|z_0|\cdot\sqrt{\frac{1-\xi^2}{1-k^2}}\left(1+k^2\right)-|z_0|k\xi-l,$$

bo‘lganda, ko‘rinib turibdiki $\varepsilon(T_1)<\varepsilon(T_2)$ va $\left(\left|\varepsilon(T)\right|\right)''>0$ bo‘ladi.

Shuning uchun quyidagilarni olamiz:

$$T_1=T^*=\frac{|z_0|}{\beta\sqrt{1-k^2}}\left(\xi\sqrt{1-k^2}+k\sqrt{1-\xi^2}\right), \qquad (4.2.11)$$

$$\left|\varepsilon^*\right|=|z_0|\cdot\left(\sqrt{1-\xi^2}\sqrt{1-k^2}-k\xi-m\right). \qquad (4.2.12)$$

$T^*>0$ bo‘lganda ξ ning qiymatini olish qiyinchilik tug‘dirmaydi va

$-k\leq\xi<p$ oralig‘da yotadi. $k=\dfrac{\alpha}{\beta}<1$

Ravshanki, $p=\xi$ bo‘lganda $\left|\varepsilon^*\right|_{p=\xi}=0$ bo‘ladi. $\left|\varepsilon^*\right|=|z_0|(1-m)=|z_0|-l.$

(9) ga (11) va (12) ni qo‘yib quyidagini olamiz

$$T^*u+\frac{u}{\alpha}\cdot l+\frac{u}{\alpha}\cdot\left|\varepsilon(T^*)\right|=T^*v-z_0,$$

$$u\left(T^*+\frac{l}{\alpha}+\frac{|\varepsilon|}{\alpha}\right)=T^*v-z_0,$$

$$T^*+\frac{l}{\alpha}+\frac{|\varepsilon|}{\alpha}=\frac{|z_0|}{\beta\sqrt{1-k^2}}\left(\xi\sqrt{1-k^2}+k\sqrt{1-\xi^2}\right)+\frac{l}{\alpha}+\frac{|z_0|}{\alpha}\cdot\left(\sqrt{1-\xi^2}\sqrt{1-k^2}-k\xi-m\right)\frac{|z_0|\sqrt{1-\xi^2}}{\alpha\sqrt{1-k^2}},$$

$$u\frac{|z_0|\sqrt{1-\xi^2}}{\alpha\sqrt{1-k^2}}=\frac{|z_0|}{\beta\sqrt{1-k^2}}\left(\xi\sqrt{1-k^2}+k\sqrt{1-\xi^2}\right)v-z_0,$$

$$u=\frac{k}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\xi\sqrt{1-k^2}+k\sqrt{1-\xi^2}\right)v-\alpha\frac{\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-\xi^2}}\hat{z}_0.$$

Bu yerdan

$$u-v=-\sqrt{\frac{1-k^2}{1-\xi^2}}\left[\left(\sqrt{1-k^2}\cdot\sqrt{1-\xi^2}-k\xi\right)v-\alpha\hat{z}_0\right], \qquad (4.2.13)$$

$-k\leq\xi<p.$

Quyidagi belgilashni kiritamiz,

$$f_2(\xi)=-\sqrt{\frac{1-k^2}{1-\xi^2}}\left[\left(\sqrt{1-k^2}\cdot\sqrt{1-\xi^2}-k\xi\right)v-\alpha\hat{z}_0\right].$$

Osonlik bilan quyidagilarni hisoblay olamiz $f_1(p)=f_2(p)$ va $f_2(-k)=-(v-\alpha\hat{z}_0)$.

$-1\le\xi<-k$ oraliq uchun $u=-\alpha\hat{z}_0$ ni olamiz. Bunda $u-v=-(v-\alpha\hat{z}_0)$, va quyidagi-cha belgilash kiritamiz,

$$f_3(\xi)=-(v-\alpha\hat{z}_0). \quad (4.2.14)$$

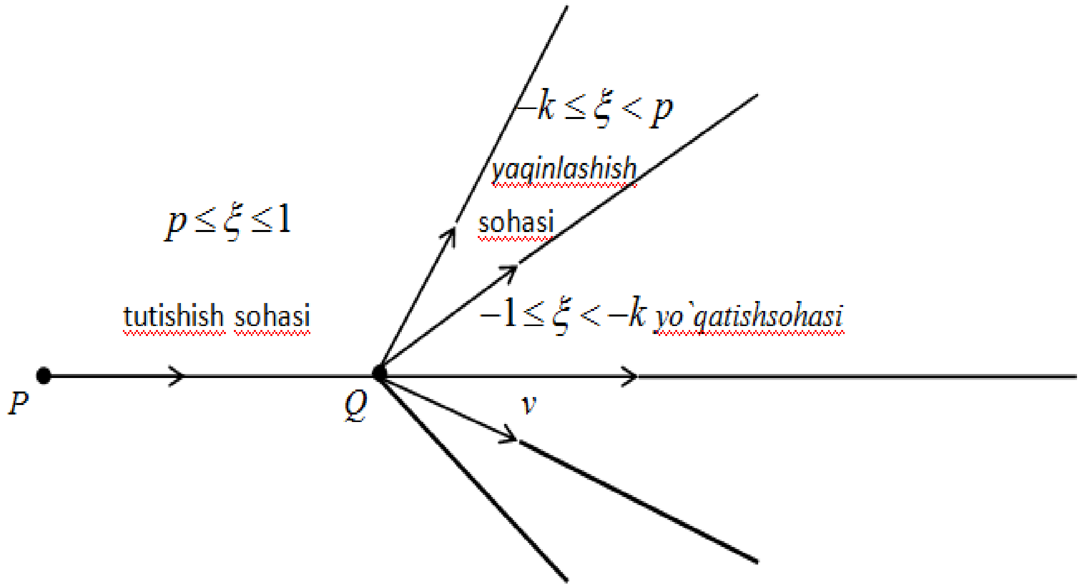
Bu holatda qochib yuruvchining nisbiy tezlik yo‘nalishi doim uzluksiz strategiyaning kuzatuv ko‘rinishida bo‘ladi

$$f(\xi)=\begin{cases}-F(\xi)(mv+\alpha\hat{z}_0), & p\le\xi\le 1;\\ -\sqrt{\dfrac{1-k^2}{1-\xi^2}}\left[\left(\sqrt{1-k^2}\cdot\sqrt{1-\xi^2}-k\xi\right)v-\alpha\hat{z}_0\right], & -k\le\xi<p;\\ -(v-\alpha\hat{z}_0), & -1\le\xi<-k.\end{cases} \quad (4.2.15)$$

yoki $[-1;1]$ segmentda uzluksiz bo‘lgan quyidagi funksiya ko‘rinishida bo‘ladi:

$$f(\xi)=\begin{cases}f_1(\xi), & p\le\xi\le 1;\\ f_2(\xi), & -k\le\xi<p;\\ f_3(\xi), & -1\le\xi<-k.\end{cases}$$

$$f_1(p)=f_2(p),\ \ f_1(-k)=f_2(-k).$$



Strategiyaning xossasi

A. $p \le \xi \le 1$ holatda. $t \ge 0$ bo‘lgan barcha holatlar uchun $p(t) \le \xi(t) \le 1$ munosabat bajariladi. (8)-strategiya yordamida izlanishni yakunlash imkoniyati mavjud bo‘lishini ko‘rsatamiz.

Bunda haqiqatan

$$z(t) = z_0 + \int_0^t (u - v) d\tau = z_0 + \int_0^t f_1(\xi(\tau)) d\tau$$

Quyidagini topamiz

$$|z(t)|^2 = |z_0|^2 - 2\left\langle z_0, \int_0^t F(\xi(\tau))(mv(\tau) + \alpha \hat{z}_0) d\tau \right\rangle + \left| \int_0^t F(\xi(\tau))(mv(\tau) + \alpha \hat{z}_0) d\tau \right|^2 \le$$

$$\le |z_0|^2 - 2\int_0^t F(\xi(\tau)) \langle z_0, mv(\tau) + \alpha \hat{z}_0 \rangle d\tau + \left| \int_0^t F(\xi(\tau))(mv(\tau) + \alpha \hat{z}_0) d\tau \right|^2 =$$

$$= |z_0|^2 - 2\beta |z_0| \int_0^t N_1(\xi(\tau)) d\tau + \beta^2 \left(\int_0^t M_1(\xi(\tau)) d\tau \right)^2,$$

Bu yerda

$$N_1(\xi) = F(\xi)(m\xi + k), \qquad M_1(\xi) = F(\xi)\sqrt{m^2 + 2km\xi + k^2}, \qquad p \le \xi \le 1.$$

Bu yerdan

$N_1(p) \le N_1(\xi) \le N_1(1)$, bu yerda $N_1(p) = \sqrt{(1-k^2)(1-m^2)}$, $N_1(1) = k+1$, va

$N_1(\xi), M_1(\xi)$ - funksiya momenti $M_1(p) \le M_1(\xi) \le M_1(1) = k+1$

Quyidagilarni ko‘rib chiqamiz

$$|z(t)|^2 - l^2 \le |z_0|^2 - l^2 - 2\beta |z_0| \int_0^t N_1(\xi(\tau)) d\tau + \beta^2 \left(\int_0^t M_1(\xi(\tau)) d\tau \right)^2 =$$

$$= |z_0|^2 (1-m^2) - 2\beta |z_0| \sqrt{(1-m^2)} \int_0^t \frac{N_1(\xi(\tau))}{\sqrt{(1-m^2)}} d\tau + \beta^2 \left(\int_0^t \frac{N_1(\xi(\tau))}{\sqrt{(1-m^2)}} d\tau \right)^2 + \beta^2 \left(\int_0^t M_1(\xi(\tau)) d\tau \right)^2 - \beta^2 \left(\int_0^t \frac{N_1(\xi(\tau))}{\sqrt{(1-m^2)}} d\tau \right)^2 =$$

$$\left[|z_0| \sqrt{(1-m^2)} - \beta \int_0^t \frac{N_1(\xi(\tau))}{\sqrt{(1-m^2)}} d\tau \right]^2 - \beta^2 \left[\left(\int_0^t \frac{N_1(\xi(\tau))}{\sqrt{(1-m^2)}} d\tau \right)^2 - \left(\int_0^t M_1(\xi(\tau)) d\tau \right)^2 \right].$$

Quyidagi tengsizlik bajarilishini ko‘rsatamiz

$$N_1(\xi) \ge \sqrt{(1-m^2)} M_1(\xi).$$

$$F(\xi)(m\xi + k) \ge \sqrt{(1-m^2)} F(\xi) \sqrt{m^2 + 2km\xi + k^2}$$

$$m^2 \xi^2 + 2km\xi + k^2 \ge (1-m^2)(m^2 + 2km\xi + k^2)$$

$$\xi^2 \ge 1 - (m^2 + 2km\xi + k^2)$$

$$\xi^2 + 2km\xi - 1 + k^2 + m^2 \ge 0,$$

Bu tengsizlik $p \le \xi \le 1$ da bajariladi.

Bu yerdan quyidagini olamiz

$$|z(t)|^2 - l^2 \le \left(|z_0| \sqrt{(1-m^2)} - \beta \left(\int_0^t \frac{N_1(\xi(\tau))}{\sqrt{(1-m^2)}} d\tau \right) \right)^2$$

$N_1(\xi)$ funksiya quyidan chegaralangan bo‘lganda uning qiymati $\sqrt{(1-k^2)(1-m^2)}$

bo‘ladi, bunda $\bar{t} < \infty$ vaqt momentida $|z(\bar{t})| \leq l$ bo‘ladi.

4.3§ Bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi bo‘lgan hol uchun *l*—tutish masalasi

Ko‘p o‘yinchili differensial o‘yinlarda quvish-qochish masalalarini o‘rganishda avvallo bitta qochuvchi va bitta quvlovchi bo‘lgan differensial o‘yinlarda quvish-qochish masalalari o‘rganiladi.Keyinchalik olingan natijalar ko‘p o‘yinchili differensial o‘yinlar uchun tadbiq qilinadi. Biz ham Bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi bo‘lgan hol uchun *l*—tutish masalasi yechishda avvalgi paragrafda o‘rganilgan bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi bo‘lgan hol uchun l—tutish masalasidan olingan natijalardan foydalansak bo‘ldi, berilgan masalani yechgan hisoblanamiz.

Demak Bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchili differensial o‘yin quyidagicha ifodalangan bo‘lsin:

P_i va Q nuqtalar R^n fazodan olingan bo‘lib, ularning harakati nuqta nazoratidagi quyidagi teglama asosida aniqlanadi:

$$P_i: \quad \dot{x}_i = u_i \ , \quad x_i(0) = x_{i0} \ , \quad |u_i| \le \alpha_i \ , \ \alpha_i > 0 \qquad (4.3.1)$$
$$Q: \quad \dot{y} = v \ , \quad y(0) = y_0 \ , \quad |v| \le \beta \ , \ \beta > 0 \qquad (4.3.2)$$

$x_i, y \in R^n$, $x_i(0), y(0)$ lar o‘yinning boshlang‘ich holati $i = 1,2...,n$; u_i, v—ularning harakat tezligi, $u_i, v \in R^n$, $i = 1,2...n$.

Agar i_0 va $\bar{t} < \infty$ da quyidagi holat mavjud bo‘lsa, u holda o‘yin tugallangan hisoblanadi, bunda

$$|x_{i0}(\bar{t}) - y(\bar{t})| \le l_{i0} \ , \quad l_{i0} > 0 \, (4.3.3)$$

Agar $z_i = x_i - y$ belgilash kiritilsa, U holda (4.3.1)-(4.3.2) tenglamalar quyidagi ko‘rinishga keladi, ya’ni

$$\dot{z}_i = u_i - v \ , \quad z_{i0} = z_i(0) \qquad (4.3.4)$$

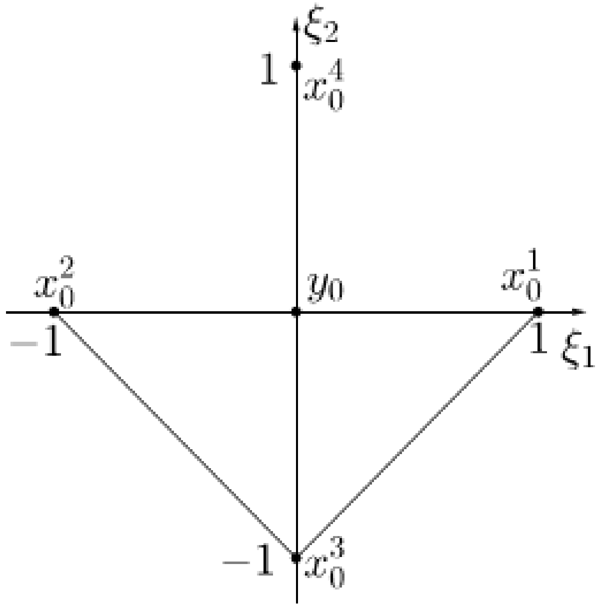
bunda $z_{i0} = x_{i0} - y_0, \quad |z_i(0)| > l$

Strategiyani qurish uchun $v(t), \quad t \ge 0$ va doimiy $z_{i0}, \ i = \overline{1,n}, \ \alpha, \beta, l$ larni faqat mavjud qiymatini olamiz.

$\alpha_i \ge \beta$ holat uchun masalada oddiy strukturaviy izlanish kifoya $\alpha_i < \beta$ holat bo‘yicha ko‘rib chiqamiz

Misol 4.3.1. $R^2, n = 2$ fazoda $m = 4$ quvlovchi va bitta qochuvchi harakat qilayotgan bo‘lsin. (4.3.1-rasm) Bunda qochuvchi $\partial X, \ X \subset R^2$ da turibdi

$$x_{1,0}=(1,0), x_{2,0}=(-1,0),\ x_{3,0}=(0,-1),$$
$$x_{4,0}=(0,1),\ y_0=(0,0),\ \alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=1,\ \alpha_4=0,\ \beta=2,\ l=0.5.$$



4.3.1 –chizma

Endi biz quyidagi natijalarni yoza olamiz $z_{1,0}=z_{2,0}=z_{3,0}=z_{4,0}=1,$,

$m=0.5$, $k_1{=}k_2=k_3{=}k=0.5,\ k_4=0$

ϕ_1, $\phi_2=\frac{\pi}{2}-\phi_1$, $\phi_3=\frac{\pi}{2}+\phi_2$, $\phi_4=\frac{\pi}{2}+\phi_1$ Biz $\xi_i=\cos\phi_i$ deb olgan edik

bunda $\xi_2=\sqrt{1-\xi_1^2}$, $\xi_3=-\sqrt{1-\xi_1^2}$, $\xi_4=-\sqrt{1-\xi_1^2}$ (4.3.1-rasm)

Endi biz ξ_i qabul qilishi mumkin bo`lgan qiymatlarni ko`rib chiqamiz , ya`ni $1\geq\xi\geq -mk+\sqrt{(1-k^2)(1-m^2)}$ shart o`rinli bo`lishi kerakligidan

Quyidagi hisoblashlarni bajaramiz: m := 0.5,

$$k := \frac{1}{2}, -m\cdot k+\sqrt{(1-k^2)\cdot(1-m^2)} \rightarrow .500000000000000000$$

Demak, $1\geq\xi_i\geq 0.5$

Agar $\alpha_4=0$ bo‘lsa u holda x_4 quvlovchi umuman harakat qila olmaydi, shuningdek x_3 quvlovchi ham qochuvchiga yetolmaydi chunki ξ_3 berilgan oraliqda yotmaydi. Lekin shunga qaramay qolgan quvlovchilar qochuvchini tutishlari mumkin. Asosiy qilinadigan ish $|z_i(T)| \le l$ ekanligini ko`rsatish

bunda $z_i(T) = z_{i0} + \int_0^T (u-v)dt$

Endi MathCad dasturida quyidagi hisoblashlarni amalga oshiramiz:

$$z_1 := 1 \quad \beta := 2 \quad m := 0.5 \quad k := \frac{1}{2} \quad \xi_1 := 0.9$$

$$T := \frac{z_1}{\beta \cdot (1-k^2)} \cdot \left[(m \cdot k + \xi_1)^2 - \sqrt{(m \cdot k + \xi_1)^2 - (1-k^2) \cdot (1-m^2)} \right]$$

$$T \text{ simplify } \rightarrow .300480140861243526\text{3}$$

$$z_2 := 1 \quad \beta := 2 \quad m := 0.5 \quad k := \frac{1}{2} \quad \xi_2 := \sqrt{1-(\xi_1)^2}$$

$$\xi_2 \rightarrow .43588989435406735\text{5}$$

$$T_2 := \frac{z_2}{\beta \cdot (1-k^2)} \cdot \left[(m \cdot k + \xi_2)^2 - \sqrt{(m \cdot k + \xi_2)^2 - (1-k^2) \cdot (1-m^2)} \right]$$

$$T_2 \text{ simplify } \rightarrow .31362996478468911841 - .20227050405387151849 i$$

Yuqoridgi natijalarga asoslanib biz T_1 vaqtni olamiz.

$$|z_1(t)|^2 \le |z_{10}|^2 - 2\beta |z_0| \int_0^{T_1} N_1(\xi_1(\tau))dt + \beta^2 \left(\int_0^{T_1} M_1(\xi_1(\tau))dt \right)^2,$$

Yuqoridagi tengsizlikning o`ng tomonini hisoblaymiz

$$z_1 := 1 \quad \beta := 2 \quad m := 0.5 \quad k := \frac{1}{2} \quad \xi_1 := 0.9$$

$$F := \frac{\left[(m\cdot k+\xi_1)+\sqrt{(m\cdot k+\xi_1)^2-(1-k^2)\cdot(1-m^2)}\right]}{\left[\xi_1\cdot m+k+m\sqrt{(m\cdot k+\xi_1)^2-(1-k^2)\cdot(1-m^2)}\right]}$$

F simplify $\rightarrow 1.458831467741123531$

$F := 1.152678665964149117$ $\quad N := F\cdot(m\cdot\xi_1+k)$ $\quad \alpha := 1$

$N \rightarrow 1.095044732665941661$

$M := F\cdot\sqrt{m^2+2\cdot k\cdot m\cdot\xi_1+k^2}$

$M \rightarrow 1.12349219028013093$

$$D := (z_1)^2-2\cdot\beta\cdot z_1\cdot\int_0^{.30048014086124352637} N\,dt+\beta^2\cdot\left(\int_0^{.30048014086124352637} M\,dt\right)^2$$

$D \rightarrow .13970339555455991$ $\quad \sqrt{D} \rightarrow .37376917416309214$

Bu yerda

$$|z_{10}|^2-2\beta|z_{10}|\int_0^t N_1(\xi_1(\tau))d\tau+\beta^2\left(\int_0^t M_1(\xi_1(\tau))d\tau\right)^2=D,$$

$$|z_1(t)|^2\le 0.13970339555455991078 \;\Rightarrow |z_1(t)|=0.37376917416309214782<l=0.5$$

Endi biz olingan natijalarga ko‘ra 1-quvlovchi qochuvchiga eng qisqa vaqtda l masofada yaqinlashishini ko‘rishimiz mumkin.

Xulosa qilib shuni aytishimiz mumkinki, Agar 1-quvlovchi quyidagi strategiya bilan harakat qilsa

$$u=A(\xi)v-B(\xi)\hat{z}_0,\;\; p\le\xi\le1\;, \qquad (4.3.5)$$

bu yerda

$$A(\xi)=\frac{k(1-m^2)}{\xi m+k+m\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}};$$

$$B(\xi)=\frac{\alpha\left(mk+\xi+\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}\right)}{\xi m+k+m\sqrt{(mk+\xi)^2-(1-k^2)(1-m^2)}};$$

$$p = -mk + \sqrt{\left(1-k^2\right)\left(1-m^2\right)}\,.$$

Eslatma,
$$p \geq 0 \Leftrightarrow k^2 + m^2 \leq 1;$$
$$p \leq 0 \Leftrightarrow k^2 + m^2 \geq 1.$$

U holda shunday $\bar{t} < \infty$ da quyidagi holat mavjud bo‘lsa, u holda o‘yin tugallangan hisoblanadi, bunda

$$\left|z_1(T)\right| = \left|x_1(T) - y(T)\right| \leq l\,, \quad l > 0 \quad (4.3.6)$$

Eslatib o‘tish lozimki berilgan fazoning o‘lchovidan quvlochilarning soni kata bo‘lsa u holda qochish masalasini minimal vaqtda tugatish imkoniyatiga ega bo‘lamiz

III. XULOSA

Mazkur dissertatsiya ishi bo‘yicha umumiy xulosa qiladigan bo‘lsak, Differensial o‘yinlar nazariyasi mustaqil fan sifatida ajralganiga uncha ko‘p vaqt bo‘lgani yo‘q, lekin shunga qaramay bu nazariya jadal rivojlanib kelmoqda. Differensial o‘yinlar nazariyasini rivojlanishi avvalo L.C. Pontryagin, N.N.Krasovskiy va R.Ayzeks ismlari bilan bog‘langan. Keyingi yillarda differensial o‘yinlarga bo‘lgan qiziqish boshqa soha vakillari: iqtisodchilar, sotsialoglar, halqaro munosabatlar bilan shug‘ullanuvchilar va boshqa soha vakillarida ortdi. Chunki har qanday sotsial-iqtisodiy, siyosiy eng murakkab jarayonlar ko‘plab alohida tomonlarning o‘z maqsadlariga erishish yo‘lidagi harakatlari ko‘p hollarda tasodifiy jarayonlarga bog‘liq ravishda amalga oshadi. Differensial o‘yinlar nazariyasida qo‘yilgan masalalarni hal etish uchun turli ko‘rinishdagi usullardan keng foydalanilgan. Differensial o‘yinlarda ta’qib etish masalalarida quvlovchining hamda qochuvchining boshqaruv parametrlarining ikkalasiga ham faqat geometrik yoki faqat integral chegara qo‘yib tekshirilgan tadqiqot ishlaridan ko‘plab sanash mumkin ushbu ishda boshqaruv parametriga turli cheklanishlar qo‘yilgan chiziqli differensial o‘yinlarda quvish masalasi, chiziqli differensial o‘yinlarda ta’qib etish masalalari ko‘rib chiqildi.

Dissertatsiyaning birinchi bobida: differensial o‘yinlarini o‘rganish uchun matematikani ba'zi tushunchalari: o‘lchovli to‘plam, o‘lchovli funksiya, Lebeg integrali, to‘plamlarining algebraik yig‘indisi, to‘plamni songa ko‘paytirish, to‘plamlarning geometrik ayirmasi kabi amallar hamda, qabariq to‘plam va qabariq funksiyalar, differensial tenglama o‘lchovli funksiyani tanlash haqidagi Filippov lemmasi kabi ko‘plab zarur tushunchalar haqida tassavurga ega bo‘ldik.

Dissertatsiyaning ikkinchi bobi differensial o‘yinlar nazariyasidan zaruriy ma’lumotlar mavzusiga bag‘ishlangan bo‘lib, differensial o‘yinlarni o‘rganish o‘yinlar nazariyasini paydo bo‘lishi va o‘yinlar nazariyasida differensial o‘yinlar qanday muhim ahamiyatga ega ekanligi misollar orqali keltirib o‘tilgan .Qanday shartlar asosida o‘yin berilsa differensial o‘yin bo‘ladi degan savollarga javob berilgan, Differensial o‘yin fazosi, o‘yinda ishtirok etayotgan o‘yinchilarga ta’rif berilgan. Differensial o‘yinlarda ishtirok etayotgan o‘yinchilarning boshqaruv parametrlari qanday shartlar asosida berilishi mumkinligi va qanday strategiya berilishi haqida so‘z yuritilgan, shular asosida differensial o‘yinlarni qanday nomlash mumkinligi keltirib o‘tilgan.

Dissertatsiyaning uchinchi bobi ko‘p o‘yinchilar qatnashgan hol uchun differensial o‘yinlarda quvish-qochish masalalariga bag‘ishlangan bo‘lib, Differensial o‘yinlar nazariyasida bitta qochuvchi va bitta quvlovchi bo‘lgan hol uchun quvish-qochish masalalari o‘rganilgan va bu masalalarga misollar keltirilgan, bitta qochuvchi va bir nechta quvlovchi qatnashgan differensial o‘yinlarda quvish-qochish masalalari o‘rganilgan va bu masalalarga misollar keltirilgan.

Dissertatsiyaning to‘rtinchi bobi differensial o‘yinlar nazariyasida qochuvchi obyektga *l*-masofada yaqinlashish masalasi o‘rganilgan bo‘lib, qochuvchi obyektga *l*–masofada yaqinlashishga doir misollar keltirilgan va ularni yechish usullari o‘rganilgan, bitta qochuvchi va bitta quvlovchi bo‘lgan hol uchun *l*–tutish masalasi uchun strategiya qurish masalasi o‘rganilgan va samarali yutuqqa erishilgan. Qanday shartlar bajarilganda quvlovchi obyekt qochuvchiga *l*–masofada yaqinlashishi mumkin bo‘lgan shartlari keltirilgan.

Dissertatsiyada ta’klif qilingan natijalar va ushbu natijalarni isbot qilishda ta’klif qilingan usullar muammoli shartlarda o‘tuvchi boshqariluvchi jarayonlar nazariyasini o‘rganishning keyingi bosqichlarida qo‘llanilishi mumkin.

IV.FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.Mirziyoyevning 2017 yil 7-fevraldagi PF-4947-sonli Farmoni bilan tasdiqlangan “O‘zbekiston Respublikasiniyanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi”

2. Islom Karimov. Юксак маънавият – енгилмас куч. -Toshkent:, Ma'naviyat. 2008 y.
3. Понтрягин Л.С. Избранные научные труды. - М.: Наука, 1988. - 2. – 576 с.
4. Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования // Математический сборник. – 1980. - 112, №3. - С. 308-330.
5. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. - М.: Наука, 1974. - 455 с.
6. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. - М.: Наука, 1985. – 520 с.
7. Айзекс Р. Дифференциальные игры. - М.: Мир, 1967. – 480 с.
8. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика. - 1976, №3. - С. 145-146.
9. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами // Киберн. 1976. №3. С.145-146.
10. Азамов А. О задаче качества для игр простого преследования с ограничением // Сердика. Българско матем. спис. – 1986, № 12. - С.38-43.
11. Азамов А.А., Кучкаров А.Ш., Саматов Б.Т. О связи между разрешимостью задач преследования, управляемости и устойчивости в целом в линейных системах с разнотипными ограничениями // Прикладная математика и механика. – 2007. - 71, № 2. - С.259-263.
12. Азамов А.А., Саматов Б.Т. Линейная дифференциальная игра с "линией жизни" при разнотипных классах управления игроков // Узб. мат. жур. - 2011, № 3. - С.43-52.
13. Саматов Б.Т. Построение П - стратегии в игре простого преследования с интегральными ограничениями // Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики, Ташкент.: Фан, 1986. – С. 402-412.

14. Саматов Б.Т. О задаче преследования-убегания при линейном изменении ресурса преследователя // Математические труды. – 2012. – Т.15, №2. – С.159-171.

15. Azamov A.A., Samatov B.T. The П-Strategy: Analogies and Applications // The Fourth International Conference Game Theory and Management , June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. - P. 33-47.

16. Azamov A.A., Samatov B.T. П-strategy. An elementary introduction to the theory of differential games. – T.: National Univ. of Uzb., 2000. – 32 p.

17. Samatov B.T. The Differential Game with "A Survival Zone" with Different Classes of Admissiable Control Functions // Game Theory and Applications, Nova Science Publ.- 2008, №13. - P.143-150.

18. A. A. Azamov, B. T. Samatov. П – Strategy, NUU, 2000, 36p.

19. Isaacs R. Games of pursuit. The RAND Corp. Report, 1951, Nov.17.

20. Isaacs R. Diff. games. N.Y., Wiley, 1965, 384.

21. Салохитдинов М.С., НасриддиновГ.Н. Оддий дифференсиал тенгламалар. Т.,“Ўзбекистон”, 1994.

22. Сатимов Н.Ю. К задаче преследования в линейных дифференсиалных играх. // Кибернетика, 1973. - №3 – С. 88 – 93.

23. Сатимов Н.Ю., Карабаев э.О. Об одном методе решения задачи преследования. Доклады. АН УзССР, 1986 - №3. – С. 7-9.

24. Умрзаков Н.М. Об одной дифференсиалной игре при различных ограничениях на управляющие параметры // ДАН РУз. – Ташкент, 2005. – № 4. – С. 16-19.

25. Умрзаков Н.М. Об одном методе решения задачи преследования в дифференсиалных играх со смешанными ограничениями на управляющие параметры // УзМЖ. – Ташкент, 2004. – № 3. – С. 62-66.

26. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференсиалных уравнений. Учебник. Изд. 2-е, испр.М.:КомКнига, 2007. – 240 с.

Internet saytlari

27. www.ZiyoNet.uz

28. www.matNet.ru

29. www.Ref.ru

30. www.Referatlar.uz

31. www.Mircknig.ru