

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ АЛОҚА,
АХБОРОТЛАШТИРИШ ВА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЯ
ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ ДАВЛАТ ҚЎМИТАСИ**
Тошкент ахборот технологиялари университети
Тошкент ахборот технологиялари университети Нукус филиали

Қўлёзма ҳуқуқида

УДК: 681.03

Сейтимбетов Даулетяр Мамбетярович

**MAPLE тизимида магнитоэластик масалаларини
моделлаштириш**

«5А330201 – Компьютер тизимлари ва тармоқларнинг дастурий
таъминоти»

Магистр

академик даражасини олиш учун ёзилган

ДИССЕРТАЦИЯ

Илмий раҳбар:

техника фанлари номзоди

Айтмуратов Б.Ш.

Нукус-2014

АННОТАЦИЯ

Мавзунинг долзарблиги. Магнитэластик назариясида механик майдон билан электромагнит майдонларнинг ўзаро таъсири, жумладан, электромагнит майдонда жойлашган юпка эгилувчан пластинканинг тебраниши ўрганилади. Пластинканинг шакли мураккаб бўлган ҳолларда масалаларни ечиш қийинлашиб кетканлиги сабабли бундай турдаги масалалар ўрганилмаган.

Ишнинг мақсади: мураккаб шаклли магнитэластик юпка пластинкаларнинг тебранишини математик моделлаштириш ва ҳисоблаш тажрибаларини олиб бориш учун MAPLEда дастурий таъминотини яратиш.

Тадқиқот объекти ва предмети: тадқиқот объекти магнитэластик назарияси бўлиб, илмий тадқиқот предмети – электромагнит майдондаги юпка эгилувчан пластинкаларнинг ўзаро магнитстатик, динамик деформацион жараёнларини математик моделлаштириш.

Тадқиқот усуллари: ҳисоблаш эксперименти ва математик моделлаштириш методологияси, вариацион усуллар, R-функция усули, сонли усуллар.

Ишнинг илмий янгилиги.

- В.Л.Рвачевнинг R-функцияси ва Бубнов-Галеркин усулларининг комбинацияси асосида қаралаётган предмет соҳасида тадқиқот доирасини кенгайтирадиган умумлашган дискрет модели олинди;
- Мураккаб шаклли магнитэластик пластинкаларнинг тебраниш масаласини ечишда ҳисоблаш тажрибаларини юритувчи MAPLE да дастурий таъминот яратилди.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Олинган натижалар лойиҳалаш олди ишларида лойиҳалаш институтларида, радиотехникада, электротехникада қўлланиши мумкин.

Диссертациянинг тузилиши. Диссертация иши кириш, 3 та боб,

хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловалардан иборат.

Бажарилган ишнинг асосий натижалари: Мураккаб шаклли юпка пластинкаларнинг тебранишининг математик модели, ҳисоблаш алгоритми ва MAPLE тизимида дастурий таъминоти яратилди.

Хулоса ва таклифларнинг қисқача умумлаштирилган ифодаси. Магнит майдонида жойлашган юпка пластинкани тебраниш жараёнларини ҳисоблаш тажрибалари ўтказилди.

THE SUMMARY

Relevance of the work. Magnetoelasticity studies the interaction of mechanical field and the electromagnetic field, in particular the movement of thin plates in a magnetic field. Complex configuration area of the plate in a magnetic field, is unexplored.

The target and task of the research. The aim is mathematical modeling oscillation magnetoelastic thin plate with a complex configuration and software development tools allow to produce computational experiments on the system MAPLE and for this purpose the following tasks;

Object and subject of the research: The study is magnetoelasticity. Subject of study - mathematical modeling of deformation of statics and dynamics of the interaction of elastic thin plates in an electromagnetic field.

Methodology and method of the research: methodology of mathematical modeling and numerical experiments, variational methods, the method of R-functions, numerical methods.

Scientific novelty of the work are:

- Developed a discrete model describing the process of vibration of a thin plate of complex configuration in an electromagnetic field;
- A software package allowing computational experiments to study the magnetoelastic behavior of thin plates with complex shapes;
- Results of computational experiments with the new challenges vibrations of thin plates having complex configurations.

Scientific and practical significance of the study.

The results can be used during pre-calculations in the design institutes, in radio engineering and electrical engineering

The composition of the work. The dissertation consists of an introduction, three chapters, general conclusions and findings, list of references and applications.

The main results of the work performed. Developed mathematical

model, computational algorithm magnetoelasticity vibrations of a thin plate of complex configuration and the software on the system Maple.

Epitomized by the conclusion and suggestion. The results can be used during pre-calculations in the design institutes, in radio engineering, electrical engineering, etc.

Мундарижа

Кириш.....	7
1 боб Магнит эластик масаласи.....	11
1.1. Магнит майдонида жойлашган юпқа пластинка учун тебраниш масаласининг асосий тенгламалари	11
1.2. Асосий чегаравий шартлар учун структура ечимлари.....	17
1.3. Координат функциялар кетма-кетлигини куриш	21
2 боб Магнит эластик масаласининг ҳисоблаш алгоритми	28
2.1. Электромагнит майдондаги юпқа пластинка тебраниш масаласининг ҳисоблаш алгоритми	28
2.2. Maple тизимида дастур тузилиши	32
2.3. Maple тизимидаги дастурни ишга тушириш.....	43
3 боб Ишлаб чиқилган тизим ёрдамида ҳисоблаш экспериментларини ўтказиш.....	51
3.1. Ишлаб чиқилган дастурий таъминотнинг тўғрилигини асослаш.....	51
3.2. Maple тизимида магнитстатик масалани ечиш	56
3.3. Магнит эластик масаласин maple ёрдамида ечиш	62
Хулоса	74
Фойдаланилган адабиётлар руйхати	75
Иловалар.....	77

КИРИШ

Мавзунинг долзарблиги. Кейинги вақтларда физик майдонлар ўзаро таъсирларининг математик моделларини яратиш кўпчиликнинг кизиқишини ўйғотмоқда. Шундай тадқиқотлар йуналишининг бири – магнитэластик назарияси бўлиб, бу назарияда механик майдон билан электромагнит майдонларнинг ўзаро таъсири ўрганилади, жумладан, электромагнит майдонда жойлашган юпка эгилувчан пластинканинг тебраниши тадқиқ қилинади. Бундай турдаги масалаларни ечишда энг асосий омиллардан бири пластинканинг конфигурацияси ҳисобланади. Классик шаклга эга бўлган (доира, туғри тўртбурчакли ва ҳакозо) пластинкаларнинг тебранишларини тадқиқ қилиш билан кўплаб машҳур олимлар ва мутахассислар иш олиб боришган. Пластинканинг шакли мураккаб бўлган ҳолларда эса масалаларни ечиш қийинлашиб кетканлиги сабабли бундай турдаги масалалар ўрганилмаган.

Иккинчи томондан, математик моделлаштириш усулларида кенг равишда фойдаланиш назарий тадқиқотларнинг умумий солоҳиятини ошириб ва уни экспериментал тадқиқотлар билан биргаликда олиб боришга ёрдам беради. Математик моделлаштиришда объектнинг (жараённинг) ўзи билан эмас балки объектнинг математик модели билан иш олиб борилганлиги сабабли, ҳеч қанақа харажатларсиз тадқиқ қилиниётган объект ҳоссаларини тез вақтда аниқлаб, пластинканинг ҳар хил вазиятдаги ҳолатини ўрганади. Шу билан бирга математик моделлар устида олиб бориладиган ҳисоблаш тажрибалари (компьютер, имитацион) замонавий ҳисоблаш усуллар ва техникалар асосида олиб борилади, бу эса ўз навбатида объектни нафақат назарий томондан балки ҳар томонлама чуқур ва тўлиқ ўрганишга ёрдам беради.

Замонавий техник қурилмаларининг конструктив элементлар асосини юпка пластинкалар ташкил қилади. Шу сабабли мураккаб шаклга эга

бўлган электромагнит майдонда жойлашган юпқа пластинкаларнинг тебраниш масаласи математик моделларини яратиш долзарб масалалардан бири бўлиб ҳисобланади. Бундай масалалар электромагнит майдоннинг таъсирида магнитли ҳимоя экранларини яратишда, замонавий ўлчов асбобларини ишлаб чиқаришда, ҳисоблаш техникаси қурилмаларини яратишда учрайди.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Электромагнит майдонда жойлашган юпқа пластинкаларнинг тебраниш масаласини математик моделлаштиришда эластиклик назарияси ва электромагнит майдоннинг уч ўлчовли масаласига олиб келинади. Бу масала хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар ва уларга мос чегаравий, бошланғич шартлардан иборат бўлади. Ушбу кўринишдаги масалаларни ечиш учун бир қанча алгоритмлар яратилишига қарамастан амалий масалаларни ечиш муаммолигича қолмоқда. Амалиётда бундай масалаларни ҳар хил усуллар ёрдамида соддалаштиришларга олиб келинади. Масалан, ҳар хил гипотезаларни қўллаш орқали, аналитик ва тақрибий усулларни ишлатиш ёрдамида амалга оширилади. Магнитэластиклик назарияси ва уни ечиш масалалари билан кўплаган машҳур олимлар шуғулланган: С. Калисский, А.В. Селезов, Х.А. Рахматулин, В.К. Кабулов, Ю.С. Шкенеv, С.А. Амбарцумян, М.В. Белубекян, Г.Е. Багдасарян, А.В. Мольченко ва ҳакозо[1,2,5,6,8,9,11-14].

Магнитэластик масалаларининг классик шаклга эга (доира, туғри тўртбурчакли ва ҳакозо) пластинкаларнинг тебраниш масаласини ечиш усулларининг кўп бўлишига қарамасдан, магнитэластик соҳасида катта аҳамиятга эга бўлган масалалардан бири магнит майдонида жойлашган мураккаб шаклли юпқа пластинкаларнинг динамик хусусиятларини ўрганадиган масалаларни ечиш ҳозиргача ҳам муаммо бўлиб қолмоқда.

Тадқиқот мақсади: мураккаб шаклли магнитэластик юпқа пластинкаларнинг тебранишини математик моделлаштириш ва ҳисоблаш

тажрибаларини олиб бориш учун MAPLEда дастурий таъминотини яратиш.

Тадқиқот вазифалари:

- мураккаб шаклли юпка пластинка тебраниши масаласи учун ҳисоблаш алгоритминини яратиш;

- мураккаб шаклга эга юпка пластинка тебраниш масаласида ҳисоблашни автоматлаштирувчи дастурий таъминот яратиш;

- олинган натижаларни, дастурий таъминотнинг ишлашинини ва ҳисоблаш алгоритм тўғрилигинини асослаб бериш;

- мураккаб шаклга эга юпка пластинканинг тебраниш масаласинини тадқиқ қилиш бўйича ҳисоблаш тажрибаларинини ўтказиш;

Тадқиқот объекти ва предмети. Тадқиқот объекти магнитэластик назарияси бўлиб ҳисобланади. Илмий тадқиқот предмети – электромагнит майдондаги юпка эгилувчан пластинкаларнинг ўзаро магнитстатик, динамик деформацион жараёнларинини математик моделлаштириш.

Тадқиқот усуллари: ҳисоблаш эксперименти ва математик моделлаштириш методологияси, вариацион усуллар, R-функция усули, сонли усуллар.

Ишнинг илмий янгилиги. Тадқиқотлар олиб бориш натижалари бўйича илмий янгиликлар қуйидагилардан иборат:

- В.Л.Рвачевнинг R-функцияси ва Бубнов-Галеркин (Ритц) усулларининг комбинацияси асосида қаралаётган предмет соҳасида тадқиқот доирасинини кенгайтирадиган умумлашган дискрет модели олинди;

- мураккаб шаклли магнитэластик пластинкаларнинг тебраниш масаласинини ечишда ҳисоблаш тажрибаларинини юритувчи MAPLE да дастурий таъминот яратилди;

- электромагнит майдондаги мураккаб шаклли пластинкаларнинг тебранишинини ҳисоблашда олинган натижалари.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Ишлаб чиқилган математик модел, яратилган ҳисоблаш алгоритми ва Maple тизимидаги дастурий таъминот янги мураккаб шаклли магнитэластик масалаларини ечишда ишлатиш мумкин. Олинган натижалар лойиҳалаш олди ишларида лойиҳалаш институтларида, радиотехникада, электротехникада, махсус техник йуналишидаги олийгоҳларда ўқув жараёнида қўлланиши мумкин.

Ишнинг апробациядан ўтиши. Диссертация бўйича олинган натижалар қуйидаги конференциялар ҳамда илмий семинарларда муҳокама этилиб маъқулланган: Магистрлар илмий ишлар тўлами (Нукус, 2014 й.), «21 аср интеллектуал авлод асри» илмий конференцияси (Нукус, 2014 й.), Тошкент ахборот технологиялари университети Нукус филиали «Ахборот технологиялари» кафедраси семинари (Нукус, 2013-2014).

Натижаларнинг эълон қилингани. Диссертация ишининг мавзуси бўйича 3 та илмий мақола ва маъруза тезислари эълон қилинган (шундан 1 таси илмий журналда, 2 таси конференциялар маърузалари тезисларида чоп этилган).

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация иши кириш, 3 та боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловалардан иборат.

I- БОБ. МАГНИТ ЭЛАСТИК МАСАЛАСИ

1.1. Магнит майдонида жойлашган юпка пластинка учун тебраниш масаласининг асосий тенгламалари

Изотроп, эгилувчан, қалинлиги $2h$ га тенг бўлган юпка пластинка электр токини ўтказувчан материалдан тайёрланган бўлиб, олдиндан берилган магнит кучланишларга эга магнит майдонида жойлашган. Ташқи ток ва зарядлар мавжуд эмас. Электромагнит майдон вақт бўйича секин ўзгаради[1,2].

Пластинка декарт координат x_1, x_2, x_3 системасида шундай жойлашганки ўрта текислик x_1, x_2 билан устма – уст тушади.

Магнит майдонида жойлашган юпка пластинка учун математик модели Гамильтон-Остроградский вариацион томоили[1] ва Максвелл тенгламалари кўринишидаги электродинамика тенгламалари асосида олинади [2,3].

Пластинканинг тебраниш тенгласини Ляв [1,5-6] ва магнит эластиклик гипотезси ёрдамида келтириб чиқарилади

$$\begin{aligned} u_1 &= -x_3 \frac{\partial w}{\partial x_1}, u_2 = -x_3 \frac{\partial w}{\partial x_2}, u_3 = w(x_1, x_2, t), \\ e_1 &= \varphi(x_1, x_2, t), e_2 = \psi(x_1, x_2, t), h_3 = f(x_1, x_2, t). \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

Бу ерда W -номаълум бўлган пластинканинг урта текислигининг кўчиши, $\varphi = \varphi(x_1, x_2, t)$, $\psi = \psi(x_1, x_2, t)$, $f = f(x_1, x_2, t)$ - электромагнит майдонни ташкил қилувчи номаълум функциялар.

Коши тенгликлари қуйидаги кўринишда берилади [1-3]:

$$\varepsilon_{11} = -x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}; \varepsilon_{12} = -x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}; \varepsilon_{22} = -x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}; \quad (1.1.2)$$

Гук қонунини эса қуйидагича ёзамиз [1].

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22}); \sigma_{12} = \frac{E}{2(1+\nu)}\varepsilon_{12}; \sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{22} + \nu\varepsilon_{11}); \quad (1.1.3)$$

Бу ерда ν – пуассон коэффициентини, ρ – материал зичлиги, σ – ўрталикнинг электр ўтказувчанлик коэффициентини, μ – магнит ўтказувчанлик коэффициентини, E – эгилиш модули, ε – диэлектрик ўтказувчанлик. Бу келтирилган катталиқларнинг ҳаммаси координатдан, вақтдан ва электромагнитмайдан элементларига боғлиқ эмас.

Юпқа пластинканинг кучиш тенгламасини келтириб чиқариш учун юқорида берилган Гамильтон–Остроградский [1] тамойлидан фойдаланамиз.

$$\delta \int_t (K - \Pi + A) dt = 0 \quad (1.1.4)$$

Бу ерда K, Π – кинетик ва потенциал энергиялар; A – ташқи ва хажмий кучлар натижасида бажарилган иш. Вариация кўринишидагиси қуйидагича бўлади

$$\int_t \delta K dt = \int_t \int_V \rho \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \delta \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial t} \delta \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial u_3}{\partial t} \delta \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) dv dt;$$

$$\int_t \delta \Pi dt = \int_t \int_V (\sigma_{11} \delta \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \delta \varepsilon_{22} + \sigma_{33} \delta \varepsilon_{33}) dv dt;$$

Бажарилган ишнинг вариацияси:

$$\int_t \delta A dt = \iiint_t V [(X + \rho K_x) \delta u_1 + (Y + \rho K_y) \delta u_2 + (Z + \rho K_z) \delta u_3] dv dt$$

$$+ \iiint_t [(q_x + T_{zx}) \delta u_1 + (q_y + T_{zy}) \delta u_2 + (q_z + T_{zz}) \delta u_3] dx_1 dx_2 dt +$$

$$+ \iiint_t [(P_x + T_{xx}) \delta u_1 + (P_y + T_{xy}) \delta u_2 + (P_z + T_{xz}) \delta u_3] dx_3 dx_2 dt +$$

$$+ \iiint_t [(F_x + T_{yx}) \delta u_1 + (F_y + T_{yy}) \delta u_2 + (F_z + T_{yz}) \delta u_3] dx_3 dx_1 dt$$

Бу ерда $X, Y, Z, \rho K_x, \rho K_y, \rho K_z$ - хажмий кучлар компоненталври;

$$q_x = q_x^+ + q_x^-; q_y = q_y^+ + q_y^-; q_z = q_z^+ + q_z^-; T_{zx} = T_{zx}^+ + T_{zx}^-;$$

$$T_{zy} = T_{zy}^+ + T_{zy}^-; T_{zz} = T_{zz}^+ + T_{zz}^-;$$

Жисм устига таъсир қилувчи компонентлар;

$$P_x, P_y, P_z, T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}, F_x, F_y, F_z, T_{yx}, T_{yy}, T_{yz}, - \quad \text{контур} \quad \text{кучлар}$$

компоненталари.

Юқоридаги (1.1.1)-(1.1.3) тенгликларни, кинетик ва потенциалъ энергия вариацияларини, ташқи кучлардан ташкил топган ишни Гамильтон-Остроградскийнинг вариацион тамойлига (1.1.4) олиб бориб куйилади.

Кейин бўлаклаб интеграллашдан ва баъзибир ўхшашларини йиғиштиришлардан сўнг V - хажмда ечимга эга бўлган вариацион тенгламага эга бўламиз.

Магнитэластик (1.1) тамойлига асосан w, φ, ψ функцияларга нисбатан ечиладиган хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системаси кўринишига эга бўлади:

$$\Delta\varphi - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{4\pi\sigma}{c^2} B_{02} \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu} \left(B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - B_{01} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \right],$$

$$\Delta\psi - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{4\pi\sigma}{c^2} B_{01} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu} \left(B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} - B_{01} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} B_{01} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \right],$$

(1.1.5)

$$\begin{aligned} D\Delta^2 w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= P + \frac{2h^3\sigma}{3c} \left(B_{02} \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2} - B_{01} \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1 \partial x_2} + B_{02} \frac{\partial^2\psi}{\partial x_1 \partial x_2} - B_{01} \frac{\partial^2\psi}{\partial x_2^2} \right) + \\ &+ \frac{2h^3\sigma}{3c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{1}{\varepsilon\mu} B_{02}^2 + B_{03}^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \left(\frac{1}{\varepsilon\mu} B_{01}^2 + B_{03}^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} - \frac{2}{\varepsilon\mu} B_{01} B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \right] + \\ &+ \frac{2h\sigma}{c} \left[B_{02} \left(\varphi - \frac{B_{02}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) - B_{01} \left(\psi + \frac{B_{01}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \right], \end{aligned}$$

Бу тенгламалар системаси қаралаётган пластинканинг мос чегаравий ва бошланғич шартлари билан биргаликда ечилади. (1.1.5) тенгламалар системаси учун кенг тарқалган чегаравий шартлар қуйида келтирилган:

1) Пластинка текислигида унинг чегараси қаттиқ маҳкамланган[8,12]:

$$w|_r = 0, \varphi|_r = 0, \psi|_r = 0, \frac{\partial w}{\partial n}|_r = 0, \quad (1.1.6)$$

2) Эркин таянч (сирғалувчи шарнир):

$$w|_{\Gamma} = 0, M|_{\Gamma} = 0, \varphi|_{\Gamma} = 0, \psi|_{\Gamma} = 0, \quad (1.1.7)$$

3) Сирғанувчан маҳкамланган:

$$w|_{\Gamma} = 0, \frac{\partial w}{\partial n}|_{\Gamma} = 0,$$

$$(1.1.8)$$

$$\sigma_n|_{\Gamma} = 0, \quad \tau_n|_{\Gamma} = 0. \quad (1.1.9)$$

Бу ерда

$$\sigma_n = \sigma_{11}l_1^2 + \sigma_{22}l_2^2 + 2\sigma_{12}l_1l_2,$$

$$\tau_n = \sigma_{12}(l_1^2 - l_2^2) + (\sigma_{22} - \sigma_{11})l_1l_2,$$

τ - пластинканинг Γ чегарасига уринма; $l_1 = \cos \alpha$, $l_2 = \sin \alpha$;

$$\sigma_{11} = B_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{16} \frac{\partial u}{\partial y} + B_{16} \frac{\partial v}{\partial x} + B_{12} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[B_{11} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2B_{16} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + B_{12} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right];$$

$$\sigma_{22} = B_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial u}{\partial y} + B_{26} \frac{\partial v}{\partial x} + B_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[B_{12} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2B_{26} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + B_{22} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right];$$

$$\sigma_{12} = B_{16} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{66} \frac{\partial u}{\partial y} + B_{26} \frac{\partial v}{\partial x} + B_{66} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[B_{16} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2B_{66} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + B_{26} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right].$$

4) Шарнир воситаси билан маҳкамланган:

$$\begin{aligned}
w|_{\Gamma} &= 0, \\
M_n|_{\Gamma} &= 0, \\
u|_{\Gamma} &= 0, v|_{\Gamma} = 0.
\end{aligned}
\tag{1.1.10}$$

Бу ерда $M_n = M_{11} \cos^2 \alpha + M_{12} \cos \alpha \sin \alpha + M_{22} \sin^2 \alpha$.

Бундан ташқари пластинка чегарасини маҳкамлаш усулларига нисбатан, аралаш чегаравий шартлар ҳам бўлиши мумкин.

Шу билан бирга қуйида берилган бошланғич шартларда ечилади:

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi} &= \dot{\varphi}_0, \dot{\psi} = \dot{\psi}_0, \dot{w} = \dot{w}_0 \\
\varphi &= \varphi_0, \psi = \psi_0, w = w_0.
\end{aligned}
\tag{1.1.11}$$

бу ерда u_1, u_2, u_3 – пластинканинг кўчиш вектори компоненталари, e_1, e_2, e_3 – электромагнит майдон компоненталари, $w = w(x_1, x_2, t)$, $u = u(x_1, x_2, t)$, $v = v(x_1, x_2, t)$ – пластинка ўрта текислигидаги изланиётган номаълум компоненталари, $\varphi = \varphi(x_1, x_2, t)$, $\psi = \psi(x_1, x_2, t)$, $f = f(x_1, x_2, t)$ – изланиётган электромагнит майдоннинг номаълум компоненталари, σ – пластинка материалининг электр ўтказувчанлиги, s – ёруғлик тезлиги, B_{0i} – магнит индукцияси компоненталари (пластинка ички соҳаси учун) $B_0 = (B_{01}, B_{02}, B_{03})$, ($i=1,2,3$), ρ – пластинка материали зичлиги, P – ташқи механик куч, ε – диэлектрик ўтказувчанлик, μ – магнит ўтказувчанлик, D – пластинка қаттиқлиги, n – пластинканинг Γ чегарасига ташқи нормал, t – вақт.

1.2 Асосий чегаравий шартлар учун структура ечимлари

Берилган чегаравий шартларни қаноатландирадиган структура ечимларини қараб ўтайлик.

Бу ерда структура ечимини қуришда иштирок этадиган функция дифференциалланувчи функция булиши шарт. Асосан бир жинсли бўлган чегаравий шартлар учун структура ечимларини қараб ўтамиз[12-14].

1.Қаттиқ маҳкамланган пластинка учун чегаравий шартлар учун ечим структураси.

Айтайлик ҳақлаган шаклдаги Ω соҳала пластинка учун барча $\partial\Omega$ чегаравий контури буйича қаттиқ маҳкамланган бўлсин. У ҳолда пластинканинг эгилиши функцияси W қуйидаги чегаравий шартларни қаноатландиради.

$$W = 0 \quad (1.2.1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial n} = 0 \quad (1.2.2)$$

(1.2.1) шартдан $W(x)$ функцияси $\partial\Omega$ да барча қийматлари нольга тенглигини билдиради. Агарда $\omega(x) = 0$ $\partial\Omega$ контурининг қандайда бир функцияси бўлса ва

$$\omega(x) > 0, \quad x \in \Omega, \quad (1.2.3)$$

$$|\Delta\omega| = 1, \quad x \in \partial\Omega, \quad (1.2.4)$$

у ҳолда функциялар тўплами қуйидаги формула билан аниқланади.

$$W = \omega\Phi \quad (1.2.5)$$

Φ -функциясини шундай танлансинки (1.2.5) шarti бажарилсин, бу

ерда W -берилган масаланинг ечими.

У ҳолда Φ -функцияси куйидаги формула билан ифодаланади.

$$\Phi = \begin{cases} \frac{W}{\omega}, & x \in \Omega \\ 0, & x \in \partial\Omega \end{cases}$$

Ечимга W га D_1 операторини қулаймиз. Бу оператор куйидагича бўлади.

$$D_1 W = (\nabla, \nabla \omega) W = \frac{\partial W}{\partial x_1} \frac{\partial \omega}{\partial x_1} + \frac{\partial W}{\partial x_2} \frac{\partial \omega}{\partial x_2}$$

$D_1 W$ ифодаси D_1 операторини хоссасига кўра $\partial\Omega$ да $\frac{\partial W}{\partial n}$ ҳосиласига айланади ва (1.2.3) шартини асосида $D_1 W|_{\partial\Omega} = 0$ тенг бўлади.

$D_1 W$ функциясига юқорида W функциясига берилган фикрларни ҳисобга олган ҳолда шундай ψ_1 функциясини топамиз ва куйидаги шарт бажарилади.

$$D_1 W \equiv \omega \psi_1 \tag{1.2.6}$$

Буни (1.2.5) олиб бориб куйиб куйидагига эга бўламиз.

$$D_1(\omega\Phi) = \Phi D_1 \omega + \omega D_1 \Phi = \omega \psi_1$$

(1.2.4) шартига кўра $D_1 \omega = 1 + \omega \tau$ келиб чиқади ва (1.2.6) шартидан

$$\Phi = \omega \psi_1$$

келиб чиқади бу ерда $\psi = \psi_1 - D_1\Phi - \tau\Phi$. Топилган ифодани (1.2.5) га куйиб

$$W = \omega^2\psi$$

эга бўламиз. Охирги формуладаги ψ ни Φ га алмаштириб куйидаги формулага эга бўламиз.

$$W = \omega^2\Phi \quad (1.2.6)$$

Шундай қилиб келтириб чиқарилган формула юқорида берилган чегаравий шартлар учун тўла структура ечимини аниқлайди.

2 Эркин қуйилган ва маҳкамланган пластинкалар учун чегаравий шартлар

Бу турдаги чегаравий шартлар учун эгилиш функцияси $W(x)$ чегарада $\partial\Omega$ куйидаги шартларни қаноатландириши керак

$$W(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial n^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} = 0$$

Берилган чегаравий шарт учун ечимлар структурасини келтириб чиқариб ўтирмаймиз.

Бу кўринишдаги чегаравий шарт учун ечим структураси куйидаги кўринишга эга бўлади.

$$W = \omega\Phi_1 - \frac{\omega^2}{2} [D_2(\omega\Phi_1) + \nu T_2(\omega\Phi_1) - \omega\Phi_2] \quad (1.2.7)$$

3 Эркин маҳкамланган ва қаттиқ маҳкамланган пластинкалар

учун чегаравий шартлар

Майли пластина контури $\partial\Omega$ иккита $\partial\Omega_1$ ва $\partial\Omega_2$ бир бир билан кесишмайдиган иккита контурлардан ташкил топган бўлсин. Битта контурда қаттиқ маҳкамланган бўлсин иккинчисида эса қаттиқ эмас бўлсин.

Чегарвий шартлар қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$W = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial n} = 0, \quad x \in \partial\Omega_1$$
$$W = 0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial n^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} - \left(\frac{1-\nu}{\rho^0} + k^0 \right) \frac{\partial W}{\partial n} = 0, \quad x \in \partial\Omega_2$$

Бу ерда мос ҳолда ν, ρ^0, k^0 – Пуассон коэффициенти, $\partial\Omega_2$ нинг кривизна радиуси ва пластинка маҳкамланганлик даражаси; n - $\partial\Omega$ га ташқи нормаль.

Бу аралаш чегаравий шарилар учун ечим структураси қуйидачича бўлади.

$$W = \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \omega_2^3} \left\{ \omega_2 \Phi_1 + \omega_2^3 \Phi_2 - \frac{\omega_2^2}{2} \left[\Phi_1 \left(D_2^{(2)} \omega_2 - \frac{\nu}{\rho} + k \right) + 2D_1^{(2)} \Phi_1 \right] \right\}$$

1.3. Координат функциялар кетма-кетлигини куриш

Электродинамик майдоннинг ўзгариши, иссиқликнинг жисмда тарқалиши ва механик кучларнинг жисмга таъсир қилиш масалаларини ечиш мураккаб масалалардан ҳисобланади. Ҳар хил кучларнинг майдонга таъсирида унинг ўзгариши фақат физик қонунларга боғлиқ эмас, у берилган жисмнинг шаклига ҳам боғлиқ бўлади.

Математик нуқтаи назардан олиб қарайдиган бўлсак майдонларни ҳисоб китоб қилиш бу Ω соҳасида хусусий ҳосилали дифференциал тенгламага эга чегаравий масалаларни ечишга олиб келинади[12-14].

$$Au = f \quad (1.3.1)$$

қуйидаги чегаравий шартларда

$$L_i u = \varphi_i \quad \partial\Omega_i \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (1.3.2)$$

Бу ерда $\partial\Omega_1, \partial\Omega_2, \dots, \partial\Omega_n$ - Ω соҳанинг $\partial\Omega$ чегарасини ташкил қилади.

Чегаравий масаланинг куринишига қарай ечим скаляр функция, вектор функция ёки тензор булиши мумкин. Кейинчали биз ечимни «*функция*» термини билан атаймиз.

Юқорида масалани қуйилишида келтирилган u, f, φ_i функцияларни ва A, L_i операторларини чегаравий масалани *аналитик компоненталари*, Ω соҳасини, унинг чегарасини $\partial\Omega$ ва чегарасини ташкил қилувчи қисмларини $\partial\Omega_i$ - *геометрик компоненталар* деб юритамиз. Бу икки хил маълумотлар – аналитик ва геометрик маълумотлар ҳисоблаш алгоритмига геометрик маълумотларни киритишда қўплаган қийинчиликлар тўғдиради. Классик усулларда Фурье, интегралли акслантиришларда ва бошқа усулларда геометрик маълумотларни ҳисобга

олиш координат системасини туғри танлаш билан, комформ акслантиришда акслантириш функцияларини куриш йули билан, вариацион усулларда бўлсакоординат кетма – кетлигини туғри танлай олиш билан ечиш мумкин.

R-функция ёрдамида чегаравий масалаларни тақрибий аналитик ечганда геометрик компоненталарни эффектив ва осон гина ҳисобга олади.

Айтайлик $S_2(t) \equiv (t \geq 0), t \in R^1$, $t \geq 0$ булганда 1 қийматга эга акс ҳолда $t < 0$ булганда ноль қийматга эга предикат бўлсин.

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; $S_2(x) = \{S_2(x_1), S_2(x_2), \dots, S_2(x_n)\}$. У ҳолда $y = f(x)$ функцияси R-функция дейилади, агарда шундай Буль функцияси $Y = F(X)$, $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ мавжуд бўлиб, қуйидаги шарт бажарилса

$$S_2[f(x)] = F[S_2(x)]. \quad (1.3.3)$$

Бу ерда, $Y = F(X)$ функцияси Буль функция бўлади, агарда X_i ва $B_2 = \{0; 1\}$ тўпلام элементлари, фақат гина иккита элементдан ташкил топса 0 ва 1.

Юқоридаги (1.3.3) шартдан шу нарса номаён бўладики ҳар бир R-функцияга Буль функцияси мос келади. Тескариси ўринли эмас битта Буль функциясига чексиз кўп R-функциялар тўплами мос келади. R-функциялардан ташкил топган система етарлича тўла дейилади, агарда $M(N)$ тўпلامдан N-функцияси R-функциянинг ҳар бир шохи билан кесишмаси бўш тўпلام бўлмаса. Системанинг етарлича тўла булиш шarti бу N^* системаси барча Буль функцияларида тўла бўлиши керак. Ҳақлаган Буль функцияси мураккаб функция кўринишида берилиши мумкин.

Бул функциялар тўпламида энг кўп қўлланиладиган тўла система қуйидаги система ҳисобланади

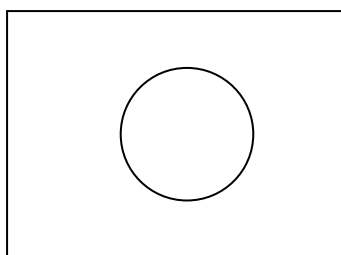
$$H^* = \{X \wedge Y, X \vee Y, \bar{X}\}$$

Бу ерда $X \wedge Y$ конъюнкция, $X \vee Y$ дизъюнкция ва \bar{X} бекор қилиш.

Бу Буль функцияларига оддий геометрик интерпретация бериш мумкин.

Масалан

Қуйидаги расмда берилган Ω соҳаси предикатлар билан берилади



$$\Omega = (\Sigma_1 \wedge \Sigma_2) \wedge \Sigma_3$$

$$\Sigma_1 \equiv (4 - x_1^2 \geq 0), \Sigma_2 \equiv (4 - x_2^2 \geq 0), \Sigma_3 \equiv (1 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0) \quad (1.3.4)$$

Σ_1 - эни 2 тенг бўлган горизонтал йўлак (полоса) ; Σ_2 - эни 2 тенг бўлган вертикал йўлак (полоса); Σ_3 - маркази $(0,0)$ жойлашаган радиуси 1 га тенг бўлган доира.

Бу ерда предикат тенгламаларидан аналитик куришга ўтиш қуйидаги формулалар ёрдамида амалга оширилади [12-14]

$$x \wedge_{\alpha} y \equiv \frac{1}{1+\alpha} (x + y - \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy}) \quad (\mathbb{R}\text{- конъюнкция})$$

$$x \vee_{\alpha} y \equiv \frac{1}{1+\alpha} (x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy}) \quad (\mathbb{R}\text{- дизъюнкция})$$

$$\bar{x} \equiv -x \quad (\mathbb{R}\text{- бекор этиш}) \quad (1.3.5)$$

Бу ерда $\alpha \equiv \alpha(x, y)$ - функция $-1 < \alpha \leq 1$ орлиғида жойлашган.

Хусусий ҳолини қараб ўтайлик $\alpha = 0$.

$$x \wedge_0 y \equiv (x + y - \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (\text{R- конъюнкция})$$

$$x \vee_0 y \equiv (x + y + \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (\text{R- дизъюнкция})$$

$$\bar{x} \equiv -x \quad (\text{R- бекор этиш}) \quad (1.3.6)$$

У ҳолда юқорида расмда берилган Ω соҳасини чегаравий тенгламаси

$$\varpi = [(4 - x_1^2) \wedge_0 (4 - x_2^2)] \wedge_0 (1 - x_1^2 - x_2^2) = 0, \quad (1.3.7)$$

билан берилади.

Энди (1.3.6) формуласидан фойдаланиб (1.3.7) тенгламасидан R- операцияларни йуқатиб $\omega(x_1, x_2) = 0$, кўринишидаги аналитик тенгламага эга бўламиз. Бу ерда $\omega(x_1, x_2)$ - оддий элементар функция. Шу билан Ω соҳани ичкарасида $\omega(x_1, x_2) > 0$ бўлади, Ω соҳани ташқарисида эса $\omega(x_1, x_2) < 0$..

Соҳани $\partial\Omega$ чегарасини тенгламаси $\omega(x) = 0$ учун нормаллашган тенгламасини кўриш кўпчиликни қизиқишини уйғатади. Тариф буйича, $\omega(x) = 0$ тенгламаси $\Omega \equiv [\omega(x) \geq 0]$ соҳасида биринчи тартиблигача нормаллашган дейилади агарда

$$\omega(x) > 0 \quad \Omega \text{ соҳаси ичида бўлса;}$$

$$\omega(x) < 0 \quad \partial\Omega \text{ чегарада бўлса}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\nu}\Big|_{\partial\Omega} = 1$$

(ν - $\partial\Omega$ ички нормал).

Агарда

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \nu^2} \Big|_{\partial \Omega} = \frac{\partial^3 \omega}{\partial \nu^3} \Big|_{\partial \Omega} = \dots = \frac{\partial^n \omega}{\partial \nu^n} \Big|_{\partial \Omega} = 0 \quad (1.3.8)$$

бўлса $\omega(x) = 0$ тенгламаси *n-тартиблигача нормаллашган* дейилади.

Энди берилган масала учун нормаллашган тенгламасини кўрамиз.

$$\Sigma_1 \equiv \left[\frac{1}{4}(4 - x_1^2 \geq 0) \right], \Sigma_2 \equiv \left[\frac{1}{4}(4 - x_2^2 \geq 0) \right], \Sigma_3 \equiv \left[\frac{1}{2}(1 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0) \right]$$

Соҳани чегаравий тенгламасини биринчи тартибли нормаллашган тенгламаси куйидаги куригишга эга бўлади

$$\varpi = \left[\frac{1}{4}(4 - x_1^2) \wedge_0 \frac{1}{4}(4 - x_2^2) \right] \wedge_0 \frac{1}{2}(1 - x_1^2 - x_2^2) = 0, \quad (1.3.9)$$

Энди масалани чегаравий шартини қаноатландирадаган тенгламани куришимиз керак

$$u(x) \equiv \varpi(x)\Phi(x)$$

Бу ерда $\Phi(x)$ функцияси номаълум компоненталардан ташкил топган функция. Компоненталарни узгартириш орқали чегарада $u(x)=0$ шартини қаноатландирадиган функцияни оламиз.

Бир жинсли бўлмаган шартларда эса

$$u(x) \equiv \varphi(x) + \varpi(x)\Phi(x)$$

Ечим кўринишда қидирилади.

Умумий ҳолда чегаравий масалани ечимлар структураси—бу куйидаги формула

$$u(x) \equiv B(\Phi) + \varphi_0 \quad (1.3.10)$$

бу ерда φ_0 - маълум функция; B – оператор, $\partial\Omega$ чегара шаклидан ва $\partial\Omega_i$ чегара қисмларидан боғлиқ оператор. Бу оператор шундай қурилганки номаълум функцияларни ҳақлаган қурилишда олсакда уринли бўлади.

Масалани ҳамма чегаравий шартларини қаноатландирадиган структура умумий структура дейилади. Структурага бир нечта шартлар қуйилади тўлалик шарти, бу ёрдамида Φ номаълум компонентни танлашга ёрдам бериб (1.3.10) структурасини масалани аниқ ечимига ҳам айлантириш мумкин.

Номаълум бўлган структуранинг Φ -компонентасини танлаш тақрибий усулларнинг бири ёрдамида амалга оширилади. Кўпчилик масалаларда R -функция усули фойдаланилган масалаларда вариацион усуллар қўлланилган, бошқа усулларни ҳам қўллаш мумкин (тўр, айирмали-аналитик, чекли элементлар ва ҳ.).

Ечимлар структураси қурилгандан кейин номаълум коэффициентларни аниқлаш муаммоси туради. Структурали формулаларни фойдаланган муаллифларнинг кўпчилиги вариацион усуллардан фойдаланган (Ритц, Бубнов-Галеркин усуллари). Бу усулларда номаълум функциялар қуйидаги қўрилишда берилади.

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^n C_i \psi_i(x), \quad (1.3.11)$$

Бу ерда $\psi_i(x)$ ($i=1,2,\dots$) - тўла функциялар кетма-кетлиги (Чебышев, Лежандр, тригонометрик полиномлар ва ҳ.) даги номаълум коэффициентлар C_i вариацион усулларнинг оддий схемаси буйича топилади.

Асосий қийинчиликлардан бири ω, ω_i, ψ_i функцияларига боғлиқ дифференциллаш ва интеграллашларда катта аналитик ифодаларнинг

пайда бўлиши. Бу ерда элементар функцияларни дифференциаллашда аниқ алгоритмлар билан амалга оширилади шу сабабли ҳисоблашларда кўп машина вақти кетади.

Интеграллашлар эса тақрибий формулалар ёрдамида амалга оширилади. Интеграллашларда кадамнинг катта кичтклигига ҳам боғлиқ бўлади агарда кадам кичик бўлса ҳисоблашлар кўп вақтни олади, агарда катта бўлса интеграллашлар ноаниқ бўлиб ҳисоблаш экспериментлари тунғунсиз бўлиши мумкин.

Вариацион усуллардан бирини қўллагандан сўнг натижада n та номаълумли n тенгламалар системасига эга бўламиз ва бу система ўз навбатида Гаусс усули ёрдамида ечилади, агарда динамик маслала ечилаётган бўлса Ньюмарк усулидан фойдаланилади[3,10].

Биринчи боб бўйича хулоса

Мазкур бобда юпқа пластинкаларнинг электромагнит майдондаги тебраниш масаласи бўйича умумий талқин берилган. Масаланинг қўйилиши ва юпқа мураккаб шаклли юпқа пластинка учун математик модели келтирилган ва асосий чегаравий шартлар, координат функциялар кетма-кетлигини қуриш қараб ўтилган.

2 БОБ МАГНИТ ЭЛАСТИК МАСАЛАСИНИНГ ҲИСОБЛАШ АЛГОРИТМИ

2.1 Электромагнит майдондаги юпка пластинка тебраниш масаласининг ҳисоблаш алгоритми

Бу параграфда магнитэластик юпка пластинканинг юқорида (1.1.5)-(1.1.7) келтирилган тебраниш тенгламаси ва унга мос равишда чегаравий шартлари (1.1.8), бошланғич шартлари учун ҳисоблаш алгоритми қаралади.

Ҳисоблаш алгоритм бир нечта бир-бирига боғлиқ масалаларни ечиш босқичларидан ташкил топган:

1.Магнитстатик масаласини ечиш:

- координат функциялар кетма-кетлигини қуриш (ечимлар тузилмаси (ечим структураси) $A=u(\omega, \Phi)$);

- Бубнов-Галеркин усули ёрдамида фазовий ўзгарувчилар бўйича дискретлаштириш (дискрет тенгламалар системасини қуриш);

- чизикли алгебраик тенгламалар системаси (ЧАТС)ни Гаусс усули ёрдамида ечиш;

- номаълум бўлган (V_{01}, V_{02}, V_{03}) қийматларини ечимлар тузилмасидан аниқлаш.

(V_{01}, V_{02}, V_{03}) нинг қийматлари аниқлангандан кейин уларни дифференциал тенгламалар системасига олиб бориб қўйиб магнитэластик масаласи ечилади.

2.Электромагнит майдонда жойлашган юпка эгилувчан пластинканинг тебраниш масаласини ечиш:

- координат функциялар кетма-кетлигини қуриш (ечимлар тузилмаси);

- Бубнов-Галеркин усули ёрдамида фазовий ўзгарувчилар бўйича дискретлаштириш;

- магнитэластик масаласи учун чизиқли дифференциал тенгламалар системасини (ЧДТС) Ньюмарк усули ёрдамида ечиш;
- ечимлар тузилмасидан номаълум функцияларни аниқлаш;
- олинган натижаларни жадвал ёки график кўринишларида чоп этиш.

Шундай қилиб, магнитэластик масалаларни ҳисоблаш алгоритми иккита босқичдан иборат бўлиб, биринчи босқичда магнитстатик масаласи ечилиб, номаълум бўлган (V_{01}, V_{02}, V_{03}) нинг қийматлари топилади, иккинчи босқичда биринчи босқичда топилган (V_{01}, V_{02}, V_{03}) қийматлари хусусий ҳолдаги тенгламалар системасига олиб бориб қўйилиб, электромагнит майдондаги юпқа эластик пластинканинг тебраниш масаласи ечилади.

Мазкур бўлимда хусусий ҳосилали чизиқли дифференциал тенгламалар системаси мос чегаравий шартлари учун саморадорли ҳисоблаш алгоритми В.Л. Рвачевнинг R-функцияси билан биргаликда Бубнов-Галеркин усули ёрдамида ишлаб чиқилди. Натижада келиб чиққан ЧДТС Ньюмарк усули ёрдамида ечилади.

Масаланинг ҳисоблаш алгоритмини келтирмасдан олдин юқоридаги келтирилган тенгламанинг вектор кўринишда езиб оламиз. Бу учун $Y=[w, u, v, h_1^+, h_1^-, h_2^+, h_2^-, f]^T$ векторни киритамиз:

$$\begin{aligned}
& A_1 \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + A_2 \frac{\partial^4 Y}{\partial t^2 \partial x_1^2} + A_3 \frac{\partial^4 Y}{\partial t^2 \partial x_2^2} + A_4 \frac{\partial^3 Y}{\partial t^2 \partial x_1} + A_5 \frac{\partial^3 Y}{\partial t^2 \partial x_2} + A_6 \frac{\partial^3 Y}{\partial t \partial x_1^2} + A_7 \frac{\partial^3 Y}{\partial t \partial x_1 \partial x_2} \\
& + A_8 \frac{\partial^3 Y}{\partial t \partial x_2^2} + A_9 \frac{\partial^2 Y}{\partial t \partial x_1} + A_{10} \frac{\partial^2 Y}{\partial t \partial x_2} + A_{11} \frac{\partial Y}{\partial t} + A_{12} \frac{\partial^4 Y}{\partial x_1^4} + A_{13} \frac{\partial^4 Y}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + A_{14} \frac{\partial^4 Y}{\partial x_2^4} + \\
& + A_{15} \frac{\partial^3 Y}{\partial x_1^3} + A_{16} \frac{\partial^3 Y}{\partial x_1^2 \partial x_2} + A_{17} \frac{\partial^3 Y}{\partial x_1 \partial x_2^2} + A_{18} \frac{\partial^3 Y}{\partial x_2^3} + A_{19} \frac{\partial^2 Y}{\partial x_1^2} + A_{20} \frac{\partial^2 Y}{\partial x_1 \partial x_2} + A_{21} \frac{\partial^2 Y}{\partial x_2^2} \\
& + A_{22} \frac{\partial Y}{\partial x_1} + A_{23} \frac{\partial Y}{\partial x_2} + A_{24} Y = F.
\end{aligned}
\tag{2.1.1}$$

Бу ерда A_i лар мос равишда матрицалар:

(2.1.1) тенгламасини ечмасдан олдин ўлчовсиз координаталар системаси кўринишга олиб келамиз. У учун қуйидаги белгилашларни киритамиз

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{x_1}{a}; \bar{x}_2 = \frac{x_2}{b}; \bar{w} = \frac{w}{2h}; \bar{t} = \frac{t}{t_0}; \\ x_1 &= a\bar{x}_1; x_2 = b\bar{x}_2; w = 2h\bar{w}; t = t_0\bar{t}; \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Бу ерда a, b, h – узунликни ифодаловчи қийматлар.

Берилган масала учун ечимлар структураси В.Л.Рвачевнинг R-функцияси асосида қурилган бўлиб, қуйидагича езилади [8,9]

$$w = \varpi^2 \Phi_1$$

Бу ерда Φ_1 - структуранинг номаълум компоненталари бўлиб қуйидагича ифодаланади

$$\Phi_1 = \sum_{i=0}^{n_s} \sum_{j=0}^{n_s-i} C_{ij}^{(s)} \varphi_i^{(s)}(x) \varphi_j^{(s)}(y), \quad (2.1.3)$$

Бу ерда $\varphi_i(x), \varphi_j(y)$ - базис полиномларининг тўлиқ системаси, хусусий ҳолда даражали, тригонометрик ва ҳакоза бўлиши мумкин.

Энди ечимлар структурасини киритилган векторлар асосида қуйидаги кўринишда ёзамиз.

$$Y = \left[\sum_{k=1}^{N_1} C_k^{(1)} w_k, \sum_{k=1}^{N_2} C_k^{(2)} u_k, \sum_{k=1}^{N_3} C_k^{(3)} v_k, \sum_{k=1}^{N_4} C_k^{(4)} h_{1k}^+, \sum_{k=1}^{N_5} C_k^{(5)} h_{1k}^-, \sum_{k=1}^{N_6} C_k^{(6)} h_{2k}^+, \sum_{k=1}^{N_7} C_k^{(7)} h_{2k}^-, \sum_{k=1}^{N_8} C_k^{(8)} f_k \right]^T.$$

Ечимлар структурасини тенгламага олиб бориб қуйиб ва баъзибир амалларни бажаргандан кейин қуйидаги кўринишдаги оддий дифференциал тенгламага

$$A\ddot{C} + B\dot{C} + MC = F \quad (2.1.4)$$

ва бошланғич шартлари эга бўламиз.

$$C|_{t=t_0} = C_0; \dot{C}|_{t=t_0} = \dot{C}_0;$$

$$C = \{C^{(1)}, C^{(2)}, C^{(3)}, C^{(4)}, C^{(5)}, C^{(6)}, C^{(7)}, C^{(8)}\}, \quad (2.1.5)$$

$$A = \left\{ \iint_{\Omega} \left[A_1 Y_i + A_2 \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_1^2} + A_3 \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_2^2} + A_4 \frac{\partial Y_i}{\partial x_1} + A_5 \frac{\partial Y_i}{\partial x_2} \right] U_j d\Omega \right\},$$

$$B = \left\{ \iint_{\Omega} \left[A_6 \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_1^2} + A_7 \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_1 \partial x_2} + A_8 \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_2^2} + A_9 \frac{\partial Y_i}{\partial x_1} + A_{10} \frac{\partial Y_i}{\partial x_2} + A_{11} Y_i \right] U_j d\Omega \right\},$$

$$M = \left\{ \iint_{\Omega} \left[A_{12} \frac{\partial^4 Y_i}{\partial x_1^4} + A_{13} \frac{\partial^4 Y_i}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + A_{14} \frac{\partial^4 Y_i}{\partial x_2^4} + A_{15} \frac{\partial^3 Y_i}{\partial x_1^3} + A_{16} \frac{\partial^3 Y_i}{\partial x_1 \partial x_2} + A_{17} \frac{\partial^3 Y_i}{\partial x_1 \partial x_2^2} + A_{18} \frac{\partial^3 Y_i}{\partial x_2^3} + A_{19} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_1^2} + A_{20} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_1 \partial x_2} + A_{21} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x_2^2} + A_{22} \frac{\partial Y_i}{\partial x_1} + A_{23} \frac{\partial Y_i}{\partial x_2} + A_{24} Y_i \right] U_j d\Omega \right\},$$

$$F = \left\{ \iint_{\Omega} F U_j d\Omega \right\}, (i, j = 1, 8).$$

$$C_0 = S^{-1} T_0^{(0)}, U_0 = \{w_0, u_0, v_0, h_{1_0}^+, h_{1_0}^-, h_{2_0}^+, h_{2_0}^-, f_i\}, S = \left\{ \iint_{\Omega} U_i U_j d\Omega \right\},$$

$$T_0^{(0)} = \left\{ \iint_{\Omega} U_0 U_j d\Omega \right\}, \dot{C}_0 = S^{-1} \dot{\Psi}_1, \Psi_1 = \left\{ \iint_{\Omega} \dot{U}_0 U_j d\Omega \right\}$$

Бу (2.1.4)-(2.1.5) масаласи Ньюмарк [10] усули ердамида ечилади.

Шундай қилиб, юпқа магнитэластик пластинка тебраниш масаласи учун ҳисоблаш алгоритми ишлаб чиқилди. Математик модел туртинчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенглама ва мос равишда чегаравий, бошланғич шартлари билан берилади. Мазкур масала В.Л.Рвачевнинг R-функциясига асосланган Бубнов-Галеркин усули ердамида ечилади[3,7,10]. Иккинчи тартибли оддий дифференциал тенгламалар системаси Ньюмарк усули билан ечилади.

2.2 Maple тизимида дастур тузилиши

Maple-бу компьютерда аналитик ва сонли ҳисоблашларни бажарувчи, 2000 дан кўпроқ командаларни ўз ичига олган ва алгебра, геометрия, математик анализ, дифференциал тенгламалар, дискрет математика, физика, статистика, математик физика масалаларини дастур тузмасдан ечиш имкониятини берувчи математик тизим (система)-пакетдир. Айтиш мумкинки, Maple бу юқорида санаб ўтилган соҳалардиги математик масалаларни ечиб берувчи катта калькулятордир. Maple такомиллашиб бормоқда, ҳозир унинг Maple 9.5, Maple 11-версиялари кенг тарқалган.

Maple-символли ва сонли ҳисоблашларни тез ва эффектив бажариш учун мўлжалланган ҳамда электрон хужжатларни тайёрлаш ва график визуаллаштириш, интерактив воситаларига эга бўлган компьютер математикасининг етакчи тизимларидан биридир. Maple тизимидан жаҳондаги 300дан ортиқ энг катта университетларда ўқув жараёнида фойдаланилмоқда ва мураккаб физик жараёнларни, тизимларни ва қурилмаларни моделлашда кенг қўлланилмоқда. Ҳозирги кунда фақат ҳисобга олинган, ушбу тизимдан фойдаланувчиларнинг сони 1млн дан ортиқ.

Maple ядросидан Mathematica, MATLAB, Mathcad ва бошқа тизимлар символли ҳисобларни амалга оширишда фойдаланмоқдалар. Maple

тизимини Канаданинг Waterloo Maple Inc фирмаси яратган ва у узок давом этган ривожланиш ва синовдан ўтиш даврини босиб ўтган. Албатта, Maple тизими ҳали жуда қудратли эмас, у айрим соҳаларда бошқалар каби оқсамоқда.

Ўзининг жиддий математик ҳисобларга йўналтирилганлигига қарамадан Maple тизими студентлар, ўқитувчиар, аспирантлар, илмий ходимлар ва шунингдек мактаб ўқувчилари учун ҳам зарурдир. Maple тизими математикани ўрганишда интерактив восита бўлиб хизмат қилиши мумкин. Maple тизимининг интерактив имкониятлари Tools>Assistants, Tools>Tutors менюсида жойлашган. Унинг Calculus>Single-Variable, Calculus>Multi-Variable, Calculus>Linear Algebra бўлимлари борки, улар ёрдамида бир ўзгарувчили, кўп ўзгарувчили функциялар, дифференциал тенглама, чизиқли алгебрага оид кўпгина масалаларни интерактив усулда талабаларга ўргатиш мумкин. Жумладан, ҳосилани геометрик маъноси ёрдамида тушунтириш мумкин: функция, нуқта берилади, компьютер кесувчи ўтказди, унинг лимит ҳолати уринма бўлади. Ёки, аниқ интегрални интеграл йиғиндининг лимити сифатида аниқлашда функцияни танлаш, нуқталар сони ва уларни турли хил усулларини танлаш, оммабоп тақрибий усуллардан фойдаланиш имкониятлари мавжуд. Команда берилгач интеграл йиғиндининг қиймати ва интегралнинг аниқ қаймати келиб чиқади. Компьютерсиз бу ишни фақат чизиқли функциялар учун бажариш мумкин холос. Қанчалик фойдали ва қулай имконият.

Maple ойнасининг тузилиши.

Maple компьютерга ўрнатилгандан сўнг, уни стандарт 2 йўл билан ишга тушириш мумкин: 1) Windows ОТ нинг бош менюси орқали ёки 2) Иш столида яратилган ёрлиқ орқали. Биз Maple 9.5 версия билан ишлаймиз.

Maple ойнаси Windows OT нинг стандарт ойнасига ўхшаш бўлиб, ойнанинг номи сатри, меню сатри, қуроллар панели, ишчи майдон, ҳолат сатри, линейка ва ўгириш лифтларидан иборат:

Асосий меню пунктлари:

File(Файл)- файллар билан ишлайдиган стандарт командалар, масалан, файлни сақлаш, очиш, янгисини яратиш ва ҳоказо, тўпламидан иборат.

Edit(Правка)- файлларни таҳрирловчи стандарт командалар, масалан, нусхалаш, ажратилган матн қисмини буферга олиш, командани бекор қилиш ва ҳоказо, тўпламидан иборат.

View (Вид)- ойнани кўринишини ўзгартирувчи стандарт командалар тўпламидан иборат.

Insert (Вставка)- ойнага матнли, командалар майдонлар, графикларни қўйиш учун мўлжалланган командалар тўпламидан иборат.

Format (Формат)- ҳужжатни безаш учун ишлатиладиган командалар тўпламидан иборат.

Options (Параметры)- маълумотни эҳсонга киритиш ва чиқариш билан боғлиқ командалар тўпламидан иборат.

Windows (Окно)- бир ишчи ойнадан иккинчи ишчи ойнага ўтиш учун мўлжалланган командалар тўпламидан иборат.

Help (Справка)- Maple ҳақида батафсил маълумотларни ўз ичига олади.

Maple да ишлаш мулоқат (сессия) тарзида олиб борилади: фойдаланувчи Maple га экранда **команда** билан мувожаат қилади, Maple уни қайта ишлаб экранда командадан кейинги сатрга **жавоб** қайтаради (қуйидаги расмга қаранг). Шунга асосан, ишчи майдон шартли равишда уч қисмга бўлинади:

1) Киритиш (**команда**) майдони-командалардан иборат. Командалар **>command(p1,p2,...);** (**ёки** **:**) кўринишга эга, қизил рангли, чапга текисланган;

2) Чиқариш (**жавоб**) майдони- Maple нинг киритилган командага

жавобидан иборат бўлиб, аналитик ифода, сонли қиймат, тўплам, график объект, хатолик ҳақидаги хабардан иборат бўлиши мумкин ва **кўк рангда**. Жавоб командадан кейинги сатрга чиқарилади, марказга текисланган бўлади;

3)матн (коментария) майдони- фойдаланувчи томонидан киритиладиган ихтиёрий матндан иборат ва у маълумотни қайта ишлашга таъсир этмайди, ва унинг моҳиятини тушунтириш учун ишлатилади, ва **қора** рангли.

Матн ва команда майдонига ўтиш қуроллар панелидаги (ёки Insert (Вставка) менюсидаги уларга мос командалар ва

тугмаларни босиш орқали бажарилади.

Бутун, рационал ва комплекс сонлар.

Maple да сонлар табиий равишда математикадаги каби бутун (integer), рационал, ҳақиқий (real) ва комплекс (complex) бўлиши мумкин. Уларнинг маънолари бир хил, фақат ёзилиш қоидаларига аниқ итоат қилиш керак. Рационал сонлар уч хил кўринишда тасвирланади: 1)оддий каср кўринишидаги рационал сон, масалан: 28/70; 2)ўнли каср кўринишидаги (float) рационал сон: 2.3457; 3)даража кўришишидаги рационал сон, масалан, $1,602 * 10^{-19}$ сон $1.602 * 10^{(-19)}$ кўринишда ёзилади.

Рационал сонни тақрибий ўнли каср кўринишда олиш учун бирор бутун сонни ўнли нуқта билан ноль сонини қўшиб ёзиш керак.

Шартли келишув: Maple да жавоб, юқорида кўрганмиздек, командадан кейинги сатрда кўрсатилади. Компакт ёзиш учун жавобни биз команда ёнида \gg белгидан кейин кўрсатамиз, масалан, $\gg a+b$; $\gg a+b$.

Команда	$\gg 1.2+3.4;$
---------	----------------

сатри Жавоб сатри	3.6
Команда сатри Жавоб сатри	>Sin(Pi/6); ½
Келишувга асосан	>sin(Pi/6.0); 0.500000000

Maple да грек алфавитидан ҳам фойдаланиш мумкин. Бунинг учун сатрда грек ҳарфининг номи ёзилади, катта ҳарфларни ёзиш учун грек ҳарфининг номида бош ҳарф катта қилиб ёзилди керак. Масалан,

α -alpha	β -beta	γ -gamma	δ -delta
ϵ -epsilon	ζ -zeta	η -eta	θ -teta
ι -ita	κ -kappa	K -Kappa	λ -lambda
μ -mu	ν -nu	ξ -xi	\omicron -omikron
π -pi	ρ -rho	Σ -Sigma	σ -sigma
τ -tau	υ -uosilon	ϕ -phi	χ -chi
ψ -psi	ω -omega	Γ -Gamma	Ω -Omega

Грек ҳарфларини ёзиш учун экранда махсус меню мавжуд.

Командаларнинг кўриниши ва уларни бажартириш усуллари.

Mapleда командалар номли ва номсиз бўлади. Номли команда куйидагича бўлади: >command(p1,p2,...); ёки >command(p1,p2,...): , яъни команда номдан ва қавслар ичида параметрлардан иборат ва икки нуқта ёки нуқта вергуль билан тугалланади. Команда арифметик ифода бўлсагина унинг махсус номи бўлмайди. Агар команда нуқта вергуль (;)

билан тугалланса унинг натижаси экранга чиқарилади, икки нукта (:) билан тугалланса команда бажарилади натижаси экранга чиқарилмайди.

Командалар икки хил усул билан бажартирилиши мумкин:

1-усул-тўғри усул. Команда терилади; ёки : ёзилади ва Enter босилади.

2-усул-смарт усул. Ифода терилади ва ; қўйилиб Enter босилади, жавоб устида сичқонча ўнг тугмаси босилиб ифода контекст менюсидан керакли команда танланади.

Процент % символи олдинги команда натижасини чақириш учун ишлатилади ва командалар ёзишни қисқартириш учун ишлатилади, масалан,

$>1+2:$ $> %+3;$

\\ 6

Ўзгарувчига қиймат бериш учун := ишлатилади.

Maple ишга тушгач оператив хотирада унинг бирорта ҳам командаси бўлмайди, улар ишлаш давомида оператив хотирага чақириладилар. Командалар оператив хотирага чақирилишига қараб уч турга бўлинади. 1) Maple ишга тушгач автоматик равишда ишга тушириладиганлар, 2) readlib(command) командаси орқали чақириладиганлар, 3) махсус пакетлар (package) дан чақирилувчи командалар. Package пакетга тегишли барча командаларни чақириш >with(package) командаси ёрдамида, пакетга тегишли бирор command дани чақириш эса >package[command](options) командаси ёрдамида амалга оширилади, бу ерда ва бундан кейин options сўзи команданинг параметларини билдиради. Пакетларга мисол сифатида linalg-чизиқли алгебра масалаларини ечиш, geometri-планиметрия масалаларини ечиш, geom3d-стереометрия масалаларини ечиш, student-студентларга масалаларни интерактив (мулоқат) тарзида аналитик кўринишда қадам ба қадам оралиқ натижаларни намоёиш қилган ҳолда ечиш имкониятларини берувчи пакетларни келтириш мумкин.

Қуйилган масалани MAPLE тизими ёрдамида ечамиз. MAPLE

тизимини танлаганимиз сабаби бу тизимда кўплаган математик функциялар дифференциаллаш, интеграллаш (бир,икки ўлчовли), ЧАТС ечиш, визуаллаштириш, ўзгарувчилар типига ва процедуралар билан ишлаш имкониятига эга. Бизлар ўзимизни масаламизни ечиш учун фақат MAPLE тизимида кўшимча модулларни (процедураларни) ёзиб дастур тузамиз. Бошқача айтганда қуйилган масалага ўқшаш масалалар учун инструментарий яратамиз. Мақсадимиз фақат конкрет тенгламани ешиш эмас, бир хил типдаги тенгламаларни ечадиган MAPLEда дастур яратиш. Шу сабабли дастур MAPLE учун алоҳида пакет кўринишида RFM (R-функция) яратилган.

Қуйидаги жадвалда RFM пакетига кирадиган барча процедуралар келтирилган.

Берилган соҳани чизишга мулжалланган процедуралар

№	Процедура номи	Процедура вазифаси
1	nStripX	X ўқиға параллел бўлган биринчи тартиблигача нормаллашган туғри чизиқнинг тенгламаси
2	nStripY	Y ўқиға параллел бўлган биринчи тартиблигача нормаллашган туғри чизиқнинг тенгламаси
3	nCircle	биринчи тартиблигача нормаллашган доиранинг тенгламаси
4	HalfPlane	Иккита нуқтадан ўтадиган ярим текисликнинг

		тенгламаси
5	nHalfPlane	биринчи тартиблигача нормаллашган иккита нуқтадан ўтадиган ярим текисликнинг тенгламаси
6	Ellipse	Эллипснинг тенгламаси
7	Astroid	Астроид тенгламаси
8	OvalKassini	Кассини овалини тенгламаси

R – операциялар билан боғлиқ бўлган процедуралар

9	SetRSystem	R-тизимини ишга тушириш
10	`&Un`	Бинар R-дизъюнкция
11	`&In`	Бинар R-конъюнкция
12	`&Not`	унар R-бекор қилиш

Дифференциал операторлар ва скаляр кўпайтмалар

13	Grad	Гамильтон оператори
14	Div	Дивергенция оператори
15	Lapl	Лаплас оператори
16	`&.`	Вектор функцияни скаляр кўпайтадиган бинар операцияси

Визуаллаштириш процедуралари

17	PlotDomain	Қурилган соҳани тасвирлаш
18	PlotDomain 3D	Қурилган соҳани 3D да тасвирлаш
19	PlotIntPaths	Интеграллаш чизиқларини тасвирлаш

20	PlotIntPaths M1	Интеграллаш чизиқларини ҳар хил рангли чизиқлар билан тасвирлаш (интеграллашда бир нечта формулаларни фойдаланиш)
21	PlotSolution	Ечимларни тасвирлаш (соҳани ва соҳани чегаравий тенгламаларини тасвирлаш)
22	PlotSolution 3D	Ечимларни 3D тасвирлаш

Интеграллашга ва интеграллашга тайерлашга боғлиқ бўлган
процедуралар

2 3	PrepareForDbInt1 0	Соҳани интеграллашга тайерлаш яъни торни куриш
4	PrepareForDbInt1 0M1	Соҳани интеграллашда ҳар хил узунликдаги ва аниқликдаги интергаллаш формулаларидан фойдаланиш
5	DbIntGauss10	Икки каррали интегрални берилган соҳа буйича ҳисоблашда 10-нуқтали Гаусс формуласи ёрдамида X буйича ҳисоблайди U ўқи махсус бир улчовли процедура буйича ҳисобланади.
6	DbIntGauss10M1	Икки каррали интегрални берилган соҳа буйича ҳисоблашда 10-нуқтали Гаусс формуласи ёрдамида X буйича ҳисоблайди U ўқи Гауссинг керакли аниқликдаги формуласи ёрдамида ҳисобланади.
7	DbIntGauss10hf	Икки каррали интегрални берилган соҳа буйича ҳисоблашда 10-нуқтали Гаусс формуласи ёрдамида X ва U ўқилари буйича Гауссинг формуласи ёрдамида ҳисобланади (Машина аниқлиги олинади).

2 8	DbIntGauss10M1 hf	Икки каррали интегрални берилган соҳа буйича ҳисоблашда 10-нуқтали Гаусс формуласи ёрдамида X буйича ҳисоблайди U ўқи Гаусснинг (машина аниқликдаги) формуласи ёрдамида ҳисобланади.
2 9	IntGauss3	Гаусснинг 3-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади.
3 0	IntGauss3hf	Гаусснинг 3-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади (машина арифметикаси аниқлигида).
3 1	IntGauss5	Гаусснинг 5-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади.
3 2	IntGauss5hf	Гаусснинг 5-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади (машина арифметикаси аниқлигида).
3 3	IntGauss8	Гаусснинг 8-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади.
3 4	IntGauss8hf	Гаусснинг 8-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади (машина арифметикаси аниқлигида).
3 5	IntGauss10	Гаусснинг 10-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади.
3 6	IntGauss10hf	Гаусснинг 10-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади (машина арифметикаси аниқлигида).
3 7	IntGaussA	Гаусснинг n-та нуқтали бир улчовли формуласи ёрдамида ҳисобланади.

Тенгламанинг ечимларини топиш ва аниқлаштириш буйича

процедуралар

3 8	NewtonRaphsonBisection	Ечимни Ньютон-Рафсон усулида бисекциялар билан аниқлаштириш
3 9	FindRoots	Ечимларни аниқлаш бир хил қадам билан аниқлаш

Функциялар кетма-кетлигининг генерациялаш процедуралари

4 0	GenPowerPolynoms	Берилган аниқликдаги даражали полиномлар билан генерациялаш (Бошқа функцияларни олиш ҳам мумкин масалан Чебышев, Лежандр, тригонометрик, сплайн ва ҳаказо)
--------	------------------	--

Ечиш процесси билан боғлиқ процедуралар

4 1	GenCoordFunctions	Ечим структураси ва берилган тула координат кетма-кетлигини генерация қилади
4 2	CreateLeftMatrix	Бубнов-Галеркин системасида матрицаларни ҳисоблайди
4 3	CreateLeftMatrixM1	Бубнов-Галеркин системасида матрицаларни ҳар хил формулалар билан ҳисоблайди
4 4	CreateLeftMatrixHF	Бубнов-Галеркин системасида матрицаларни машина аниқлигида ҳисоблайди
4 5	CreateLeftMatrixM1hf	Бубнов-Галеркин системасида матрицаларни ҳар хил формулалар билан

		машина аниқлигида ҳисоблайди
4 6	CreateRightVector	Бубнов-Галеркин системасида ўнг томондаги векторни ҳисоблайди
4 7	CreateRightVectorM 1	Бубнов-Галеркин системасида ўнг томондаги векторни ҳисоблашди ҳар хил формулалардан фойдаланилади
4 8	SolveSystem	LinearAlgebra пакетидан фойдаланиб системани ечади
4 9	CreateSolution	Бубнов-Галеркин системасини ечимини ечимлар структурасига қуйиб координат функцияларга қупайтиришни ҳисоблайди.

2.3 Maple тизимидаги дастурни ишга тушириш

RFM пакетини ишга қушиши ва *R*- операцияни танлаш

RFM пакетини ишга қўшиш учун Maple нинг стандарт буйруғидан фойдаланамиз `with(RFM)`. *R*-операцияни танлаш учун юқорида жадвалда келтирилган `SetRSystem` процедураси ёрдамида амалга оширилади.

```
> restart;
```

```
> libname:="C:\RFM", libname;
```

```
libname := "C:RFM" , "C:\Program Files\Maple 9.5/lib"
```

```
> with (RFM) ;
```

```
[&, &In, &Not, &Un, Astroid, CreateLeftMatrix, CreateLeftMatrixHF, CreateLeftMatrixM1,
CreateLeftMatrixM1hf, CreateRightVector, CreateRightVectorM1, CreateSolution, DbIntGauss10,
DbIntGauss10M1, DbIntGauss10M1hf, DbIntGauss10hf, Div, Ellipse, FindRoots, GenCoordFunctions,
GenPowerPolynoms, Grad, HalfPlane, IntGauss10, IntGauss10hf, IntGauss3, IntGauss3hf, IntGauss5,
IntGauss5hf, IntGauss8, IntGauss8hf, IntGaussA, Lapl, NewtonRaphson, NewtonRaphsonBisection,
OvalKassini, PlotDomain, PlotDomain3d, PlotIntPaths, PlotIntPathsLegM1, PlotIntPathsM1,
```

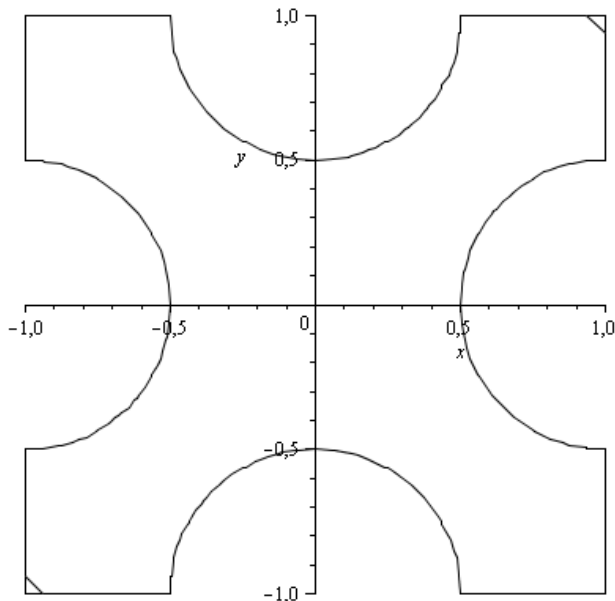

$$W := (x, y) \text{ @ } 1 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\sqrt{2 - 2y^2 + y^4 - 2x^2 + x^4}$$

Соҳани чизиш учун чегаралар киритамиз

> **BoundRect := [-1, -1, 1, 1];**

BoundRect := [-1, -1, 1, 1] Курилган функцияни чизамиз

> **PlotDomain(Omega, BoundRect);**



Кейинги кадамда олинган соҳани интеграллашга тайёрлайди. Курилган соҳа буйича кўплаган икки каррали интегралларни ҳисоблашларга тўғри келади шу сабабли интеграллашга олдиндан тайёрлаш процедуралари фойдаланилади улар №23 ва №24 процедуралар. Соҳани булақларга бўлиш чизиқларини визуаллаштириш процедуралари ишлатилди улар №19 ва №20. Интеграллашга тайёрлаш процедуралари берилган соҳани иккита йуналиш (x ва y) буйича тор киритади. Бу процедуралар чизилган соҳани у ўқи буйича ва берилган X координатаси буйича чегараларини аниқлайди (№39 процедура). Кейин №38 процедура ёрдамида Ньютон-Рафсон усули ёрдамида ечим топилади. Бу процедурани ишлатилишини сабаби MAPLE тизимида нозизиқ тенгламаларни ечиш яхши натижа бермайди.

> **PrepareForDbInt10(Omega, BoundRect, Mx1, My1, 8);**

[-1., 0.9999999972]

[-1., 1.]

[-1., 1.]

[-1., 1.000000000]

[-1., 1.]

[-1., 1.]

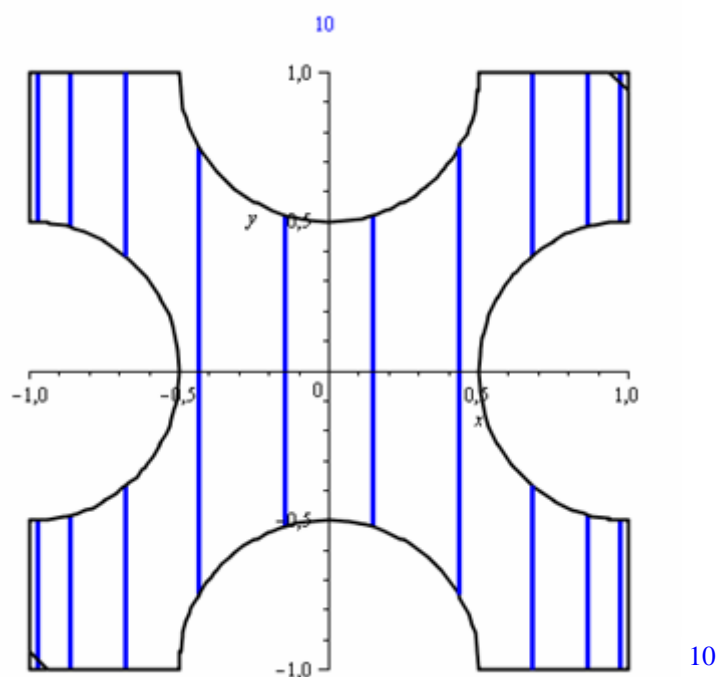
[-1., 1.000000000]

[-1., 1.]

[-1., 1.]

[-1., 0.9999999972]

> PlotIntPaths(Omega, BoundRect, Mx1, My1);



Координат функцияларни қуриш

Бу қадамда дастлаб даражали купҳадларни керакли даражаси билан кетма–кетлигини №40 процедурадан фойдаланиб курамиз. №41 процедурадан фойдаланиб координат функциялар кетма–кетлигини ташкил қиламиз.

> Basis := GenPowerPolynoms(3);

$Basis := [1, x, y, xy, x^2, y^2, x^2y, xy^2, x^3, y^3]$

Координат функцияларни генерациялайди

> w := GenCoordFunctions(Omega(x,y)^2, Basis):

системани чап томони ҳисобланади

Бубнов-Галеркин системасини ташиқил қилиш.

Дастурда ўнг томондаги матрицанинг элементларини a_{ij} кўринишида ёзамиз. Бу матрицани олиш учун дифференциал операторлар градиент, Лаплас, дивергенция ва вектор ва скаляр кўпайтмалардан фойдаланилади (№13-16 процедуралар). Кейин системанинг ўнг томондаги матрицани формаллаштириш процедураларин ишга туширамиз. Улар қурилган соҳа бўйича икки қаррали интегралларни ҳисоблайди (№25-37). Дастурнинг энг кўп ҳисоб китобини талаб қиладиган жойи ҳам шу этаби ҳисобланади. Бу жараенни тезлатиш учун ҳар хил интеграллаш процедуралари ишлаб чиқилган. Масалан соҳани кичик қисмларига интеграллашда кам тугун нуқталар олинган ёки машина арифметикаси қўлланилган (№42-45). Кейин масалани ечиш учун сонли қийматларни киритамиз (Масалан пластинка қалинлиги h , эгилувчанлик модули E , Пуассон коэффициенти ν ва ҳаказо). Сўнг системанинг унг томонини b_i ёзамиз. Бу ҳадларни олиш учун №46-47 процедураларидан фойдаланиб интеграллаш зарур.

> GenTerm := (i,j) -> (Lapl(w(x,y)[i])*Lapl(w(x,y)[j])):

интераллаш утказиб чап томон матрицаси ҳосил қилинади

> A := CreateLeftMatrixHF(GenTerm, Mx1, My1, BoundRect, true);

$A := [[1.340361509, 0., -2.666853756 \cdot 10^{-12}, 0., 0.5817796470, 0.5817796464, 4.400308698 \cdot 10^{-11}, 4 \cdot 10^{-11}, 0., -2.855940748 \cdot 10^{-12}],$
 $[0., 0.7484828709, 0., 8.019797234 \cdot 10^{-11}, 0., -3 \cdot 10^{-11}, 0., 0.2311603922, 0.4818998740, 0.],$
 $[-2.666853756 \cdot 10^{-12}, 0., 0.7484828701, 7 \cdot 10^{-11}, 2.625597887 \cdot 10^{-11}, -1.200084191 \cdot 10^{-11}, 0.2311603924,$
 $0., 0., 0.4818998726], [0., 8.019797234 \cdot 10^{-11}, 7 \cdot 10^{-11}, 0.2700165366, 0., 0., -2 \cdot 10^{-11},$
 $6.667134392 \cdot 10^{-12}, 8.801208446 \cdot 10^{-11}, 1 \cdot 10^{-11}], [0.5817796470, 0., 2.625597887 \cdot 10^{-11}, 0.,$
 $0.5535440981, 0.2039396572, 7.058296730 \cdot 10^{-11}, 0., 0., 2.666853756 \cdot 10^{-12}], [0.5817796464, -3 \cdot 10^{-11},$

чизиқли тенгламалар ситемасига эга бўлган эдик. Бу кадамда шу системани ечиш этаби қараб ўтилади (№48 процедура). Олинган вектор кўринишидаги ечимлардан фойдаланиб №49 процедурадан фойдаланиб масаланинг аналитик ечими олинади. Олинган ечимдан фойдаланиб икки ва уч ўлчовли график кўринишларини олишимиз мумкин (№21-22 процедуралар).

система ечилади

```
> Solut := SolveSystem(A, B);
```

```
? 0.0000123405355684324308?
? ?
? -4.86976229038937076 10-15?
? ?
? 2.41160314005727663 10-15?
? ?
? -6.06110742745715474 10-25?
? ?
? -0.00000758348467233453544?
Solut:=?
? -0.00000758346810338253990?
? ?
? 9.68753663322987172 10-16?
? ?
? 1.55480585862749846 10-15?
? ?
? 4.92637623004344107 10-15?
? ?
? -3.91789019715344375 10-15?
?
```

ечим курилади

```
> U := CreateSolution(Solut, w):
```

максимум пластинканинг эгилиш нуқтаси топилади

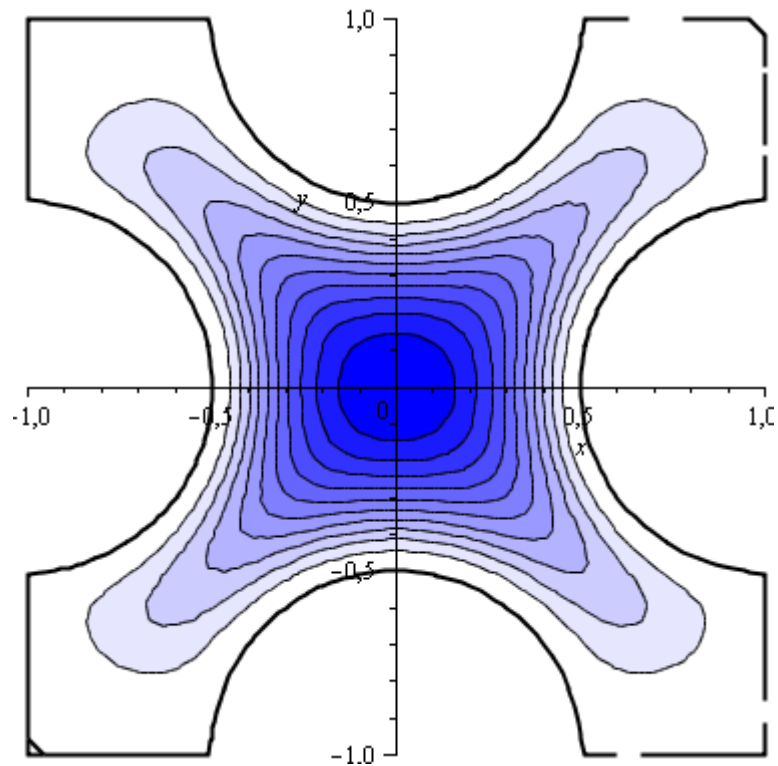
```
> evalf(U(0,0));
```

```
0.00000266092
```

```
> with(plots):
```

ечимни график формаси

```
> PlotSolution(Omega, U, BoundRect, 10);
```



Иккинчи боб бўйича хулоса

Иккинчи бобда В.Л. Рвачевнинг R-функция ва вариацион усулларидан фойдаланган ҳолда ечимлар тузилмаси (структураси)ни ва ишлаб чиқилган ҳисоблаш алгоритм ва шу алгоритм асосида мураккаб шаклга эга магнит майдонида жойлашган юпқа пластинкаларнинг тебранишини ҳисоб-китобини автоматлаштирувчи дастурий мажмуаси келтирилган. Статик масалани ечишда (магнитстатик масаласи) – Гаусс, динамик масалани ечишда эса Ньюмарк усулларидан фойдаланилди.

3 БОБ ИШЛАБ ЧИҚИЛГАН ТИЗИМ ЁРДАМИДА ҲИСОБЛАШ ЭКСПЕРИМЕНТЛАРИНИ ЎТКАЗИШ

3.1 Ишлаб чиқилган дастурий таъминотнинг тўғрилигини асослаш

Дастурий таъминотнинг ва ҳисоблаш алгоритмининг тўғрилигини асослаш учун декарт координат системасида тўғри тўртбурчак шаклига эга юпка пластинканинг $F(x,y,t)$ ўзгарувчи ташқи куч таъсирида тебраниш масаласини ечишни қараб ўтайлик.

Пластинканинг тебраниш тенгламаси қуйидаги тенглама билан берилади

$$\nabla^4 W + \frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = F(x, y, t)/D, \quad (3.1.1)$$

Бу ерда

$$F(x, y, t)/D = \cos \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b} \left(2 \frac{\rho h}{D} + t^2 A \right);$$

$$A = \frac{\pi^4}{16} \left(\frac{1}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right);$$

W -пластинканинг эгилиши; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ пластинканинг цилиндрик қаттиқлиги; ρ -пластинка материалени зичлиги; h –пластинка қалинлиги; ν –Пуассон коэффиценти; E –упругост модули; a ва b – пластинка ўлчовлари.

Тебраниш тенграмасини (3.1.1) қуйидаги чегаравий шартларда эркин бекитилган (свободно-опертая пластина по краям) ва бошланғич шартларда ечамиз:

$$W|_{\Gamma} = 0, M_n|_{\Gamma} = 0, \quad (3.1.2)$$

$$W(x, y, 0) = 0, \dot{W}(x, y, 0) = 0 \quad (3.1.3)$$

(3.1.1-3.1.3) масаласини аниқ ечими [14] куйидаги кўринишда.

$$W_T = t^2 \cos \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b}$$

(3.1.1-3.1.3) масаласини сонли ечиш Бубнова-Галеркин усули ва R-функция усулининг асосида қурилган. Масаланинг ечим структураси куйидагича берилади [12-14]:

$$W = \omega \Phi_1 - \frac{\omega^2}{2} [D_2(\omega \Phi_1) + \nu_0 T_2(\omega \Phi_1) - \omega \Phi_2] \quad (3.1.4)$$

ω - соҳанинг чегаравий тенгламасининг нормаллаштирилган кўриниши

$$\omega = \frac{1}{2a}(a^2 - x^2) \wedge \frac{1}{2b}(b^2 - y^2) \quad (3.1.5)$$

Φ_1, Φ_2 - номаълум функциялар; D_2, T_2 - иккинчи тартибли дифференциаллаш операторлари ; ν_0 - Пуассон коэффициенти.

Ҳисоблашлар натижалари тўғритўрт бурчакда ($a=b=1$) куйидаги параметрларда ҳисобланиб натижалар 1-3 жадвалларда келтирилган:

$$\nu=0,3; h=0,01\text{м}; E=1,1 \cdot 10^{10}\text{Н/м}^2; \rho=0,0889 \text{ кг/м}^3, t=0,3; 0,5; 0,8.$$

Жадвалларда биринчи сатр тақрибий қиймат ечими икинчиси аниқ ечим.

Жадвал 1. Пластинка эгилиши ва моментлар қийматлари($n_k=3$ Гаусс=20)

T	X	y	W/W_T	M_x/M_{xT}	M_y/M_{yT}	M_{xy}/M_{xyT}
0 .3	0 .0	0 .0	0.089814 5544	0.28785558 57	0.28785558 52	0.0
			0.090000 0000	0.28868592 87	0.28868592 87	0.0
0 .5	0 .0	0 .0	0.249484 8734	0.79959884 89	0.79959884 93	0.0
			0.250000 0000	0.80190535 75	0.80190535 75	0.0
0 .8	0 .0	0 .0	0.638681 2760	2.04697305 31	2.04697305 42	0.0
			0.640000 0000	2.05287771 54	2.05287771 54	0.0
0 .3	0 .5	0 .0	0.063489 5795	0.20421111 55	0.20384429 83	0.0
			0.063639 6103	0.20413177 78	0.20413177 78	0.0
0 .5	0 .5	0 .0	0.176359 9430	0.56725309 85	0.56623416 19	0.0
			0.176776 6952	0.56703271 62	0.56703271 62	0.0
0 .8	0 .5	0 .0	0.451481 4541	1.45216793 22	1.44955945 43	0.0
			0.452548 3399	1.45160375 35	1.45160375 35	0.0
0 .3	0 .5	0 .5	0.044857 3269	0.14251280 49	0.14251280 47	0.877284 943
			0.045000 0000	0.14434296 43	0.14434296 43	0.863590 3850
0 .5	0 .5	0 .5	0.124603 6858	0.39586890 23	0.39586890 20	0.874680 413
			0.125000 0000	0.40095267 87	0.40095267 87	0.863590 3850
0 .8	0 .5	0 .5	0.318985 4356	1.01342439 00	1.01342438 90	0.849581 857
			0.320000 0000	1.02643885 77	1.02643885 77	0.863590 3850

Жадвал 2. Пластинка эгилиши ва моментлар қийматлари (nk=4 Гаусс=20.)

T	x	y	W/W _T	M _x /M _{xT}	M _y /M _{yT}	M _{xy} /M _{xyT}
.3	.0	.0	0.090197 3979	0.29106029 99	0.29106029 99	0.0
			0.090000 0000	0.28868592 87	0.28868592 87	0.0
.5	.0	.0	0.250548 3277	0.80850083 32	0.80850083 34	0.0
			0.250000 0000	0.80190535 75	0.80190535 75	0.0
.8	.0	.0	0.641403 7191	2.06976213 32	2.06976213 36	0.0
			0.640000 0000	2.05287771 54	2.05287771 54	0.0
.3	.5	.0	0.063641 7332	0.20349945 15	0.20338756 48	0.0
			0.063639 6103	0.20413177 78	0.20413177 78	0.0
.5	.5	.0	0.176782 5923	0.56527625 43	0.56496545 79	0.0
			0.176776 6952	0.56703271 62	0.56703271 62	0.0
.8	.5	.0	0.452563 4365	1.44710721 11	1.44631157 22	0.0
			0.452548 3399	1.45160375 35	1.45160375 35	0.0
.3	.5	.5	0.045041 9402	0.14280708 95	0.14280708 95	0.878678 8370
			0.045000 0000	0.14434296 43	0.14434296 43	0.863590 3850
.5	.5	.5	0.125116 5008	0.39668635 99	0.39668635 99	0.818552 3250
			0.125000 0000	0.40095267 87	0.40095267 87	0.863590 3850
.8	.5	.5	0.320298 2421	1.01551708 14	1.01551708 14	0.859493 9521
			0.320000 0000	1.02643885 77	1.02643885 77	0.863590 3850

бу nk-даражали функция даражаси; Гаусс – Гаусс формуласидаги вазн функцияси.

1,2 жадвалдан таққослашлар шуни берадики даражали функция хади купайган сари (nk=3;4), аниқ ва тақрибий ечимлар фарқи 2% , моментларда эса 3% ташкил этади.

Энди чегаравий шартни ўзгартирамиз ҳамма томонидан қаттиқ маҳкамланган тўғри бурчакли тўрбурчак шаклидаги пластинкага куйидагича куч таъсир қилди

$$\frac{F(x, y, t)}{D} = \frac{2\rho h}{D} (x^2 - xa)^2 (y^2 - yb)^2 + t^2 (24y^2 (y - b)^2 + 24x^2 (x - a)^2 + 8(6x(x - a) + a^2)(6y(y - b) + b^2))$$

(3.1.1) тенгламаси куйидаги шартларда ечилади:

$$W|_{\Gamma} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial n}|_{\Gamma} = 0 \quad (3.1.6)$$

$$W(x, y, 0) = 0, \quad \dot{W}(x, y, 0) = 0 \quad (3.1.7)$$

Бу масалани (3.1.1, 3.1.6 - 3.1.7) аниқ ечими куйидаги курунишга эга[14]:

$$W_{\tau} = (x^4 - 2x^3a + x^2a^2)(y^4 - 2y^3b + y^2b^2)t^2$$

Натижалар жадвалларда келтирилган (Жадвал 3-4).

Жадвал 3. Пластинка эгилиши ва моментлар қийматлари ($n_k=3$ Гаусс=20)

t	x	y	W/W _T	M _x /M _{xT}	M _y /M _{yT}	M _{xy} /M _{xyT}
0	0	0	0.0153754	-0.0022555	-0.0034859	1.12732431
.3	.5	.0	0.0197700	-0.0023670	-0.0033670	1.12833500
0	0	0	0.0525316	-0.0064460	-0.0096409	1.12354521
.5	.5	.0	0.0549654	-0.0065320	-0.0099640	1.12654000
0	0	0	0.1385150	-0.0166806	-0.0255230	1.11545521
.8	.5	.0	0.1406200	-0.0167500	-0.0256000	1.12833600
0	0	0	0.0107237	-0.0010183	-0.0010183	1.47246565
.3	.5	.5	0.0111200	-0.0010255	-0.0010255	1.47426540
0	0	0	0.0304390	-0.0027464	-0.0027464	1.46634240
.5	.5	.5	0.0308990	-0.0028544	-0.0028544	1.47424000
0	0	0	0.0775316	-0.0072725	-0.0072725	1.46232100
.8	.5	.5	0.0791010	-0.0073120	-0.0073120	1.47424200

Жадвал 4. Пластинка эгилиши ва моментлар қийматлари ($n_k=4$ Гаусс=20)

t	x	y	W/W _T	M _x /M _{xT}	M _y /M _{yT}	M _{xy} /M _{xyT}
0	0	0	0.0197654	-0.0023545	-0.0035859	1.12833521
.3	.5	.0	0.0197700	-0.0023670	-0.0023670	1.12833500
0	0	0	0.0548316	-0.0065311	-0.0099609	1.12833521
.5	.5	.0	0.0549654	-0.0065320	-0.0099640	1.12654000
0	0	0	0.1405350	-0.0167432	-0.0255000	1.12833521
.8	.5	.0	0.1406200	-0.0167500	-0.0256000	1.12833600
0	0	0	0.0111237	-0.0010183	-0.0010183	1.47424100
.3	.5	.5	0.0111200	-0.0010255	-0.0010255	1.47426540
0	0	0	0.0307840	-0.0028462	-0.0028462	1.47424100
.5	.5	.5	0.0308990	-0.0028544	-0.0028544	1.47424000
0	0	0	0.0790816	-0.0072625	-0.0072625	1.47424100
.8	.5	.5	0.0791010	-0.0073120	-0.0073120	1.47424200

Юқоридаги олинган натижалар шуни кўрсатидики ишлаб чиқилган ҳисоблаш алгоритми ва дастурий таъминот тўғри ишлайди ва бўлаётган жараённи тўғри тасвирлайди.

3.2 Maple тизимида магнитстатик масалани ечиш

Дастлабки магнит майдонини ифодаловчи магнитстатик масаласи

ечилади[4]. Қуйидаги 5-жадвалда аниқ ва тақрибий натижаларни таққослашлар келтирилган.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial A}{\partial y} \right) = \frac{4\pi}{c} j \quad (3.2.1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_{y=\pm b} = 0 \quad (3.2.2)$$

бу ёрда $a=b=1\text{м}$, $\eta = (\mu_0\mu)^{-1}$, $\mu_0=1$, $\mu=1,256*10^{-6}$ Гн/м. (3.2.1)-(3.2.2) масаласи ўнг томони у-га тенг қилиб олиб мос равишда Гаусс нуқталари 400 (clutch=20) ва 1024 (clutch=32) бўлганда, ва полиномлар сони 10 (skm=10), 15 (skm=15) ҳолларда ечилган (5-жадвал). Олинган натижалардан шуни кўриш мумкин ки, ечимлар учинчи рақамгача мос келади.

5-жадвал

Масаланинг аниқ ва тақрибий ечимларнинг таққосланиши

x	y	Аниқ ечим $\frac{1}{6}(y^3 - 3y)$	Тақрибий ечим	
			skm=10 clutch =20	skm=15 clutch =32
0,50	1,00	0,333333	0,331215	0,333132
0,50	0,60	0,264000	0,264802	0,263993
0,40	0,40	0,189333	0,189070	0,189155
0,20	0,20	-0,098667	-0,098804	-0,098501

Олинган натижаларнинг ишончлигини текшириш учун ҳар хил

чегаравий шартларга эга (қаттиқ маҳкамланган, эркин таянч), ва ўнг томонига ўзгарувчи куч қўйилган масалалар ечилади.

Қуйида масаланинг аниқ ечимини полиномнинг ҳар хил даражаларида ($n_k=3;4$) ва Гаусс нуқталар сони ҳар хил бўлганида ечилди. Пластинканинг мос нуқталарда эгилишларини солиштирилганда 2%га, моментларда эса фарқи – 3% ташкил қилади.

Масалани MAPLE тизимида ечиш алгоритминини қараймиз. Дастлаб чегаравий шартни қаноатландирадиган функция танланади.

$$A_1(x,y):=c_1*(x^4-2*a^2*x^2)+c_2*(y^3-3*b^2*y)+c_3*(y^5-5*b^4*y)$$

қўринишида танланди. Вариацион усуллардан биттасини танлаб ечилади. MAPLE тизимидаги дастури қуйидагича бўлади.

Қуйидаги масала ечилади Пуассон тенгламаси

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} A(x, y)\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} A(x, y)\right) = y$$

Чегаравий шартлар $x=-a$ $x=a$

$$\frac{\partial}{\partial x} A(x, y) = 0$$

Чегаравий шартлар $y=-b$ $y=b$

$$\frac{\partial}{\partial y} A(x, y) = 0$$

Ечим структураси

$$"A_1(x,y):=", c_1 (x^4 - 2 x^2) + c_2 (y^3 - 3 y) + c_3 (y^5 - 5 y)$$

$$"A=", \begin{bmatrix} -\frac{512}{105} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{96}{5} & -\frac{256}{7} \\ 0 & -\frac{256}{7} & -\frac{640}{9} \end{bmatrix}$$

$$"B=" \left[0, \frac{-16}{5}, \frac{-128}{21} \right]$$

Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиб қуйидаги вектор олинади

$$"D=" \left[0, \frac{1}{6}, 0 \right]$$

Ечим структурасисига олиб бориб қуйиб масала ечимига эга бўламиз

$$"A(x,y)=" \frac{1}{6}y^3 - \frac{1}{2}y$$

Энди магнит индукцияси **B** қийматларини аниқлаш учун магнитстатик масала ечилади.

Магнитстатик масалани ечиш учун қуйидаги параметрлар ишлатилади. Томонларининг узунлиги $a=1\text{м}$ тенг бўлган тўғри бурчакли пластинка, қалинлиги $h=0,01\text{м}$ тенг ва $\eta = (\mu_0\mu)^{-1}$, $\mu_0=1$, $\mu=1,256 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, $E=11 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\rho=8890$ кг/м³, $\nu=0,3$, $\sigma=3,6 \cdot 10^7$ (Ом м)⁻¹, $c=3 \cdot 10^8$ м/с, $P=5000$ Н/м², $j=-3,673205$ А/м² ечилади.

Қуйидаги жадвалда магнит индукцияси қийматлари квадрат шаклидаги пластинка учун келтирилган. Шу билан бирга пластинка учларини айлана шаклига олиб келинган пластинкалар учун ҳам тадқиқот ишлари ўтказилди.

6-жадвал

квадрат шакли платинка учун магнит индукцияси қийматлари

x	y	Квадрат			бурчаклари $r=0,1$ ёрдамида айлана қилинган квадрат		
		$B_z \cdot 10^3$	$B_x \cdot 10^3$	$B_y \cdot 10^3$	$B_z \cdot 10^3$	$B_x \cdot 10^3$	$B_y \cdot 10^3$
0,	0,	0,	1,704	-	0,87059	1,7212	-

90	90	872325	912	1,704912	1	76	1,721276
0,	0,	0,	1,637	-	0,	1,6255	-
90	80	705175	707	1,334459	703188	23	1,362721
0,	0,	0,	1,518	-	0,55685	1,5157	-
90	70	556794	123	0,960487	6	82	0,960120
0,	0,	0,	1,334	-	0,	1,3627	-
80	90	705175	459	1,637707	703188	21	1,625523
0,	0,	0,	1,310	-	0,	1,3032	-
80	80	567997	536	1,310536	568667	60	1,30326
0,	0,	0,	1,207	-	0,	1,2066	-
80	70	444910	995	1,023631	443828	20	1,026147

7-жадвал

Бурчаклари айлана кўринишига олиб келинган квадрат учун магнит индукцияси қийматлари берилган ($r=0,2$)

x	y	$B_z \cdot 10^3$	$B_x \cdot 10^3$	$B_y \cdot 10^3$
0,8				
0	0,80	0, 569048	1,304132	-1,304132
0,8				
0	0,70	0, 444125	1,191414	-1,016833
0,7				
0	0,80	0, 444125	1,016833	-1,191414
0,7				
0	0,70	0, 346589	0,929476	-0,929476

6-7 жадвалларидан қуйидаги хулосага келса бўлади, доира радиуси канча кичик бўлса магнит индукциясининг қиймати кичик бўлади. Учлари айлана кўринишига келтирилмаган ва айлана қилинган пластинкаларни солиштириш натижасида мос қийматлар бир бирига яқин келди шу

сабабдан кейинги ҳисоблаш тажрибаларида учлари $r=0,1$ радиусли доира билан айлана қилингани пластинка олинган. Бу ҳисоблашларда магнит индукцияси қийматлари координата бошига нисбатан симметрик ҳолда ўзгаради.

MAPLE тизимидаги дастури

магнитостатик масаласи

Пуассон тенгламаси учун Нейман масаласи

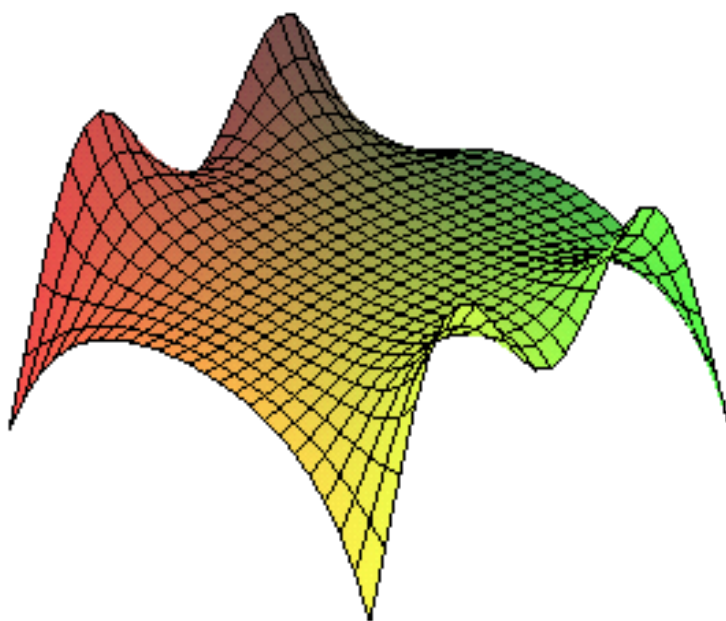
```
"A1(x,y)= d1*3.*cos(1.570000000*x)*cosh(1.570000000*y)+d2*3.*cos(3.140000000(
*x)*cosh(3.140000000*y)+d3*3.*cos(4.710000000*x)*cosh(4.710000000*y)"
```

```
> A1:=-.9093113280e-
```

```
12*3.*cos(1.570000000*x)*cosh(1.570000000*y)+.1102830798e-
11*3.*cos(3.140000000*x)*cosh(3.140000000*y)-.2136803216e-
12*3.*cos(4.710000000*x)*cosh(4.710000000*y);
```

```
A1 := -.2727933984 10-11 cos(1.570000000 x) cosh(1.570000000 y)
+ .3308492394 10-11 cos(3.140000000 x) cosh(3.140000000 y)
- .6410409648 10-12 cos(4.710000000 x) cosh(4.710000000 y)
```

```
> plot3d(A1,x=-1..1,y=-1..1);
```



3.1-расм Квадрат шаклига эга пластинка учун магнитстатик масаласини ечишда
жараен куриниши

3.3 Магнит эластик масаласин Maple ёрдамида ечиш

Maple тизимида яратлган дастурий таъминотни классик шаклга эга булган пластинка яъний квадрат куринишидаги пластинка тебраниш масаласини ва мураккаб шаклли пластинканинг электромагнит майдонининг таъсирида тебранишини қараб ўтамиз.

$$D\Delta^2 w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z + \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}, \quad \left(D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)} \right) \quad (3.3.1)$$

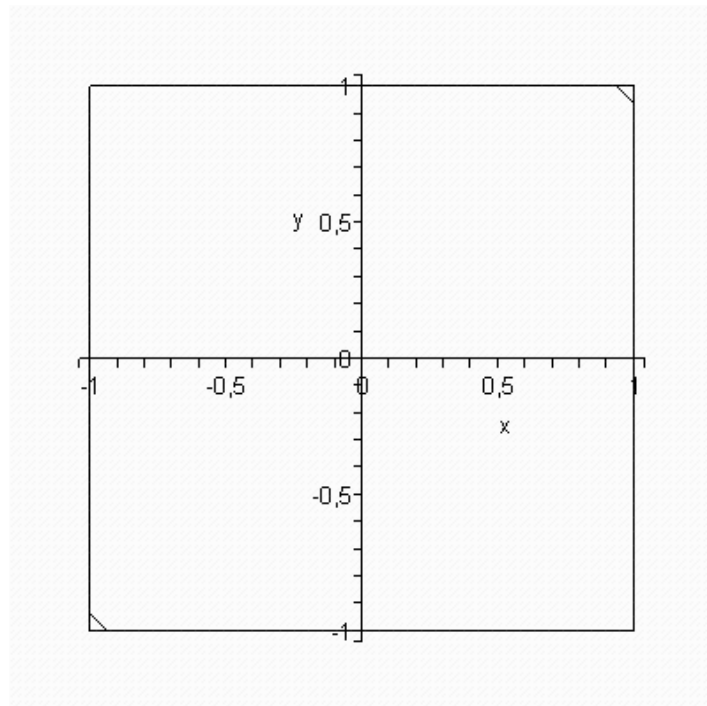
$$m_x = \int_{-h}^h R_x z dz, \quad m_y = \int_{-h}^h R_y z dz, \quad Z = \int_{-h}^h R_z dz,$$

$$\vec{R}(R_x, R_y, R_z) = \frac{\sigma}{c} \left(\vec{e} + \frac{1}{c} \frac{\partial U}{\partial t} \times \vec{B}_0 \right) \times \vec{B}_0 \quad (3.3.2)$$

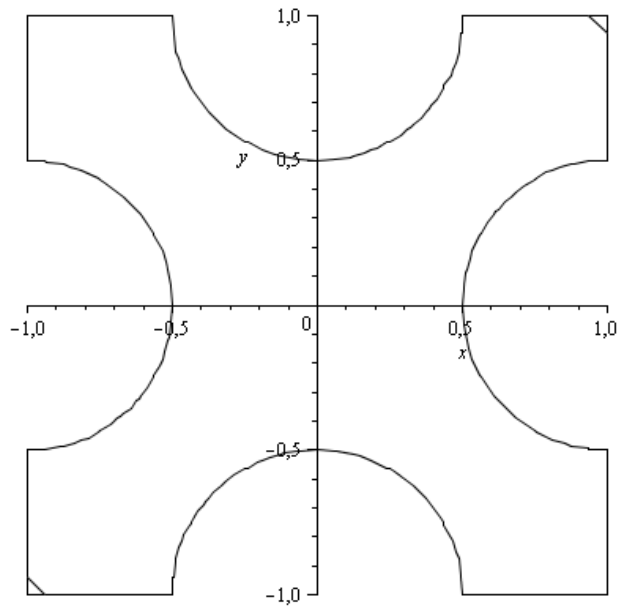
$$W|_{\Gamma} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial n}|_{\Gamma} = 0 \quad (3.3.3)$$

$$w = w_0 f(x, y) \quad \dot{w} = w_1 \phi(x, y) \quad (3.3.4)$$

Юқоридаги (3.3.1-3.3.4) масаласи пластинканинг қуйидаги берилган геометрик ва физик қийматлари учун ечилган: $a=1\text{м}$, $b=0,5\text{м}$, $h=10^{-2}\text{м}$, $E=11 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, $\rho=8890 \text{ кг/м}^3$, $\nu=0,3$, $j=-3,673205 \text{ А/м}^2$, $\mu=1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$; $\sigma=3,6 \cdot 10^7 \text{ (Ом м)}^{-1}$; $\varepsilon=1$; $C=3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$; $P=5000 \text{ Н/м}^2$.



3.2-расм. Квадрат шаклли пластинка



3.3-расм. Мураккаб шакли пластинка

Масалани ечишда аввало механик куч таъсирида ечиб олиб сўнгра магнит майдонининг таъсири учун ҳам ечилган. Бу ерда натижалар қаттиқ маҳкамланган ва эркин таянч чегаравий шартлари учун ечилган. Натижалар жадваллар ва график кўринишларида келтирилган.

Мураккаб соҳа учун ен томонлари доира (радиуси 0.5 тенг) билан айлана шакли курилиши қирқиб олинган тўғрибурчакли тўртбурчак қаралган.

Тизим ёрдамида шакллари оддий ва мураккаб булган пластинка тебраниш масалалари қаралган. Қуйидаги буйруқ ёрдамида ечимлари курилади ва узимизга керакли булган нуқта координатасини киритиш оркали пластинкнинг эгилиш координатаси аниқланади.

Solut := SolveSystem(A, B);

```

? 0.0000123405355684324308?
? -4.86976229038937076 10-15?
? 2.41160314005727663 10-15?
? -6.06110742745715474 10-25?
? -0.00000758348467233453544?
Solut:= -0.00000758346810338253990?
? 9.68753663322987172 10-16?
? 1.55480585862749846 10-15?
? 4.92637623004344107 10-15?
? -3.91789019715344375 10-15?
?

```

ечим курунишда курилади ва ечимни олиш учун

```
> U := CreateSolution(Solut, w);
```

пластинканинг эгилиш нуктаси энг катта булган нукта координатаси
топилади

```
> evalf(U(0,0));
```

```
0.000001058650586
```

Худди шундай қилиб мураккаб шакли пластинка учун ечимлар олди.

```
> Solut := SolveSystem(A, B);
```

```

? 0.0000123405355684324308?
? -4.86976229038937076 10-15?
? 2.41160314005727663 10-15?
? -6.06110742745715474 10-25?
? -0.00000758348467233453544?
Solut := -0.00000758346810338253990?
? 9.68753663322987172 10-16?
? 1.55480585862749846 10-15?
? 4.92637623004344107 10-15?
? -3.91789019715344375 10-15?
?

```

курунишда ечим курилади

> U := CreateSolution(Solut, w) :

мураккаб курунишдаги пластинканинг максимум эгилиш нуқтаси

топилади

> evalf(U(0,0)) ;

0.00000266092

5-жадвалда мураккаб шаклга эга булган ва тўғрибурчакли тўртбурчакларнинг тебраниши ва электрмагнит майдон компонентлари мос нуқталарда берилган.

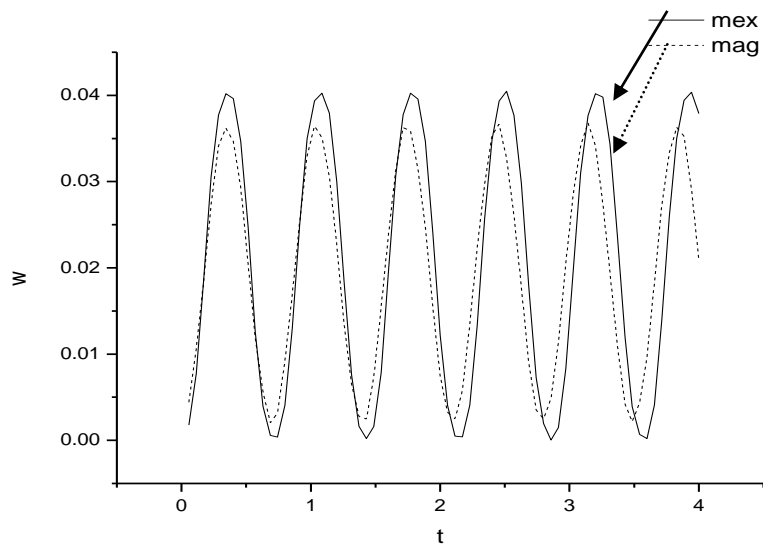
5-жадвал

Пластинканинг мос нуқталарда эгилишлари ва электрмагнит майдон компонентлари ўзгариши

t	$w^*(0;0;t)*10^5$		$w^*(0,5;0,5;t)*10^5$	
	мех	маг	мех	маг
0	0,2344	0,26443	0,76	0,75490
,05 34			490	

,4	0 54	2,7630	2,96107	1,43 63	1,4163
,8	0 58	0,2353	0,40525	0,34 989	0,35989
,2	1 67	2,0203	3,00035	0,87 267	0,88227
,6	1 62	1,7348	1,93487	0,92 052	0,90062
	2 79	1,2304	1,22047	0,24 237	0,25237
,4	2 47	3,4741	3,48414	1,36 975	1,37935
,8	2 16	0,1726	0,19261	0,07 444	0,07454
,2	3 64	4,0396	4,01961	1,37 444	1,38474
,6	3 62	0,0393	0,01937	0,42 46	0,4348
	4 64	3,7581	3,78810	0,84 453	0,87453

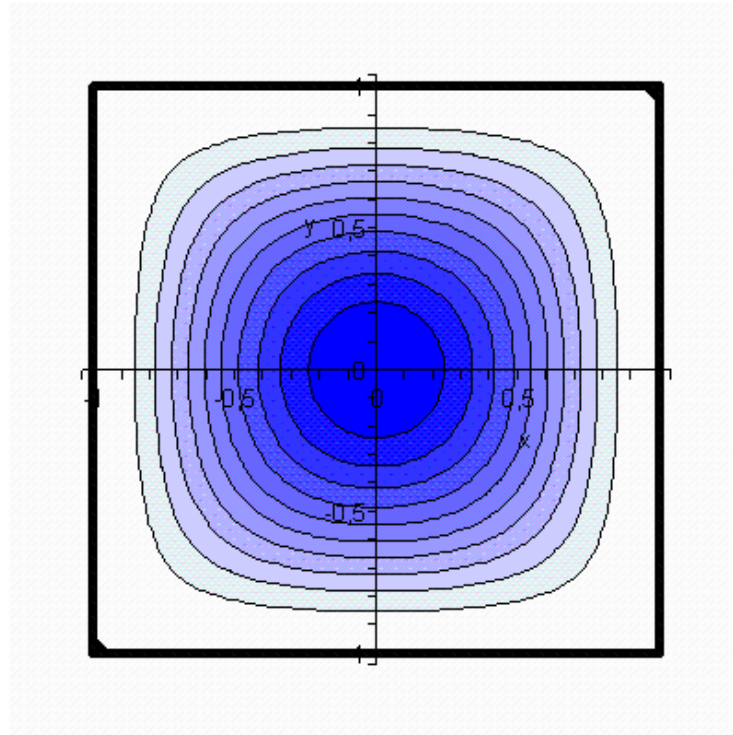
Олинган натижалар шуни кўрсатадики, тўғрибурчакли пластинка ва бурчаклари айлана шаклига олиб келинган пластинка мос нуқталаридаги эгилиш қийматлари бир-биридан фарқи камлигини кўрсатади (3-расм). Бу эса магнит мадонининг таъсири қаттиқ маҳкамланган чегаравий шарт учун кам бўлади (3.3-расм).



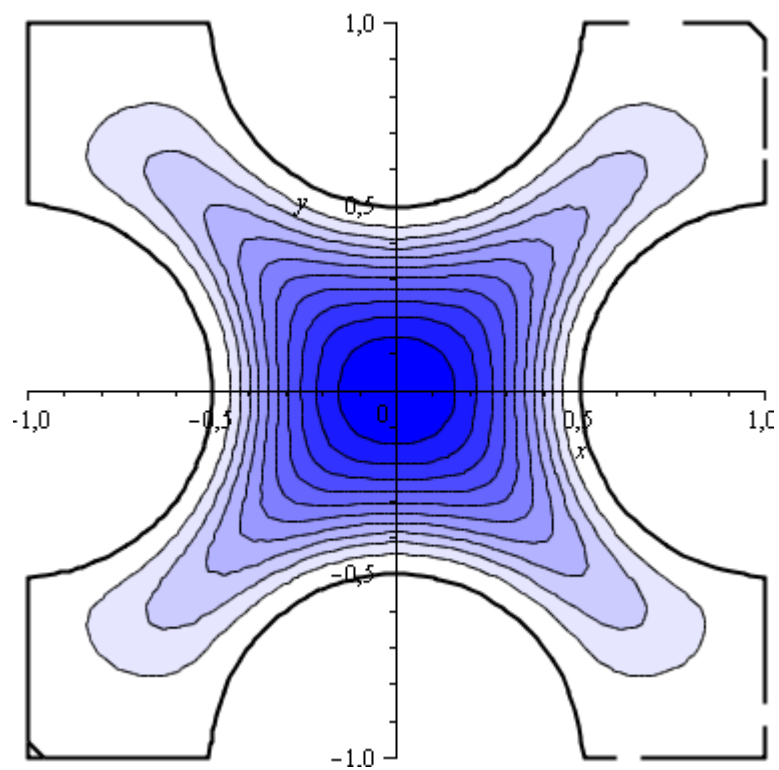
3.4- расм. $x=0, y=0$ нукталарда магнит майдонининг таъсирида ва магнит майдони кучлари таъсир қилмаган ҳоллардаги пластинканинг эгилиши

Maple тизимининг яна бир имкониятиларидан бири бу олинган натижаларни икки ва уч улчовли кўринишларида кўрсата олишидир. Ечилган масаламизни оддий квадрат ва мураккаб шакли пластинка учун жараённи тасвирлайдиган кўринишларида кўйидагича бўлади.

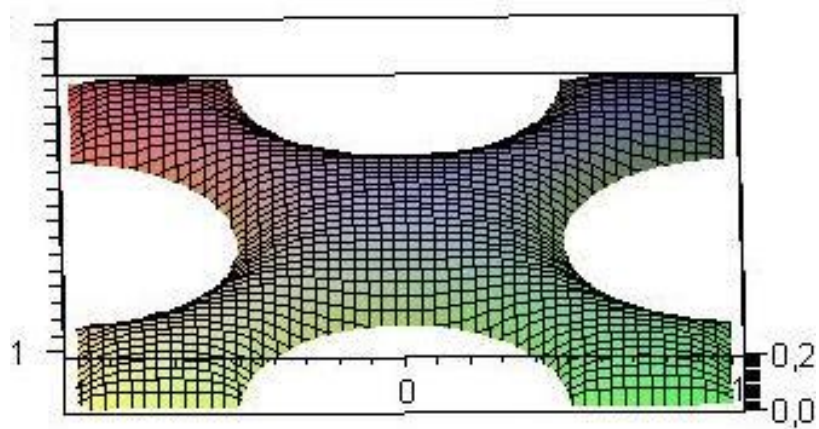
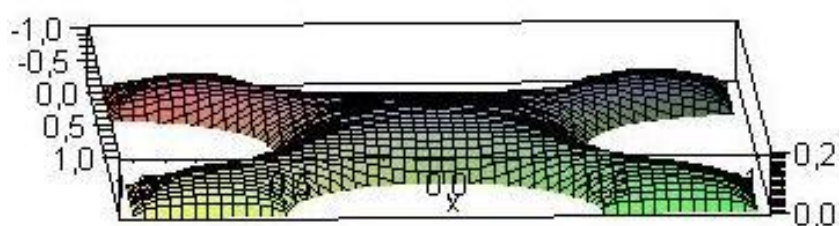
`PlotSolution(Omega, U, BoundRect, 10);`

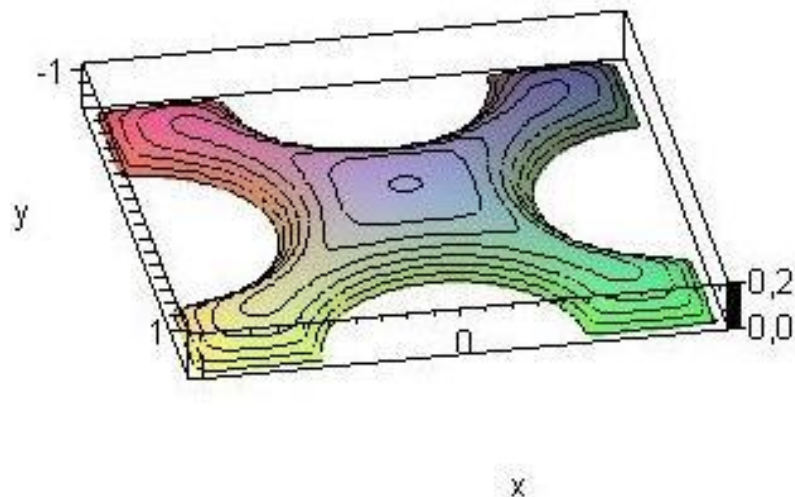


```
PlotSolution(Omega, U, BoundRect, 10);
```



Олинган натижаларни фазовий курунишида ҳам тасвирлаш мумкин. MAPLE тизимида ечилган масаланинг натижаларини куйидаги курунишларда олиш мумкин.





Эркин таянч чегаравий шартларида ташқи куч ва электромагнит майдон кучларнинг таъсирида тебранишлари қаралади. Электромагнит майдон компоненталарининг ва мос нукталарда пластинка эгилишлари қаралади (6-жадвал).

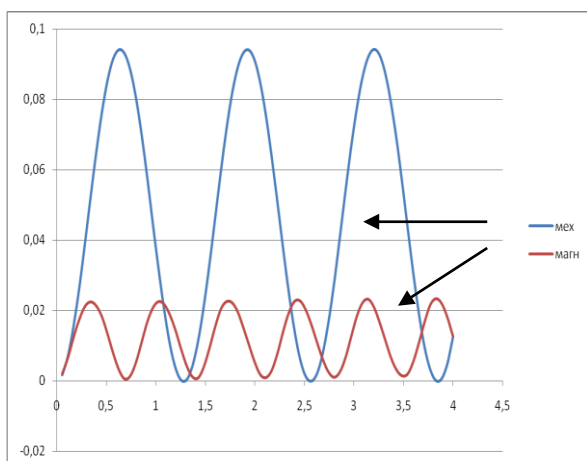
Эркин таянч бўлган чегаравий шартларда пластинкага магнит майдонининг таъсири ва магнит майдони кучлари таъсир қилмаган ҳолларда пластинканинг мос нукталаридаги эгилишлари

6-жадвал

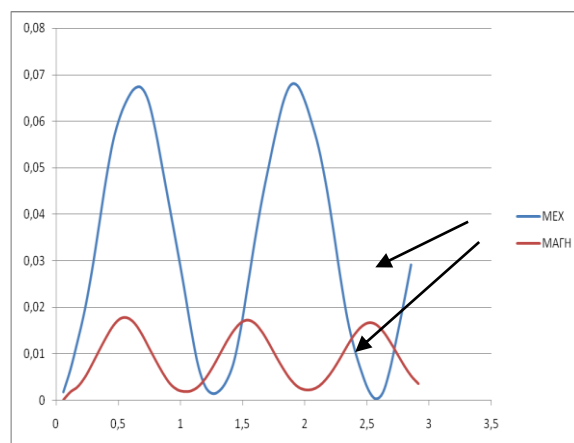
t	$w^*(0;0;t)*10^2$		$w^*(0,5;0,5;t)*10^2$	
	мех	маг	мех	маг
0,05	0,1664	0,4414	0,01807	0,018008
0,4	0,9349	0,34655	4,7396	1,486299
0,8	0,12791	0,9681	5,7854	0,379888

1 ,2	0,4895	0,22877	0,2987	0,862275
1 ,6	0,62658	0,23762	3,4517	0,930616
2 7	0,12846	0,7437	6,4484	0,262368
2 ,4	0,8736	0,35369	1,1212	1,349348
2 ,8	0,7288	0,2496	2,1168	0,075537
3 ,2	0,63347	0,34432	6,6656	1,387773
3 ,6	0,40209	0,9682	2,3075	0,434801
4	0,12669	0,20911	0,9565	0,874533

Қуйидаги 4-5 расмларда эркин таянч шегаравий шарти учун ечилган масаланинг механик ва магнит кучлари биргаликда таъсирига мос нуқталарда эгилишлари ва электромагнит майдон компоненталар қийматлари берилган. Берилган расмлардан бурчаклари айлана кўринишига олиб келинган пластинка марказида эгилиш катта бўлади ва тебраниш частотаси тезлашади.



4-расм. Берилган $x=0,0$; $y=0,0$ нуқтада магнит майдонининг таъсири ва унинг таъсир қилмаган ҳоллардаги кўриниши



5-расм. Берилган $x=0,5$; $y=0,5$ нуқтада магнит майдонининг таъсири ва унинг таъсир қилмаган ҳоллардаги кўриниши

Учинчи боб бўйича хулоса

Учинчи бобда мураккаб шаклга эга магнит майдонида жойлашган юпка пластинкани тебраниш жараёнларини ҳисоблаш тажрибалари келтирилган. Бобнинг биринчи бўлими ҳисоблаш алгоритми ва дастурий мажмуанинг тўғрилигини асослашга бағишланган. Олинган натижаларнинг тўғрилиги мос равишдаги пластинкалар учун бошқа муаллифлар томонидан олинган натижалари билан таққосланади. Магнитстатик ва магнитэластик масалалари тадқиқот қилинган. Олинган натижалар жадваллар ва графиклар шаклларда берилган.

ХУЛОСА

Диссертация ишининг асосий натижаси мураккаб шаклли юпка пластинкаларнинг тебранишининг математик модели, ҳисоблаш алгоритми ва MAPLE тизимида дастурий таъминоти яратилди. Олиб борилган тадқиқотларнинг асосий илмий ва амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

- электромагнит майдондаги классик ва мураккаб шаклли юпка пластинка тебраниши жараёнининг математик модели ишлаб чиқилди;

- В.Л.Рвачевнинг R-функцияси ва Бубнов-Галеркин усулларининг комбинацияси асосида қаралаётган тебраниш масаласининг умумлашган дискрет модели олинди;

- оддий шаклдаги пластинкадан тортиб ихтиёрый конфигурацияли пластинкалар учун ҳисоб-китобини амалга ошириш имконини берадиган ҳисоблаш алгоритми ишлаб чиқилди;

- мураккаб шаклли юпка пластинкалар учун ҳеч қандай аппроксимацияларсиз чегаравий шартларни тўлиқ қаноатлантирадиган координат функциялар кетма-кетлиги қурилди;

- мураккаб соҳаларда икки қаррали интегралларни ҳисоблаш Гаусс тугунларини ва координат функциялар сонини ошириш орқали ҳисоблаш алгоритми тадқиқ қилинди;

- MAPLE тизимида ишлаб чиқилган алгоритм ва дастурий таъминот асосида янги масалалар, яъни электромагнит майдонда жойлашган мураккаб шаклга эга пластинкаларнинг тебраниши бўйича тадқиқот ишлари олиб борилди.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР РУЙХАТИ

1. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. – М.: Наука, 1977. – 272 с.
2. Барзокас Д.И., Зобнин А.И., Сенин Н.А., Фильштанский М.Л. Математическое моделирование в задачах механики связанных полей. Т.2. Статические и динамические задачи электроупругости для составных многосвязных тел. – М.: КомКнига, 2005. – 374 с.
3. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов: Пер. с англ. А. С. Алексеева и др. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
4. Ильин В.П. Численные методы решения задач электрофизики. – М.: Наука, 1985. – 336 с.
5. Кабулов В.К. Алгоритмизация в механике сплошных сред. – Ташкент: Фан, 1979. – 304 с.
6. Кабулов В.К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности. – Ташкент: Фан, 1966. – 391 с.
7. Кантарович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – Л.: Физматгиз, 1977. – 708 с.
8. Курпа Л.В. Применение теории к функций к расчету гибких пластин и пологих оболочек. Численные методы расчета тонкостен протр. конструкции. – Киев: Наукова думка, 1988. – 115 с.
9. Назиров Ш.А., Нуралиев Ф.М., Айтмуратов Б.Ш. Алгоритм решения магнитоупругих тонких пластин во внешнем магнитном поле // Математические методы в технике и технологиях: Сб. трудов XVI Межд. науч. конф. Т.5. – Ростов - на - Дону, 2003. – С.73-74.
10. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хасанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных

аппаратов: Учебное пособие для студентов авиац. спец. вузов. –М.: Высшая школа,1985. –392 с.

11. Рахматулин Х.А., Шкенов Ю.С. Взаимодействие сред и полей. –Ташкент: Фан, 1985. – 232 с.

12. Рвачев В.Л. Теория R- функций и некоторые ее приложения. –Киев: Наукова думка, 1982. – 552 с.

13. Рвачев В.Л., Курпа Л.В. R- функция и в задачах теории пластин. –Киев: Наукова думка, 1988. – 118 с.

14. Рвачев В.Л., Шевченко А.Н. Проблемно-ориентированные языки и системы для инженерных расчетов. –Киев: «Техника», 1988. –200 с.

15. Айтмуратов Б.Ш. Сейтимбетов Д.М., Сабыров А. Мураккаб конфигурацияли пластинкани тебраниш масаласини тарте тизими ёрдамида ечиш // 21 аср интеллектуал авлод асри ККДУ 17-18 июн 2014 й. -233-234 б.

16. Айтмуратов Б.Ш. Сейтимбетов Д.М., Сабыров А. Мураккаб шакли юпка пластинканинг электромагнит майдонда тебраниш масалаларини ечишнинг ҳисоблаш алгоритми ва MAPLE тизимида ечиш FAN VA JAMIYAT , 2014 й.

17. Сейтимбетов Д.М., Сабыров А. Магнит эластик пластинканинг тебраниш масаласини MAPLE тизимида ечиш //Магистрлар илмий ишлар тўлами -Нукус, 2014 й. -47-49 б.

ИЛОВАЛАР