

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA VAZIRLIGI

TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI

O.Q.XATAMOV, SH.E.ESANOV.

**IQTISODIY MASALALARNI YECHISHDA TORA
DASTURIDAN FOYDALANISH**

TORA™

Windows®-versior 1.00, June 2002

Computer algorithms for

H. Taha, OPERATIONS RESEARCH: AN INTRODUCTION, 7th ed, 2003

Prentice Hall, Inc.
Upper Saddle River, New Jersey 07458

Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All rights reserved. This software is furnished under a licensing agreement and may be used and/or copied only in accordance with this agreement. It is against the law to copy this software on tape, disk, or any other medium without written permission from the publisher.

[Click Here](#)

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIYVAO‘RTAMAXSUSTA‘LIMVAZIRLIGI**

TERMIZDAVLATUNIVERSITETI

O.Q.XATAMOV , SH.E.ESANOV.

**IQTISODIYMASALALARNI YECHISHDA
TORADASTURIDANFOYDALANISH
(Uslubiyqo‘llanma)**

Termiz-2017y.

Mualliflar: Termiz davlat universiteti Axborot texnologiyalar kafedrasining mudiri,
iqtisod fanlaridoktori, dotsent **O.Q.Xatamov**,
Amaliy matematika kafedrasining katta o'qituvchisi **Sh.E.Esanov**,

Taqrizchilar: Termiz davlat universiteti Amaliy matematika kafedrasining mudiri, fizika-
matematika fanlaridoktori,
dotsent **Ch.B.Normurodov**, Matematika kafedrasining mudiri, fizika-
matematika fanlarining nomzodi, dotsent **I.N.Xayrullaev**

Mazkur uslubiy qo'llanma Termiz davlat universitetining o'quv-
uslubiy Kengashining 2016 yil 29 apreldagi №9.3-
sonli qarori bilan nashr etishga tavsiya etilgan.

© Iqtisodiy masalalarni yechishda Toradasturidan foydalanish (uslubiy qo'llanma). -
Termiz: TerDU, 2017. - 103 bet.

MUNDARIJA

Kirish	4
1. TORA dasturi to‘g‘risida.....	5
2. Chiziqli tenglamalar sistemasini TORA dasturida yechish texnologiyasi.....	7
3.Chiziqli dasturlash masalasiniTORA dasturida yechish texnologiyasi.....	15
3.1.Chiziqli dasturlash masalasining matematik qo‘yilishi.	17
3.2.Chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechish.	18
4.Transport masalasini TORA dasturida yechish texnologiyasi.....	36
4.1. Shimoliy-g‘arb burchak usulining algoritmi.	37
4.2.Eng kam xarajatlar usulining algoritmi	38
4.3. Transport masalasining tayanch yechimini Fogel usuli yordamida topish.	39
4.4.Transport masalasini potentsiallar usuli bilan yechish.....	41
4.5.Transport masalasini yechish algoritmi.	47
5. Butun sonli dasturlash masalasini TORA dasturida yechish.....	53
5.1. Butun sonli dasturlash mavzusiga doir masala.....	54
6.Tarmoqli modellashtirish	62
6.1.Minimal to‘xtash daraxti algoritmi	62
6.2.Qisqa yo‘lni izlash algoritmi	66
6.3.Maksimal oqimni topish algoritmi.	73
7.Loyihalarni rejalashtirish.	85
8. Ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari.....	90
9. O‘yinlar nazariyasi elementlari.	101
Foydalanilgan adabiyotlar.....	113

Kirish

Ishlabchiqarish, loyihalash, boshqaruvni boshorat qilish va shukabi inson faoliyatining ko'pgina amaliy masalalari optimallashtirish masalalarini yechishga keltiriladi.

Iqtisodiyotga tegishlik ko'pgina optimallashtirish masalalarining aksariyat chiziqli tenglamalar va tengsizliklar sistemasi orqali ifodalanadi.

Shu sababli chiziqli dasturlash debataluvchianashunday masalalarni yechish katta amaliy ahamiyatga egaadir.

Ushbu uslubiy qo'llanma oliyo'quv yurtlarining bakalavriyat bosqichidagi iqtisodiyotda 'limyo'nalish itilabalar uchun "Iqtisodiy matematika" va "Iqtisodiy-matematika usullar va modellar"

hamda Amaliy matematika va informatika da 'limyo'nalish itilabalar uchun "Jarayonlarni tadqiqoti" fanidagi tuzilgan namunaviyo'quv dasturini asosida yaratilgan. Harbiro'tilgan nazariy ma'ruzamavzusini itilabalar tomonidan amaliy jihatdan mustahkamlash maqsadida, to'plamga kiritilgan masalalardan mavzular bo'yicha amaliy vatajribamashg'ulotlarida foydalanish mumkin.

Deyarli barcha masalalardagi mashg'ulot mavzusiga oid qisqacha nazariy materiallar va atipik masalalarni **Tora** dasturida yechish namunalari qadamba-qadam keltirilgan.

Taqdim etilayotgan uslubiy qo'llanmadan amaliy vatajribamashg'ulot darslaridan tashqari mustaqil ta'lim jarayonlarida ham foydalanish mumkin.

1. TORAdasturito'g'risida

Ma'lumki,

iqtisodiy jarayonlarni kompyuter texnologiyalarida modellashtirish natijasida quyidagi bir qancha qulaylik va afzalliklarga erishiladi:

- kompyuterga kiritilgan masalaning yechimini istalgan paytda olishning mumkinligi;
- masalaning shartlarini o'zgartirib, turli xil variantdagi yechimlarni tahlil etishning mumkinligi;
- hisob-kitobishlariga ketadigan vaqtning qisqarishi;
- hisoblashlardagi xatoliklarning oldi olinishi;
- natijalarni tezda chop etishimkoniyatining mavjudligi;
- kiritilgan ma'lumotlarni aniqlik bilan iqtisodiy savvuretish uchun yetarlicha grafikimkoniyatlarining mavjudligi va boshqalar.

Tora amaliy dasturlar majmuasi bilan ishlash uchun zarur bo'ladigan minimal texnik ta'minot:

- Windows 95/98, Windows NT4.0, Windows 2000, Windows XP;
- Prosesor Pentium 233 MGts va yuqori;
- 32 Mb tezkor xotira, Windows 2000 uchun 64 Mb tezkor xotira tavsiya etiladi.
- Windows XP uchun esa 128 Mb tezkor xotira;
- 256 yoki undan yuqori xil rangli VGA, SVGA kabi displeylar.

Tora dasturi uchun ekranni 800x600 yoki 1024x768 piksel garostlash zarur. Imkon bo'lsa 1024x768 piksel garostlash ma'qul.

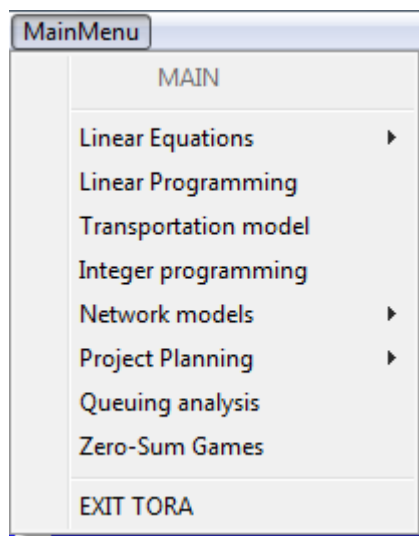
Disk avtomatik ishga tushirilganda so'ngi displey ekraniga quyidagilarda dasturiy ta'minot chiqadi:

T/r	Dasturiy ta'minot	Kompaktdiskdagi katalog nomi
1.	Tora optimallashtirish tizimi	ToraOptimizationSystem
2.	Tora ma'lumotlarni kiritish g'amisollari	ToraFiles
3.	EXCEL fayl (shablon)lari	EXCELFiles
4.	Solver fayl (shablon)lari	SolverFiles
5.	Lingo AmplFiles misollari	LingoAmplFiles

Tora ni yaratish uchun diskdan **Setup Tora** tugmachani bosish va ko'rsatmagario yaqilish kerak. Dastur masalalarni haletishni avtomatik yoki o'quvis tartibidabajaradi. Agar avtomatikishtartibitanlansamasalaningyakuniy yechim standart shaklda ekranga chiqadi. Agar o'quvis tartibitanlansa, masalani yechish algoritmining har bir qadamini o'quvchiga tushunarli bo'lishi uchun ketma-ket amalga oshiriladi. **Tora Files** katalogi asosiy menyu bo'limlariga mos holda yechiladigan masalalar uchun boshlang'ich ma'lumotlarini o'z ichiga oladi.

Ma'lumki, chiziqli dasturlash, transport masalasi, butun sonli dasturlash kabimasalalarni yechishda bir nechta iteratsiyalar orqali optimal yechim aniqlanadi. Bu operatsiyalarni tezda bajarishda **Tora**-(iqtisodiy hisob-kitoblardasturi) dasturidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Dastur **Provdnik** orqali ishga tushiriladi. Dastur ishga tushganda so'ngi ekranda quyidagicha ko'rinishdagitanlashimkonini beradigan **ASOSIY MENYU** paydo bo'ladi.



Ushbu menyuda istalgan usulni tanlab, masalalarni yechish mumkin. Menyudagi biror dasturni ishga tushurish uchun dastur joylashgan qatorga kursorni o'rnatib **ENTER** tugmasini bosish kifoya.

Menyudako'rinish turidagi, ushbu dastur chiziqli tenglamalar sistemasini yechish, chiziqli dasturlash masalasi, transport masalasi, butun sonli programmalash masalasi, tarmoqli model lashtirish, loyihalarni rejalashtirish, ommaviy xizmat ko'rsatish masalalari, nolyig'indil o'yinlari kabimasalalarni haletishga mo'ljallangan.

Agar birordasturda ishlayotgan boʻlsangiz, masalan, transport masalasida, **Main menu** tugma chasi yordamida asosiy menyu gachiqishingiz mumkin.

Agar birordastur yordamida masala yechilgan boʻlib, natijani qogʻozga olish kerak boʻlganda, har biringizni qaytadan natijalarini alohida chop etish mumkin. Buning uchun **F8** tugmasidan foydalaniladi.

Tor dasturi bilan ishlashni yakunlash uchun **EXIT TOR A** qatoriga kursorni oʻrnatib, **Enter** tugmasini bosish talab etiladi.

Tor dasturidan birorta istalgan qatorni tanlab, masala yechish uchun sizga mulohaza qilib berilgan amallarda boʻladivama lumotlarni qanday shakldakiritish, masalan qanday qilib diskda saqlash, uni qaysi usul bilan tahrirlash, masalani yechish va boshqalar boʻyicha mulohaza qildarchalaridan foydalanish mumkin.

Foydalanuvchiga qulay boʻlsin uchun menyu dagi har bir dasturning oʻz ichki menyu simavjudidir. Ushbu menyu orqali masalani yechish bilan bogʻliq barcha amallarni bajarish mumkin.

2. Chiziqli tenglamalar sistemasini **TOR A** dasturida yechish texnologiyasi.

Quyidagi tenglamalar sistemasini berilgan boʻlsin:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \quad (1) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

Bu sistemani matritsa koʻrinishida quyidagicha ifodalash mumkin:

$$AX = B(2)$$

bu yerda, $A = (a_{ij})$ – (1) sistemaning koefitsientlaridan tuzilgan matritsa, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – vektor-satr, $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ – ozodhadlardan tashkil topgan vektor-ustun.

Bu sistemani **tor** dasturida chiziqli tenglamalar sistemaside yiladi.

Agar $n = m$ boʻlsa,

A matritsa kvadrat matritsa boʻladi. Anashunday matritsani determinanti nolga teng boʻlmasa, yaʼni $A \neq 0$ boʻlsa, **A** matritsaga teskari boʻlgan A^{-1} matritsa mavjud boʻladi. (2) sistemaning ikki tomonini A^{-1} teskari matritsaga koʻpaytirilib, berilgan sistemaning yechimi topiladi:

$$X = A^{-1}B \quad (3)$$

Endiesayuqoridaqarabchiqilganchiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish usullaridaniq tisolod foydalanish masalasiga to'xtalib o'taylik.

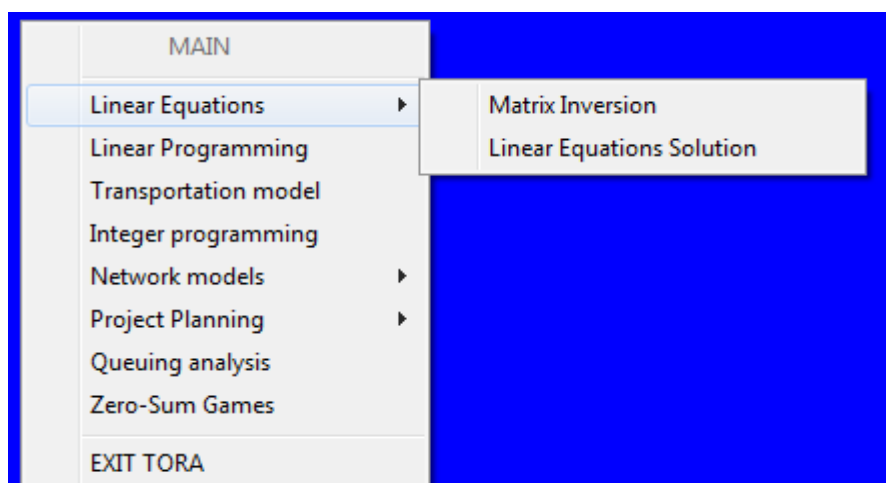
Ma'lumki, makroiqtisodiyot ko'ptarmoqli iqtisodiyotdafaoliyat ko'rsatadi. Buning sa'znavbatidatarmoqlararo balansni o'rnatishni talab etadi. Har birtarmoq birtomondan ishlab chiqaruvchib o'lsa, ikkinchi tomondan boshqatarmoqlar ishlab chiqargan mahsulotlarning iste'molchisi hisoblanadi.

Buning sa'turlik o'rinishidagi mahsulotlarni ishlab chiqarish va iste'mol qilish orqali tarmoqlararo aloqani hisob-kitob qilish masalasining paydo bo'lishiga olib keladi.

Dastlab ushbu muammomatematik model ko'rinishida amerikalik iqtisodchi V.L.ontev ilmiy ishlaridakeltirilgan.

Bu modelchiziqli algebraik tenglamalar sistemasini tahliletishga asoslangan.

Dasturning asosiy menyusidagi (1-rasm) birinchi qator, ya'ni **linear equation** stanlansa,



1-rasm.

Ushbu dastur yordamida berilgan matritsa gateskar matritsani topish va chiziqli tenglamalar sistemasini yechish masalalarini hal qiladi.

Ushbu jarayonni aniq misoldako'ribchiqamiz.

Misol. Ushbu matritsa gateskar matritsani topilsin:

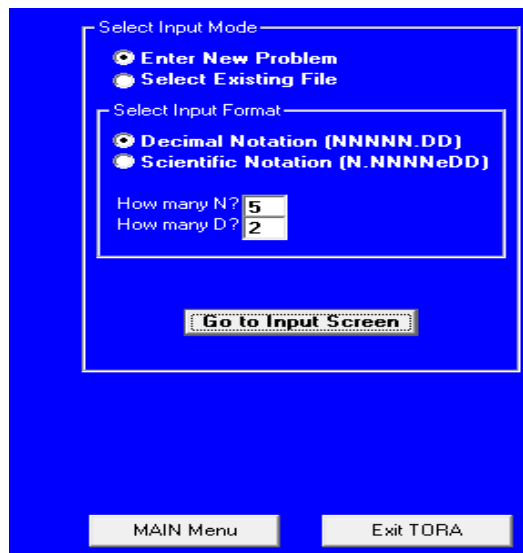
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Tora dasturi yordamida ushbu ish quyidagicha bajariladi:

Linear

equations menyusidagi ichki menyudan **Matrix Inversion** qatoridan tanlab,

Enter tugmachasibosilsa, ekranda quyidagi muloqot darchasipaydo bo'ladi (2-rasm):

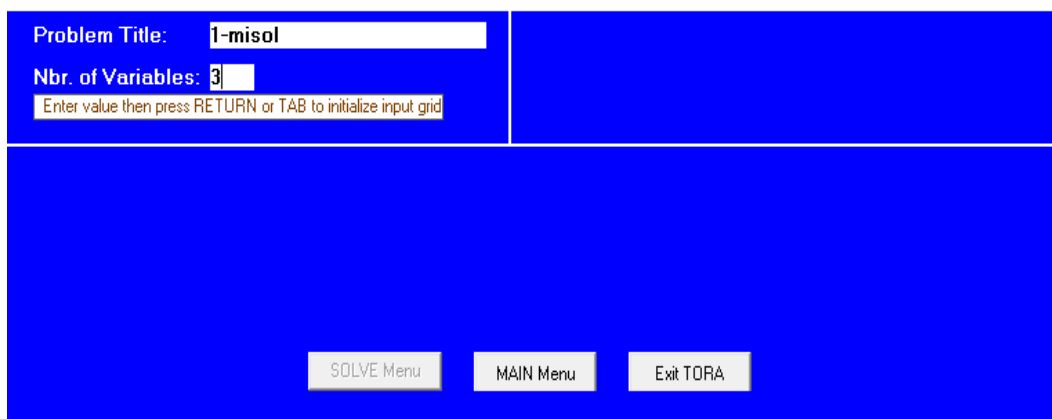


2-rasm

Agaryangimisolkiritmoqchibo‘lsak, **EnterNew Problem**qatoriga, avvalxotiradafaylko‘rinishidasaqlanganmisolniyuklamoqchibo‘lsak, **SelectExistingFile**qatorigabelgiqo‘yiladi.

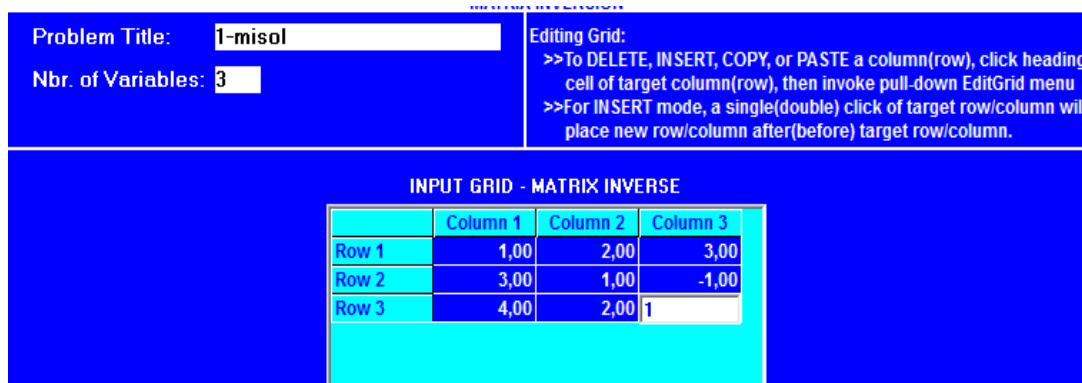
Keyingiqadamdaesasonliqiymatlarningformatlaritanlanadi.Matritsaningqiymlarini o‘nlik kasr ko‘rinishida ifodalash uchun **Decimal Notation (NNNNN.DD)** qatoriga, eksponentsial ko‘rinishda ifodalash uchun esa **Scientific Notation (N.NNNNeDD)** qatorigabelgiqo‘yish kerak. Bu yerda **N**lar birinchi holda sonning butun qismini, **D** – kasr qismini ko‘rsatsa, ikkinchi holda esa **N**lar sonning mantissadagi raqamlar sonini, **D** – darajako‘rsatkichini ifodalaydi.

Masalani yechishga o‘tish uchun **GoToInputScreen** tugmachasibosiladi. Natijadan avbatdagimuloqotdarchasi hosil bo‘ladi (3-rasm).



3-rasm

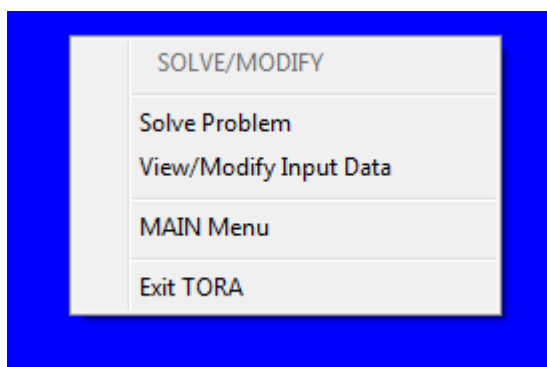
Ushbudarchadagi **Problem Title** satrigamasalarlavhasi, **Nbr.**
of Variables satrigaesao‘zgaruvchilar soni kiritilgandanso‘ng, **Enter** bosilib,
berilgan matritsa elementlar kiritiladi (4-rasm).



4-rasm

Ushbu matritsaning teskarisini topish uchun yuqoridagi darchaning pastki qismid ajoylashgan **Solve Menu** tugmachasibosiladi. Bu vaqtda dastur foydalanuvchidan kiritilgan ma'lumotlarni saqlash yoki saqlamaslik haqida so‘raydi.

Javob berilgandanso‘ng keyingi muloqot darchasini hosil bo‘ladi (5-rasm).



5-rasm

Mazkur darchadan **Solve Problems** satritanlanib, keyingi darchada teskar matritsa qiymatlarining formatitanlanib, **Go To Output Screen** tugmachasibosilsamasalaning yechimi ekranda hosil bo‘ladi (6-rasm).

MATRIX INVERSION

TORA Optimization System, Windows®-Version 1.00
Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
ohorehamba, marit 23, 2016 19:37

MATRIX INVERSION BY LU DECOMPOSITION

Title: 1-misol

Next Iteration All Iterations Write to Printer

ORIGINAL MATRIX:			
	col 1	col 2	col 3
row 1	1,00	2,00	3,00
row 2	3,00	1,00	-1,00
row 3	4,00	2,00	1,00
INVERSE: Determinant = -5,00			
	col 1	col 2	col 3
row 1	-0,60	-0,80	1,00
row 2	1,40	2,20	-2,00
row 3	-0,40	-1,20	1,00

View/Modify Input Data MAIN Menu Exit TORA

6-rasm

Shubilanmasalato‘liq yechildi. Agar dasturgayangima’lumotlarkiritilmoqchibo‘linsa, darchapastidajoylashgan **View/ModifyInputData**tugmachasini, asosiy menyugaqaytishkerak bo‘linsa, **MainMenu**tugmachasini vadasturbilan ishni tugatishlozim bo‘linsa **ExitTORA**tugmachalaridan birinibosish talab etiladi.

Agarnatijaniqog‘ozgachopqilmoqchibo‘lsak, darchaningyuqoriqismidajoylashgan **WritetoPrinter**tugmachasidan foydalaniladi.

Mustaqilishlashgadoirmisollar.

Quyidaberilganmatritsalariningteskarimatritsasini **Toradasturiyordamidatopin**

g.

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{1. A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{2. A} = \begin{pmatrix} 12 & -3 & 21 \\ 4 & 2 & -5 \\ 1 & 7 & 2 \end{pmatrix} \\
 \mathbf{3. A} = \begin{pmatrix} 11 & -13 & 19 \\ 14 & 20 & -11 \\ 11 & 10 & 12 \end{pmatrix} \quad \mathbf{4. A} = \begin{pmatrix} 21 & 43 & 21 \\ 7 & 12 & 8 \\ 13 & 5 & 14 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

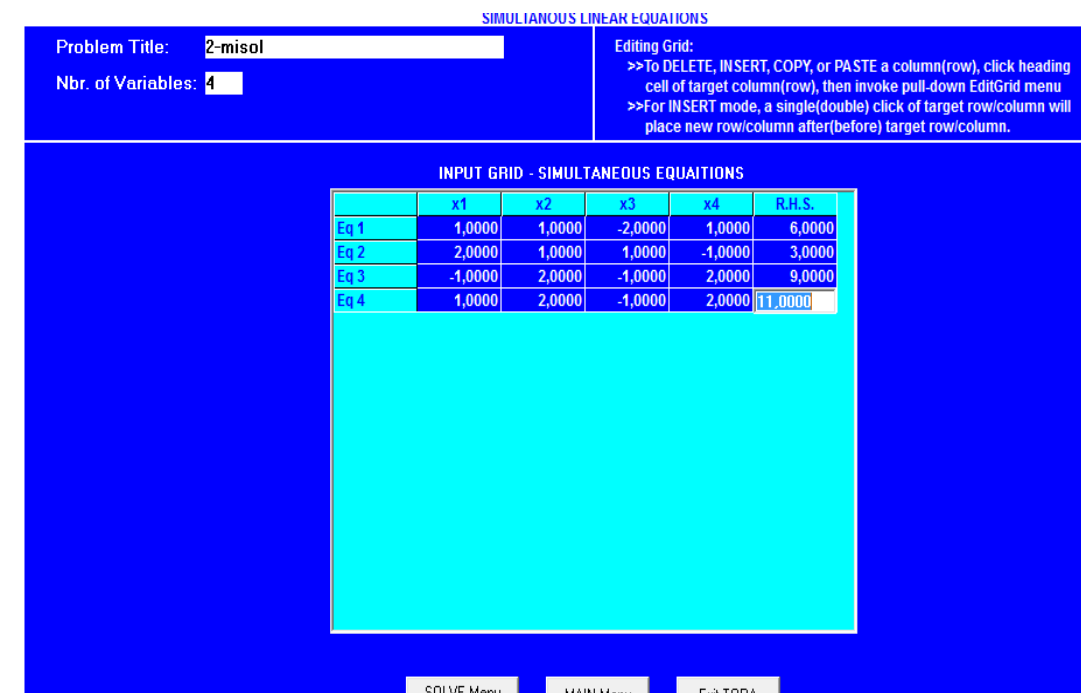
$$\begin{array}{l}
\begin{array}{l}
0 \quad 3 \quad 15 \\
5.A = \begin{array}{ccc} 5 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 6 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
31 \quad 1 \quad 0 \\
6.A = \begin{array}{ccc} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{array} \\
\end{array} \\
\begin{array}{l}
17 \quad 4 \quad 1 \\
7. A = \begin{array}{ccc} 6 & 2 & -8 \\ 1 & 12 & 2 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
9 \quad 7 \quad 1 \\
8.A = \begin{array}{ccc} 14 & 12 & -11 \\ 17 & 5 & 2 \end{array} \\
\end{array} \\
\begin{array}{l}
11 \quad 13 \quad 41 \\
9. A = \begin{array}{ccc} 14 & 2 & -1 \\ 1 & 7 & 2 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
1 \quad -7 \quad 1 \\
10.A = \begin{array}{ccc} 4 & 8 & 81 \\ 1 & 9 & 2 \end{array} \\
\end{array} \\
\begin{array}{l}
9 \quad -7 \quad 1 \\
11. A = \begin{array}{ccc} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 8 & 2 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
2 \quad -3 \quad 21 \\
12.A = \begin{array}{ccc} 4 & 2 & -15 \\ 1 & 7 & 2 \end{array} \\
\end{array} \\
\begin{array}{l}
6 \quad -12 \quad 1 \\
13.A = \begin{array}{ccc} 1 & 21 & -3 \\ 5 & 10 & 2 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
22 \quad 43 \quad 91 \\
14.A = \begin{array}{ccc} 9 & 13 & 1 \\ 5 & 51 & -4 \end{array} \\
\end{array} \\
\begin{array}{l}
14 \quad 9 \quad 15 \\
15.A = \begin{array}{ccc} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
3 \quad 1 \quad 7 \\
16.A = \begin{array}{ccc} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 6 & 2 \end{array} \\
\end{array} \\
\begin{array}{l}
7 \quad 14 \quad 13 \\
17. A = \begin{array}{ccc} 16 & 12 & -8 \\ 41 & 12 & 23 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
19 \quad 17 \quad 11 \\
18.A = \begin{array}{ccc} 14 & 12 & -11 \\ 11 & 15 & 20 \end{array} \\
\end{array} \\
\begin{array}{l}
13 \quad 15 \quad 71 \\
19. A = \begin{array}{ccc} 14 & 2 & -21 \\ 51 & 7 & 23 \end{array} \\
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
31 \quad -17 \quad 11 \\
20.A = \begin{array}{ccc} 24 & 80 & 81 \\ 11 & 91 & 22 \end{array} \\
\end{array}
\end{array}$$

Misol. Quyidagichiziq litenglamalarsistemasining yechimlaritopilsin.

$$\begin{array}{l}
x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\
2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\
-x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 9 \\
x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 11
\end{array}$$

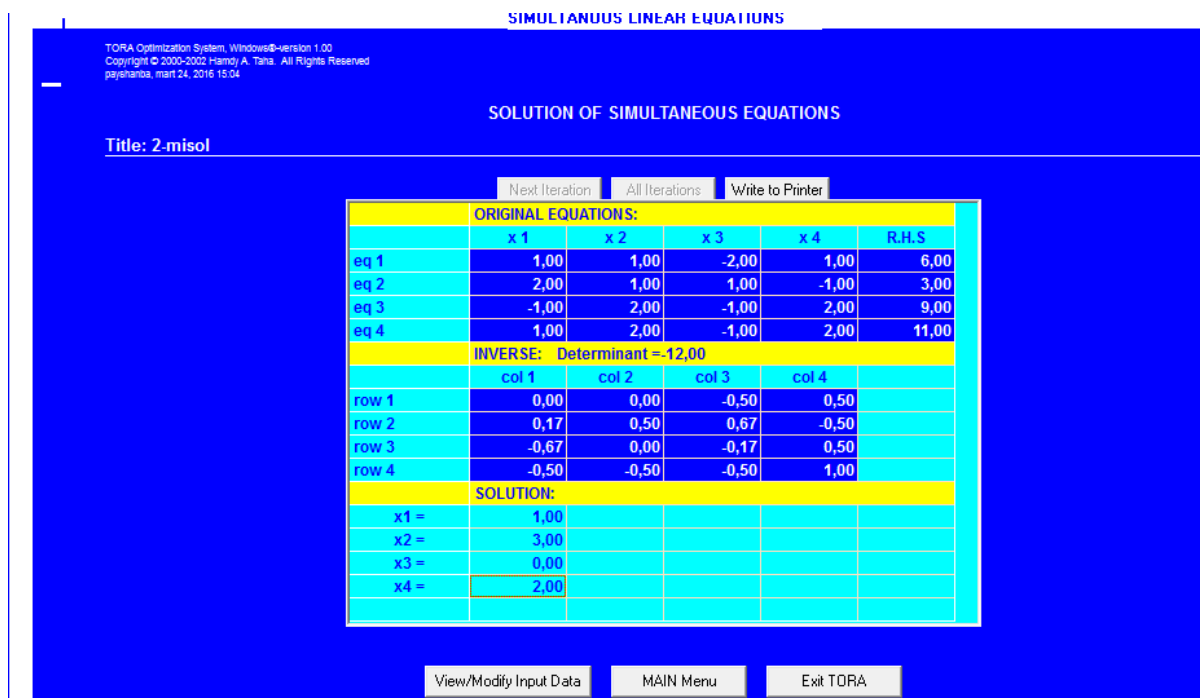
Toradasturiyordamidaushbumisolquyidagicha yechiladi:

LinearEquationsmenyusidagiichkimenyudan**LinearEquationsSolution**qat oritanlanib, **Entertugmachasibosilsa**, ekrandahosilbo‘ladiganmuloqotdarchasiyordamidatenglamalarsistemasikoeffitsient lariformatlarikiritiladiva**GoToInputScreentugmachasibosilib**, keyingidarchadatenglamalarsistemasiningkoeffitsientlarikiritiladi (7-rasm).



7-rasm

Shundanso‘ng **Solve Menu** tugmachasi nibo shorqalimisolni yechishga o‘tiladi. Birinchimisoldagi jarayonlartakrorlangandanso‘ng tenglamalar sistemasining yechimi quyidagidarchada berilgandek hosil bo‘ladi (8-rasm).



8-rasm

Mustaqilishlashgadoirmisollar.

Quyidaberilganchiziqialgebraiktenglamalarsistemasining yechimlarini **Toradasturiyordamidatoping.**

- $3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$ $x_1 + 2x_2 - x_3 = 6$
1. $2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$ **2.** $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 11$
 $2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$ $3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 8$
- $4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9$ $x_1 + x_2 - x_3 = 7$
3. $2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4$ **4.** $2x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 15$
 $5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 18$ $3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 10$
- $2x_1 - x_2 - x_3 = 4$ $4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 17$
5. $3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11$ **6.** $2x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 12$
 $3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11$ $3x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 9$
- $x_1 + x_2 - x_3 = 1$ $2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3$
7. $8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2$ **8.** $x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2$
 $-4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3$ $3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$
- $7x_1 - 5x_2 = 31$ $5x_1 - x_2 + 3x_3 = 16$
9. $4x_1 + 11x_3 = -43$ **10.** $-x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1$
 $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20$ $4x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$
- $x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6$ $x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 5$
11. $2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20$ **12.** $x_1 + 3x_2 - 8x_3 = 3$
 $3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6$ $x_1 - 35x_2 - 2x_3 = 7$
- $x_1 + x_2 + 3x_3 = -1$ $3x_1 - 3x_2 - x_3 = -6$
13. $2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4$ **14.** $3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 17$
 $4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2$ $4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 9$
- $3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8$ $3x_1 + x_2 - x_3 = 4$
15. $2x_1 - x_2 - 3x_3 = -11$ **16.** $x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1$
 $x_1 + 5x_2 + x_3 = -7$ $4x_1 - 5x_2 + x_3 = 3$
- $x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -7$ $3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$
17. $3x_1 + x_2 - x_3 = 5$ **18.** $x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$
 $-3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7$ $7x_1 + x_3 = 6$
- $7x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -11$ $x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -16$
19. $2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 24$ **20.** $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 7$
 $5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -12$ $3x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 13$

3. Chiziqidasturlash masalasini TOR Adasturida yechish texnologiyasi.

Chiziqidasturlash – bu matematik modellashtirish usul boʻlib, chegaralangan resurslardan foydalanishni optimallashtirish uchun ishlab chiqilgan.

Chiziqidasturlash iqtisodiyotning sanoat, qishloq xoʻjaligi, transport kabi koʻpgina tarmoqlarida, sogʻliq nisaqlashtirish tizimi, harbiy sohavahat kabi ijtimoiy fanlarda ham keng qoʻllaniladi. Yaʼni, ishlab chiqarish, loyihalash, boshqarishni bashorat qilish va shular kabi inson faoliyatining koʻplab amaliy masalalari optimallashtirish masalalarini yechishga keltiriladi.

Bunday masalalar jumlasiga masalan, quyidagilarni keltirish mumkin:

- mahsulotlar assortimenti, yaʼni ishlab chiqarishda, xomashyoning chegaralanganligini hisobga olingan holda kerakli mahsulotlarni ishlab chiqarishni maksimal darajaga yetkazish;

- shtatlar jadvali, yaʼni nisbat birliklarini shunday taqsimlash kerakki, eng yuqori yutuqlarga eng kam xarajat oʻralishi taʼminlansin;

- yuk tashishni rejalashtirish, yaʼni mahsulotlarni bir joydan ikkinchi joyga eng kam xarajat bilan yetkazib berish (transport masalasi);

- aralashmatayyorlash, yaʼni turli xil moddalardan eng kam sarf qilib, eng yuqori sifatli aralashma olish;

- chegaralangan resurslarni taqsimlash;

- murakkab tizimlarni loyihalash va hokazolar.

Umumiy holda optimallashtirish masalasi quyidagi uchta tarkibiy qismga ega boʻladi:

- maqsad funksiyasi (optimallashtirish mezon);

- cheklanishlar;

- chegaraviy shartlar.

Chiziqidasturlash masalasi koʻpgina matematik programmalash masalalar kabi uchta asosiy elementdan tashkil topgan:

1. Aniqlanishilozimbo‘lgano‘zgaruvchilar.
2. Optimallashtirishilozimbo‘lganmaqsadfunksiya.
3. O‘zgaruvchilariqanoatlantirilishizarurbo‘lganchegaraviyshartlar.

O‘zgaruvchilarnianiqlashmatematikmodelniishlabchiqishningbirinchiqadami bo‘lib, ular to‘g‘ritanlangandanso‘ngmaqsadfunksiyavachegaraviyshartlarnituzishunchalik murakkabishhisoblanmaydi.

Chegaraviyshartlarqidirilayotgano‘zgaruvchilarqabul qilishimumkinbo‘lganqiymatlarchegarasiniko‘rsatadi. Cheklanishlarqidirilayotgano‘zgaruvchilarto‘rtasidamavjudbo‘lganbog‘lanishlarnianiqlaydi. Maqsadfunksiyasio‘ziningmaksimumyokiminimumqiymatigaerishishigaizlanayotgano‘zgaruvchilarningta‘sirini bildiradi.

Izlanayotgano‘zgaruvchilarningberilganchegaraviyshartlarvacheklanishlarniqanoatlantiruvchiqiymatlariqo‘yilganmasalaningmumkinbo‘lgan yechimlaridebataladi. Optimallashtirishningasosiy maqsadiberilganmasalaningko‘psondagimumkinbo‘lgan yechimlariniichidanbajarilishizarurbo‘lganbarchashartlarniqanoatlantiruvchieng yaxshisinitopishhisoblanadi.

Optimallashtirishmasalasiningmuhimxususiyatlaridanbirio‘zgaruvchilarsoni n vacheklanishlarsoni m bilan aniqlanuvchiuningo‘lchovidir. Agar $n < m$ bo‘lsa, qo‘yilgan optimallashtirishmasalasi yechimga ega bo‘lmaydi. SHuning uchun ham optimallashtirishmasalasiningzaruriy talabini $n > m$ shartni bajarilishi dan iborat.

Qo‘yilgan optimallashtirishmasalasiningmumkinbo‘lgan yechimlaritoplama faqat bitta yechimdan iborat bo‘lsa, $n = m$ shart bajariladi (bunda tenglamalar soni bilan noma‘lumlar soni o‘zaro teng bo‘ladi).

Iqtisodiyotgategishliko‘plaboptimallashtirishmasalalarichiziqitenglamalarva chiziqitengsizliklarsistemasi orqali ifodalanaadi.

SHuninguchunhamularnichiziqidasturlashmasalalaridebataladi.

Chiziqidasturlash-
bumatematikdasturlashnazariyasiningalohidabo‘limibo‘lib,
berilgano‘zgaruvchilargaqo‘yilganqo‘shimchachiziqilishartlarasosida,
ko‘po‘zgaruvchilichiziqilifunksiyaningekstremuminitopishgaxizmatqiladi.

Matematikaningiqtisodiyasalalarni
yechishgatadbiqetilishibilanchiziqidasturlashmasalalarini
yechishusullarijadalsuratlarbilanrivojlanaboshladivauniversal (masalan,
simpleksusuli) hamdamaxsususullaryaratildi.
Universalusullaryordamidachiziqidasturlashgadoirixtiyoriymasalani
yechishmumkin. Chiziqidasturlashmasalasiningasosiyxususiyatishundaniboratki,
maqsadfunksiyasio‘ziningekstremumqiymatigamumkinbo‘lgan
yechimlarnio‘zichigaolgansohaning (ko‘pburchakning) chegaranuqtalaridaerishadi.

Chiziqidasturlashusulidahisob
ishlarimatematikprogrammashningboshqausullarikabinihoyotda ko‘p
qo‘lmehnatinitalabetadi,shutufayli bunday hisob ishlarihisoblashtexnikasi
zimmasiga yuklatilmoqda.

3.1.Chiziqidasturlashmasalasiningmatematikqo‘yilishi.

Matematikdasturlashmasalasideb, n o‘lchovli E_n
to‘plamningqismito‘plamiQda $Q \in E_n$ va E_n gategishli $x = x_1, x_2, \dots, x_n$
nuqtanlarningkoordinatalari x_j lar ($j = \overline{1, n}$) orqaliberilgan cheklanishlar
(tengliklarvatengsizliklar) asosidantao‘zgaruvchigabog‘liqbo‘lgan
 $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning **minimum** (yoki **maksimum**)
qiymatinitopishgaaytiladi. Bu yerda $f(x)$ maqsadfunksiyasi, Q samumkinbo‘lgan
yechimlar to‘plamidebataladi.

Matematikdasturlashmasalasining eng sodda hollaridan birichiziqli dasturlash masalasini hisoblanadi.

Chiziqli dasturlash masalasini umumiy holda quyidagicha ta'riflanadi:

E_n to'plamga tegishli $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E_n$ nuqtalaridan berilgan

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = k+1, 2, \dots, m; \quad (5)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (6)$$

shartlarni (cheklanishlarni) qanoatlaniruvchi shunday nuqtalarni topilsinki, buni nuqtalardan ta'argumentga bog'liq bo'lgan, chiziqli funksiya

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \quad (7)$$

o'zining maksimum (minimum) qiymatiga erishib bo'linmasini topilsin ($f(x)$ -maqsad funksiyasini deb ataladi).

Agar chiziqli dasturlash masalasida (5) ko'rinishdagi, ya'ni tengsizlik ko'rinishdagi cheklanishlar qatnashmasa ($k=m$ bo'lgan holda), ukanonik ko'rinishdagi chiziqli dasturlash masalasini deb ataladi.

Bu holda maqsad funksiyasini (x_1, x_2, \dots, x_n)

o'zgaruvchilardan ixtiyoriy birining funksiyasini ko'rinishda ifodalash mumkin.

3.2. Chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechish.

Agar chiziqli dasturlash masalasini ikki ta'zgaruvchi bog'liq bo'lib, (4) ko'rinishda berilgan tenglik shaklidagi cheklanishlar qatnashmasa, bunday masalalarni grafik usulda yechish va tahlil qilish mumkin. Bunday masalalar amaliyotda kam uchraydi. Ammo, chiziqli dasturlash masalasining yechimini grafik usulda aniqlashg'oyasi chiziqli dasturlash masalasini yechishning umumiy usulini (simpleks usuli) tuzish uchun asos bo'ladi.

Chiziqli dasturlash masalasini yechishni kichik bosqichdan tashkil topadi.

1. Modelning barcha cheklanishlarini qanoatlantiruvchi mumkin bo'lgan yechimlar sohasini tuzish.

2. Mumkin bo'lgan yechimlar sohasi nuqtalari ichidan optimal yechimni topish.

Quyidagi masalani qaraylik:

$$f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \min \quad (8)$$

$$a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (10)$$

(x_1, x_2) tekislikda (9) ko'rinishdagi berilgan ixtiyoriy tengsizlik, $a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 = b_i$ to'g'ri chiziqdan birtomondayotgan yarim tekislikni ifodalaydi.

Buyarim tekislikni aniqlash uchun shu tekislikdayotgan ixtiyoriy nuqtaning koordinatani (6) tengsizlikka qo'yib bajarilishini tekshirish kifoya.

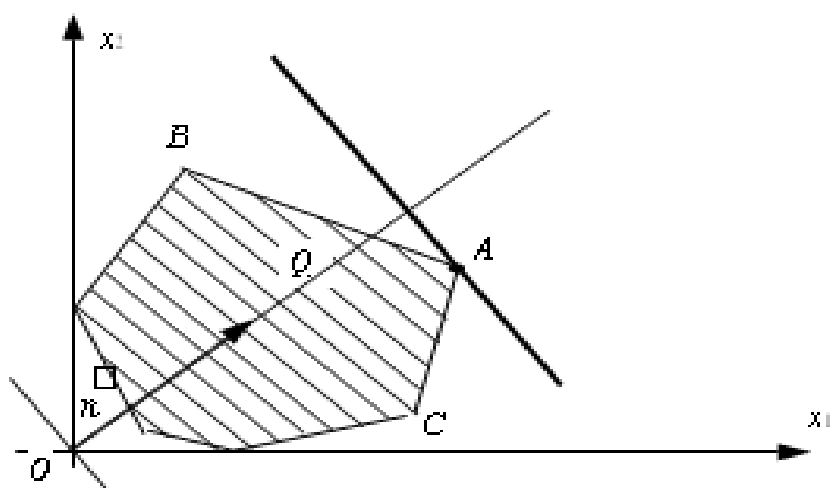
Shunday qilib, qo'yilgan (8) – (10)

masalaning mumkin bo'lgan to'plami $(x_1 \geq 0, x_2 \geq 0)$ birinchi chorakda

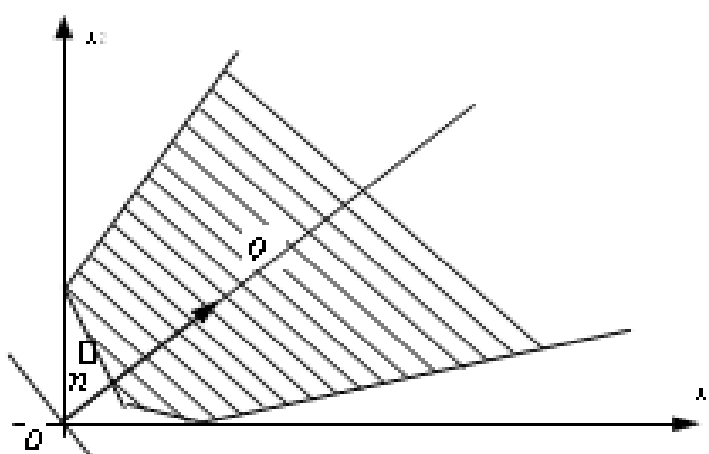
joylashgan yarim tekisliklarning kesishishidan hosil bo'lgan ko'pburchakdan iborat bo'ladi.

Bu yerda quyidagi uchta holdan birini bo'lish mumkin:

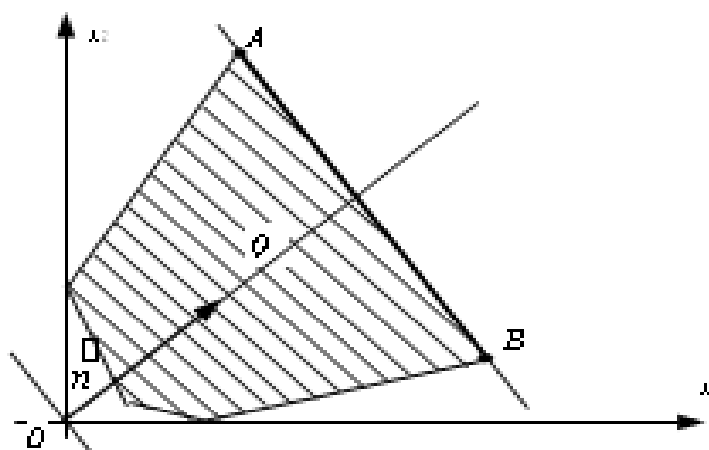
- bo'sh to'plam (masala yechimga ega emas);
- qavariq ko'pburchak (masala yechim ko'pburchakning burchak nuqtasida joylashgan hol, 9-rasm);
- chegaralanmagan ko'pburchak (masala yechimga ega emas, 10-rasm).
- qavariq ko'pburchak (masalada cheksiz ko'pburchak yechimga ega, 11-rasm)



9-rasm



10-rasm



11-rasm

Yuqoridaberilgan (8)-(10) masalani yechishuchun (8) tenglik bilan berilgan maqsad funksiyasi $f \in \mathbb{R}$ ning parallel to'g'richiziqlardan iborat bo'lgan sathchiziqlari o'lasini hosil qilamiz:

$$c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 = c \quad (c = const) \quad (11)$$

Uholda quyidagi antigradient (vektor):

$$-\vec{f}' = \langle -c_1, -c_2 \rangle = \vec{e} \quad (12)$$

(11) tenglamabilan berilgan to'g'richiziqqa perpendikulyar bo'ladigan f' funksiyaning kamayish yo'nalishini ko'rsatadi.

Agar (11)

tenglamabilan berilgan ixtiyoriy to'g'richiziqni o'plam bilan hech bo'lmaganda bitta umumiy nuqtaga ega bo'ladigan holatga kelguncha \vec{e}

vektori yo'nalishi bo'yicha parallel ko'chirsak,

uholdab to'g'richiziqning oxirgi holatida \vec{e} ga tegishli shunday nuqtadan o'tadiki, bu nuqtada maqsad funksiyasi f o'zining eng kichik qiymatiga ega bo'ladi.

Quyidagi berilgan misollar orqali grafik usul bilan yaqindan tanishamiz.

Misol. Berilgan chiziqli dasturlash masalasini grafik usulni qo'llab yeching.

$$z = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 5x_2 \leq 180 \\ 7x_1 + 7x_2 \leq 140 \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 150 \\ x_1 \geq 6, \quad x_2 \geq 4, \end{cases}$$

Yechish.

$$x_2 = 36 - 2x_1$$

$$x_2 = 20 - x_1$$

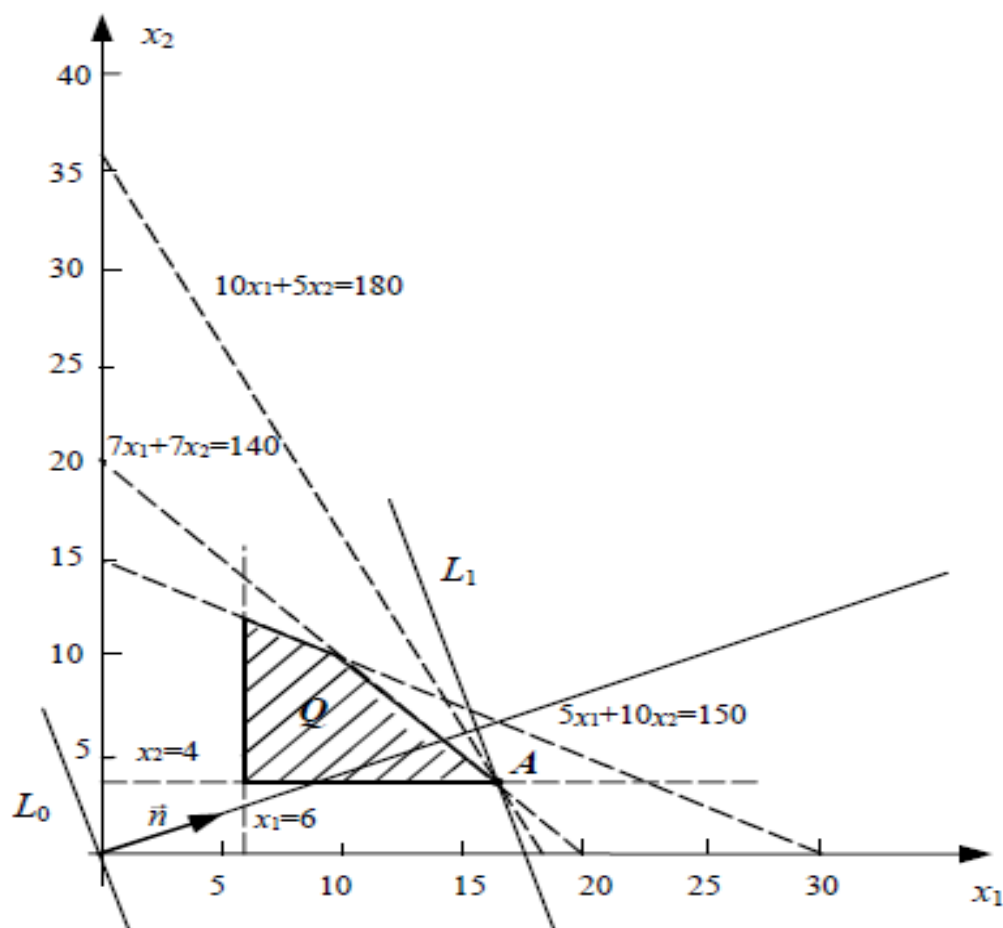
$$x_2 = 15 - 0.5x_1$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = 4,$$

to'g'richiziq larni grafikini yasab, (x_1, x_2) tekislikda o'plamni (ABCDE ko'pburchakni), berilgan maqsad funksiyasidan esa

$$5x_1 - 2x_2 = c$$

to'g'richiziq tenglamasini $vac = -10$ dasathchiziqlardan biri $5x_1 - 2x_2 = -10$ yoki $5x_1 - 2x_2 = 10$ ni hosil qilamiz. Berilgan masalaning mumkin bo'lgan yechimlarini to'g'ri planing geometrik tasvirini hosil bo'ladi (12-rasm).

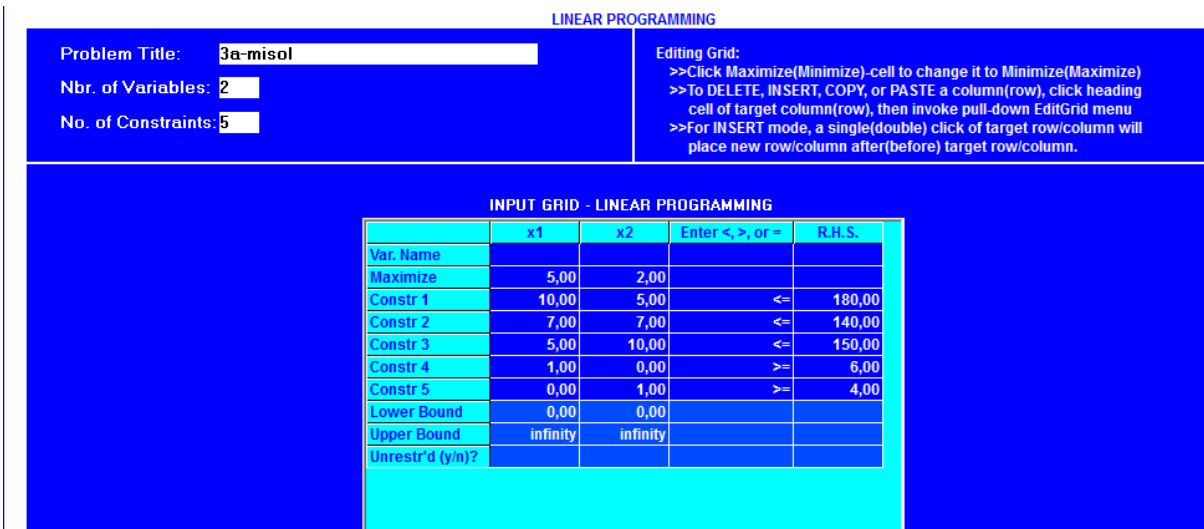


12-rasm.

Yuqoridako'ribo'tganimizdek,

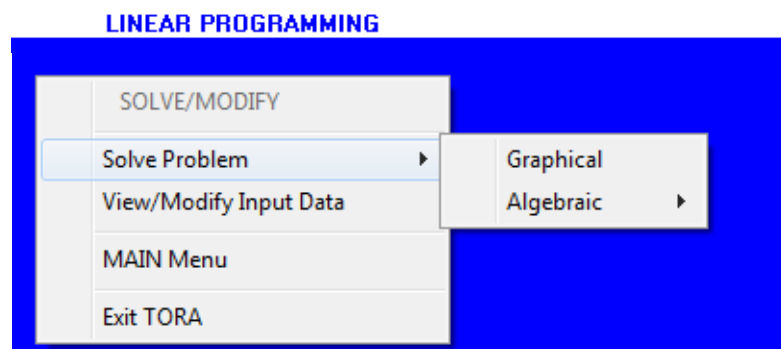
Tor dasturimuloqotoy nalar orqali foydalanuvchiga masalani yechish jarayonini sonlashtirib boradi. Har bir masalani **Tor** dasturi orqali yechishda, avvalo, uning iqtisodiy-matematik modelini tuzish lozim. Ushbu tuzilgan iqtisodiy-matematik modelning sonli axborotlari **Tor** dasturidagi istalgan masalani yechishga asos bo'ladi.

Qarabchiqilgan chiziq lidasturlash masalasini grafik usulda yechish uchun quyidagi muloqotoy nasiga masalaning berilishini kiritish zarur (13-rasm).



13-rasm.

Ma'lumotlarkiritilibbo'lingandanso'ngmasalani yechishuchunquyidagidarchadan **Solve Problem** quyimenyusidan **Graphical** satritanl anadi (14-rasm).



14-rasm.

Navbatdagi qadamda 2-
rasmdagikeltirilgan muloqot oynasidagisavollargajavobberib, masalani
yechishgao'tishuchun **Go To Input Screen** tugmachasibosilishitalabetiladi. Natijada
15-rasmdatasvirlangan muloqot oynasipaydobo'ladi.
Grafikniekrangachiqarishuchunushbumuloqot oynasidajoylashgan **Click heretograph**
hLP ino'nestroketugmachasinibosishtalabetiladi.

GRAPHICAL LINEAR PROGRAMMING SOLUTION

To graph the LP below, click constraints one at a time, then click objective function

3a-misol

Maximize $z = 5,00x_1 + 2,00x_2$

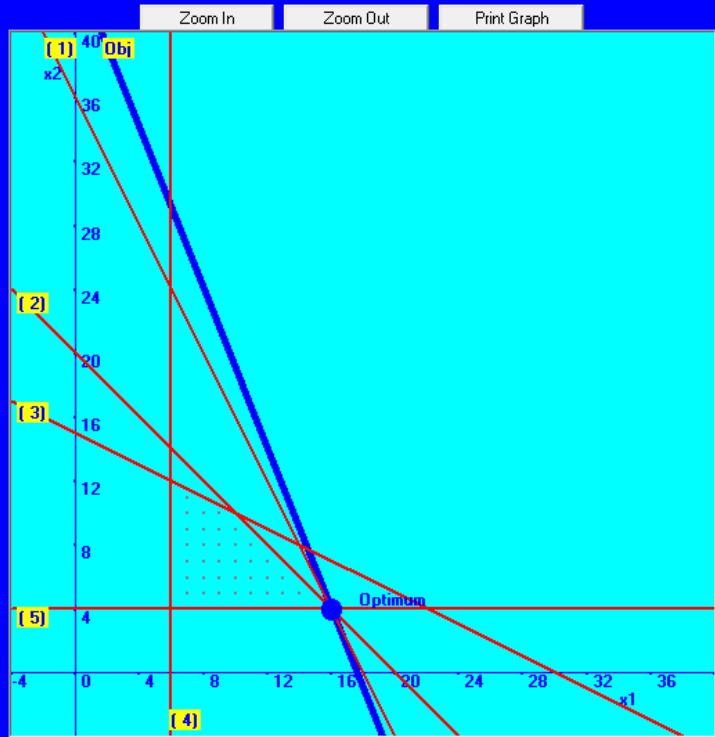
subject to

(1) $10,00x_1 + 5,00x_2 \leq 180,00$
 (2) $7,00x_1 + 7,00x_2 \leq 140,00$
 (3) $5,00x_1 + 10,00x_2 \leq 150,00$
 (4) $1,00x_1 + 0,00x_2 \geq 6,00$
 (5) $0,00x_1 + 1,00x_2 \geq 4,00$

all $x_j \geq 0$

Click here to graph LP in one stroke

Optimal Solution
 Objective value = 88,00
 $x_1 = 16,00$
 $x_2 = 4,00$



View/Modify Input Data MAIN Menu Exit TORA

15-rasm.

Hosilbo‘lganyuqoridagigrafikniqog‘ozgachiqarishuchunmuloqotoynasiningy uqorio‘ngburchagidajoylashgan**PrintGraph**tugmachasibosiladi.

Mustaqilishlashgadoirmisollar.

Quyidaberilganchiziqolidasturlashmasalasini **Tor**adasturiyordamidagrafikusul da yechilsin.

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max & f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max \\
 x_1 + 2x_2 \leq 1, & x_1 + 2x_2 \leq 8, \\
 2x_1 + x_2 \leq 1, & -2x_1 + x_2 \leq 4, \\
 x_1, x_2 \geq 0. & x_1 + 3x_2 \geq 9, \\
 & x_1, x_2 \geq 0.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -5x_1 + 5x_2 \rightarrow \min, & f(x) = -x_1 - 3x_2 \rightarrow \min, \\
 -x_1 - x_2 \leq 4, & 2x_1 + x_2 \leq 2, \\
 x_1 - 2x_2 \leq 2, & x_1 - x_2 \geq 0, \\
 x_1 + x_2 \leq 15, & x_1 - x_2 \leq 1, \\
 x_1, x_2 \geq 0. & x_1, x_2 \geq 0.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min, & f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min, \\
 2x_1 + x_2 \geq 1, & x_1 \leq 3, \\
 3x_1 - x_2 \geq -1, & x_2 \leq 2, \\
 x_1 - 4x_2 \leq 2, & x_1 + x_2 \leq 1, \\
 x_1, x_2 \geq 0. & x_1, x_2 \geq 0.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min, & f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min, \\
 x_1 \leq 2, & x_1 + x_2 \geq 1, \\
 x_1 + 2x_2 \geq 2, & x_1 - x_2 \geq -1, \\
 x_2 \leq 2, & x_1 - x_2 \leq 1, \\
 x_1 + x_2 \leq 3, & x_1 \leq 2, \\
 x_1, x_2 \geq 0. & x_2 \leq 2, \\
 & x_1, x_2 \geq 0.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min, & f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min, \\
 x_1 + 2x_2 \geq 2, & 2x_2 \geq 1, \\
 2x_1 - x_2 \geq 0, & x_1 + x_2 \leq 3, \\
 x_1 - 2x_2 \leq 0, & x_1 \leq 2, \\
 x_1 - x_2 \geq -1, & x_2 \leq 2, \\
 x_1, x_2 \geq 0. & 2x_1 + x_2 \geq 2. \\
 & x_1, x_2 \geq 0.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -x_1 + 3x_2 \rightarrow \max, & f(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max, \\
 2x_1 - 3x_2 \geq 1 & x_1 + 3x_2 \leq 18, \\
 x_1 - x_2 \leq 3, & 2x_1 + x_2 \leq 16, \\
 x_1 + x_2 \geq 15, & x_2 \leq 5, \\
 x_1 \geq 0, j = 1, 2 & x_1 \leq 7, \\
 & x_j \geq 0, j = 1, 2.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max. & f(x) = x_1 - 10x_2 \rightarrow \min, \\
 3x_1 + 5x_2 \leq 15, & 3x_1 + x_2 \leq 12, \\
 -x_1 + x_2 \leq 2, & -8x_1 + 3x_2 \leq 24, \\
 10x_1 + 7x_2 \leq 35, & x_j \geq 0, j = 1, 2. \\
 x_j \geq 0, j = 1, 2. & . \\
 & .
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -x_1 - 3x_2 \rightarrow \min, & f(x) = -3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min, \\
 x_1 + 2x_2 \leq 4, & 3x_1 - 2x_2 \geq 2, \\
 2x_1 + x_2 \leq 4, & x_1 + x_2 \leq 3, \\
 -2x_1 + 3x_2 \leq 9, & 4x_1 + 5x_2 \leq 10 \\
 6x_2 + 9x_3 \leq 36, & , \\
 x_j \geq 0, j = 1, 2. & x_j \geq 0, j = 1, 2.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -13x_1 + 7x_2 \rightarrow \max & f(x) = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max, \\
 2x_1 + x_2 \leq 5, & 2x_1 + 5x_2 \leq 20, \\
 3x_1 - x_2 \geq 3, & 8x_1 + 5x_2 \leq 40, \\
 x_1 \leq 10, x_2 \geq 2 & 5x_1 + 6x_2 \geq 30, \\
 x_j \geq 0, j = 1, 2. & x_j \geq 0, j = 1, 2.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min, & f(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max, \\
 x_1 + 2x_2 \leq 7, & x_1 + x_2 \geq 1, \\
 2x_1 + x_2 \leq 8, & -2x_1 + x_2 \leq 1, \\
 x_2 \leq 3, & x_1 - 2x_2 \leq 0, \\
 x_j \geq 0, j = 1, 2. & x_j \geq 0, j = 1, 2.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max, & f(x) = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min, \\
 2x_1 + 4x_2 \leq 14, & 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\
 4x_1 + 2x_2 \leq 16, & 2x_1 + x_2 \leq 8, \\
 x_2 \leq 4, & x_2 \leq 5, \\
 x_j \geq 0, j = 1, 2. & x_j \geq 0, j = 1, 2.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max, & f(x) = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max, \\
 x_1 + 3x_2 \leq 9, & 10x_1 + 5x_2 \leq 18, \\
 x_1 + 2x_2 \leq 8, & 7x_1 + 2x_2 \leq 14, \\
 x_1 \leq 15, & 5x_1 + 10x_2 \leq 15, \\
 x_j \geq 0, j = 1, 2. & x_j \geq 0, j = 1, 2.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 f(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max, \\
 x_1 + 9x_2 \leq 7, \\
 x_1 + 10x_2 \leq 3, \\
 30x_1 + 2x_2 \leq 14, \\
 x_j \geq 0, j = 1, 2.
 \end{array}$$

3.3. Chiziqdasturlashmasalasinisimpleksusulida yechishniTORAdasturidaamalgaoshirish.

Chiziqdasturlashmasalasinisimpleksusulida yechishdadastlab, uqandaydirbaziso‘zgaruvchiganisbatankanonikko‘rinishgakeltirilishilozim.

Masalani yechishqadamlarisimpleksjadvalko‘rinishdaifodalanib, davomettirishqulay. Birtayanch

yechimdanikkinchisigao‘tishbazisgaerklivo‘zgaruvchilardanbirinikiritishorqaliamal gaoshiriladi. Bundabiziso‘zgaruvchiningbirierklivo‘zgaruvchigaaylanadi, ya’ni $x_j \leftrightarrow x_p$. Birbazisdanikkinchisigao‘tishJordan-

Gaussusuliyordamidaamalgaoshiriladi.

Bundasimpleksjadvaldagihisoblashlarquyidagichaamalgaoshiriladi:

1. Halqiluvchielementteskarisigaalmashtiriladi $d_{ip} \rightarrow 1/d_{ip}$
2. HalqiluvchiLsatrelementlarihalqiluvchielement d_{ip} gabo‘linadi.
3. HalqiluvchiustunRelementlari, (halqiluvchielementdantashqarisi) $-d_{ip}$ gabo‘linadi.
4. Simpleks-
jadvalninghalqiluvchisatrvaustunlargakirmaganelementlaritortburchakqoida sigako‘raqaytahisoblanadi.

Simpleksusuliikkibosqichdaniborat.

Birinchibosqichda chegaraviyshartlartizimiuchuntayanch yechimtopiladiyokichegaraviyshartlartizimibirgalikdaemasligi (mumkinbo‘lgan yechimlartoplami- bo‘sh) tekshiriladi.

Ikkinchibosqichda maqsadfunksiyaningchegaralanmaganligiisbotlanadiyoki optimal yechimtopiladi.

Simpleksusulialgoritmi:

- 1.1. Chizikli dasturlashmasalasiningumumiyko‘rinishdashakllantiriladi;
- 1.2. Chizikli dasturlashmasalasigasun‘iybazislarkiritilib, kanonikko‘rinishgakeltiriladivasimpleks-jadvaltuziladi;
- 1.3. Agarozgarmaslarustunidamanfiyelementbo‘lmasa, uholda 1.4-bandgao‘tiladi, aksholdamanfiyelementtopiladi.

Agarmanfiyo‘zgarmasbo‘lgansatrdamanfiyelementbo‘lmasa, uholda

yechimyo‘q. Agarmanfiyelementbo‘lsa, unganosustunhalqiluvchiustunhisoblanadi. Ushbuustunelementlarichidan (ozgarmaslarishorasibilanbirxilbo‘lganlaridan) halqiluvchielementtopiladi.

Ularichidano‘zgarmasniustunningmoselementiganisbatiningengkichigioli nadi. Undanso‘ngsimpleksjadvalmazkurhalqiluvchielementganisbatanqayt ahisobkitobqilinadi. Agarqaytahisoblashdanmaqsad funksiyasining absolyutqiymatikamaymasa, buholtayanch yechimningyo‘qliginiko‘rsatadi;

1.4. O'z garmaslar ustunida barcha hadlarni manfiy bo'lsa, tayanch yechim topilgan hisoblanadi va ikkinchi bosqichga o'tamiz.

2.1. Maqsad funksiyaning chegaralanmaganlik aloqasi

Agar simpleks jadvalning Z satrda

(maqsad funksiyakoefitsientlaridan tashkil topgan)

musbat element bo'lsa va uning mos keluvchi ustun musbat elementlari bo'lsa, u holda maqsad funksiyaning chegaralanmagan bo'ladi.

Yechimning optimallik aloqasi.

Agar Z satrdagi k li o'zgaruvchi larning barcha koefitsientlari musbat bo'lsa, u holda, ushbu tayanch yechim optimal hisoblanadi.

Agar tayanch

yechimning optimallik aloqasi yoki maqsad funksiyaning chegaralanmaganlik aloqasi bilan bajarilmasa,

Z satrdan qandaydir musbat element topiladi va uning mos kelgan ustun halqiluvchi bo'ladi, ya'ni bazisga X_r erkin o'zgaruvchi kiritiladi. Halqiluvchi ustun elementlaridan (mos o'zgarmaslar bilan bir hilish oralaridan) $d_{ip} =$

$\min\left(\frac{b_i}{d_{ip}}\right)$ shartini qanoatlantiruvchisini halqiluvchi element deb qabul qilamiz.

Shunday qilib, simpleks jadvalda d_{ip} halqiluvchi elementini tanlab, qayta hisoblash amalga oshiriladi.

2.2.

Agar optimallik aloqasi yoki maqsad funksiyaning chegaralanmaganlik aloqasi bajarilsa, a- algoritim tugaydi.

Tajribalar shuni ko'rsatadiki, chiziqli dasturlash masalasi simpleks usulda yechishda 1,5 m tadan 3 m tagacha (bu yerdan chegaraviy shartlar tizimida o'zgaruvchisoni) simpleks jadvalni qayta hisoblashlar bajariladi.

Endi chiziqli dasturlash masalasi umumiy holda, ya'ni simpleks usulida yechish bosqichlarini qarab chiqamiz.

Misol. Faraz qilaylik berilgan masalaning qiymatlarga egabo'lganiqtisodiy matematik model (13), (14), va (15) ifodalari bilan berilgan bo'lsin.

$$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \geq 62$$

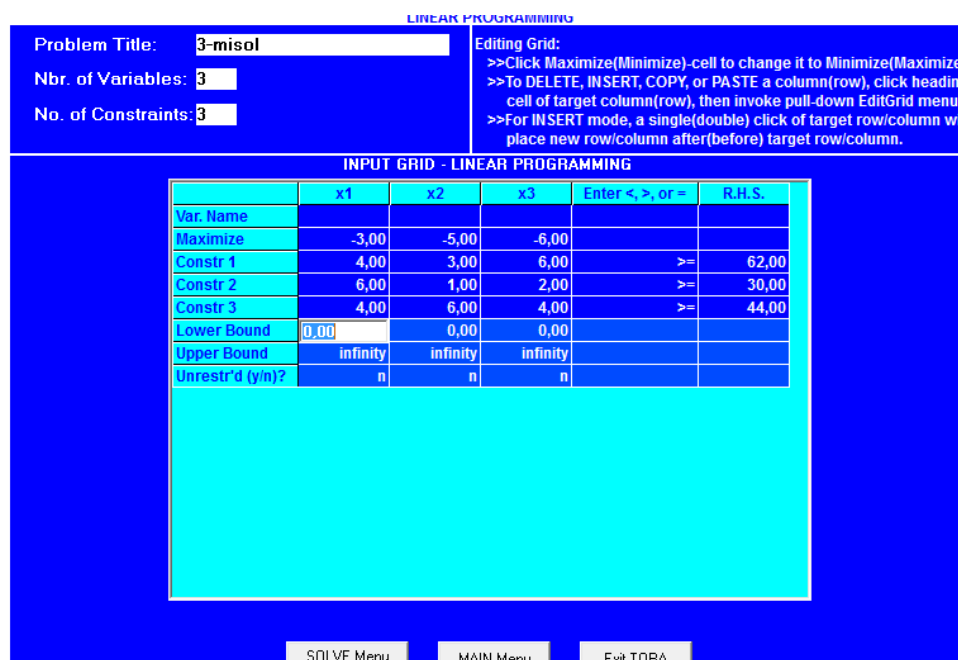
$$6x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 30 \quad (13)$$

$$4x_1 + 6x_2 + 4x_3 \geq 44$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3. \quad (14)$$

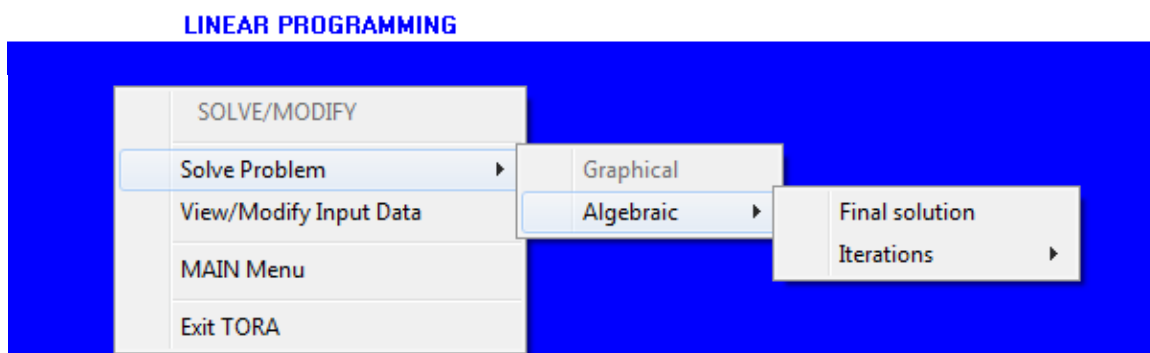
$$F x = 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 \rightarrow \min \quad (15)$$

Qarabchi qilganchi ziq lidasturlash masalasini simpleks usulda yechish uchun quyidagi muloqot oyoynasiga yuqoridagi keltirilgan masalaning berilganlarini kiritamiz (16-rasm).



16-rasm.

Ma'lumotlarni kiritilib bo'lingandan so'ng, masalani yechish uchun quyidagi darchadan **Solve Problem** quyidagi menyudan **Algebraic**ni tanib, **Final Solution**ni tanib, agar iteratsiya qadamlaridagi natijani ko'rmochibo'lsak,



Iteration quyisatritanlanishikerak (17-rasm).

17-rasm.

Navbatdagi qadamda rasmdagi keltirilgan muloqot oyoynasidagi savollarga javob berilib, yechishga o'tish uchun **Go To Input Screen** tugmasi bosilishi talab etiladi. Yakuniy natija quyidagi keltirilgan muloqot oyoynasidagi hosil bo'ladi (18-rasm).

2-
masalani

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00
Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
Juma, mar 25, 2016 13:45

LINEAR PROGRAMMING OUTPUT SUMMARY

Title: 3-misol
Final Iteration No.: 8
Objective Value (Max) = 46,50

Next Iteration All Iterations Write to Printer

Variable	Value	Obj Coeff	Obj Val Contrib
x1:	15,50	-3,00	-46,50
x2:	0,00	-5,00	0,00
x3:	0,00	-6,00	0,00

Constraint	RHS	Slack-/Surplus+
1 (>)	62,00	0,00
2 (>)	30,00	63,00+
3 (>)	44,00	18,00+

Sensitivity Analysis

Variable	Current Obj Coeff	Min Obj Coeff	Max Obj Coeff	Reduced Cost
x1:	-3,00	-4,00	0,00	0,00
x2:	-5,00	-infinity	-2,25	2,75
x3:	-6,00	-infinity	-4,50	1,50

Constraint	Current RHS	Min RHS	Max RHS	Dual Price
1 (>)	62,00	44,00	infinity	-0,75

View/Modify Input Data MAIN Menu Exit TORA

18-rasm.

Natijani bosmagachi qarish uchun muloqot oyoynasining yuqori o'ng burchagidagi joylashgan **Write to Print** tugmasini bosish kifoya.

Mustaqil ishlashganda o'irmisollar.

Quyidagi berilgan chiziqli dasturlash masalalari **Tora** dasturiy ordamida simpleks usulida yechilsin.

$$1. f(x) = -5x_1 + 4x_2 - x_3 - 3x_4 - 5x_5 \rightarrow \min$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_4 + x_5 = 5$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 6$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 9$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^0 = 0, 0, 1, 2, 1$$

$$2. f(x) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{aligned}
3x_1 + x_2 + x_3 - 6x_5 &= 7 \\
2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 7x_5 &= 10 \\
-3x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 &= 1 \\
x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^0 &= 1, 2, 2, 0, 0 .
\end{aligned}$$

3. $f(x) = 2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 2x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\
2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 &= 7 \\
x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 &= 6 \\
x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^0 &= 2, 1, 2, 0, 0 .
\end{aligned}$$

4. $f(x) = x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 + 3x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
-2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 &= 1 \\
-8x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 4x_5 &= 1 \\
-x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 &= 1 \\
x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^0 &= 0, 1, 1, 0, 1 .
\end{aligned}$$

5. $f(x) = -2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
x_2 + 2x_4 - x_5 &= 1 \\
x_1 - x_4 - x_5 &= 1 \\
2x_2 + x_3 + 2x_5 &= 4 \\
x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^0 &= 1, 1, 2, 0, 0 .
\end{aligned}$$

6. $f(x) = x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - 3x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
2x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 &= 3 \\
3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_5 &= 1 \\
-3x_1 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 &= 1 \\
x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^0 &= 0, 1, 1, 1, 0 .
\end{aligned}$$

7. $f(x) = -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\
-x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\
x_2 + x_3 + x_5 &= 2 \\
x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.
\end{aligned}$$

8. $f(x) = -x_1 - 4x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
-x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 &= 13 \\
-2x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 &= 5 \\
x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 &= 5 \\
x_j &\geq 0, j = 1, \dots, 5.
\end{aligned}$$

9. $f(x) = -34x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 9 \\
x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\
-x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= 6 \\
x_j &\geq 0, j = 1, \dots, 4.
\end{aligned}$$

10. $f(x) = -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 7 \\
-3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 6 \\
2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 2 \\
x_j &\geq 0, j = 1, \dots, 4.
\end{aligned}$$

11. $f(x) = -3x_1 + x_3 - 2x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
15x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + x_5 &= 4 \\
2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 3 \\
x_3 + 5x_4 + 2x_5 &= 7 \\
x_j &\geq 0, j = 1, \dots, 5.
\end{aligned}$$

12. $f(x) = -x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 &\geq 1 \\
-x_1 + x_2 &\geq -1 \\
2x_1 - x_2 &\geq 0 \\
x_j &\geq 0, j = 1, 2.
\end{aligned}$$

13. $f(x) = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 7 \\
4x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\
x_j &\geq 0, j = 1, \dots, 3.
\end{aligned}$$

14. $f(x) = -2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{aligned}
-2x_2 + x_4 + x_5 &= -3 \\
x_3 - 2x_4 &= 2 \\
2x_1 + 3x_2 - x_4 &\leq 5 \\
x_1 + x_2 &\geq -3
\end{aligned}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.$$

$$15. f \ x = -8x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 15x_4 \rightarrow \min$$

$$-x_1 + 3x_2 + x_3 + 10x_4 \leq 25$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 10$$

$$10x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 \leq 26$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$$

$$16. f \ x = x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \min$$

$$-x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 9$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 - 4x_5 = -3$$

$$-2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 4$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.$$

$$17. f \ x = x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 4$$

$$x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_5 = 5$$

$$-x_1 + 2x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 7$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.$$

$$18. f \ x = -x_1 - 4x_4 + x_5 \rightarrow \min$$

$$-x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 3$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 = 7$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 9$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.$$

$$19. f \ x = 2x_1 + 3x_3 - 7x_4 \rightarrow \min$$

$$5x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + x_5 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 6$$

$$x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 5$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.$$

$$20. f \ x = -2x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_5 \rightarrow \min$$

$$-3x_2 + x_4 - x_5 = -3$$

$$7x_3 - 2x_4 = 2$$

$$4x_1 + 3x_2 - x_4 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 \geq -3$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.$$

4. Transportmasalasi TORA dasturida yechish texnologiyasi.

Transportmasalasi – chiziqli dasturlashning alohida xususiyatli masalasi bo‘lib, birji n sli yuktashishning eng tejamli rejasini tuzish masalasi dir.

Bu masala xususiyatligiga qarab may qo‘llanish sohasi juda keng dir.

Masalaning qo‘yilishi: A_1, A_2, \dots, A_m ishlab chiqarish korxonalarida mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_m miqdordagi bir jinsli mahsulotlar ishlab chiqarilgan bo‘lib, ushbu mahsulotlarni ehtiyoj mos ravishda b_1, b_2, \dots, b_n bo‘lgan B_1, B_2, \dots, B_n iste‘molchilarga tarqatish kerak. $A_i (i = \overline{1, m})$ korxonadan $B_j (j = \overline{1, n})$ iste‘molchigacha bir birlik mahsulotni tashish xarajati c_{ij} ma‘lum bo‘lsa, tashishning shunday rejasini tuzish kerakki, transport xarajati eng kam bo‘lsin.

Masalaning matematik modeli:

x_{ij} – A_i ishlab chiqaruvchidan B_j iste‘molchiga yetkazib beriladigan mahsulot miqdori.

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = a_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m \end{cases} \quad (16) \quad \begin{cases} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = b_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = b_n \end{cases} \quad (17)$$

Maqsad funksiya $F = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{mn}x_{mn} \rightarrow \min \quad (18)$

Masalaning jadval ko‘rinishi

$B_j \backslash A_i$	B_1	B_2	B_n	Zahira
A_1	s_{11} x_{11}	s_{12} x_{12}	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	s_{21} x_{21}	s_{22} x_{22}	c_{2n} x_{2n}	a_2
.....
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{mn} x_{mn}	a_m
Ehtiyoj	b_1	b_2		b_n	$\sum a_i = \sum b_j$

Yuqoridagi tenglamalar sistemasidagi bog‘liqsiz tenglamalar soni $m + n - 1$

gateng, chunki a_j va b_j o‘rtasida $\sum a_j = \sum b_j$ bog‘lanish mavjud.

Demak transport masalasi ning mumkin bo‘lgan yechimlari $m + n - 1$

tamusbatqiyamatlitashishlarinio‘zichigaoladi, qolgantashishlar 0 gateng. 0 danfarqlikatakalarbandkatakalarbo‘lib, ularbaziso‘zgaruvchilargamoskeladi. Qolgankatakalarbo‘shkatakalardeyiladi. Dastlabkitayanch yechimnitopishningbirnechausullarimavjud. Jumladan,“Shimoliy-g‘arbburchak” usuli, engkamxarajatlarusulivaFogelusuli. Quyidaushbuusullarbilantanishibchiqamiz.

4.1.Shimoliy-g‘arbburchakusuliningalgoritmi.

Engavvaldastlabkiberilganlarjadvaliningshimoliy-g‘arbburchagidajoylashgan x_{11} noma'lumningqiymatinianiqlaymiz:

$$x_{11} = \min(a_1; b_1). \quad (19)$$

Bu yerdaikkitaholatbo‘lishimumkin:

- 1) $a_1 \leq b_1$ bo‘lsa, $x_{11} = a_1$ va $x_{1j} = 0$ ($j = 2, n$); $b_1^1 = b_1 - a_1$;
- 2) $a_1 \geq b_1$ bo‘lsa, $x_{11} = b_1$ va $a_1^1 = a_1 - b_1$.

Agarbirinchiholbajarilsa,birinchiqadamdanso‘ngmasalaning yechimlaridantashkiltopganmatritsaqo‘yidagiko‘rinishdabo‘ladi:

$$\begin{bmatrix} x_{11} = a_1 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \dots x_{2n} & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} \dots x_{mn} & a_m \\ b_1 - a_1 & b_2 & b_3 & \dots b_n & f \end{bmatrix}$$

Endiikkinchiqatordagibirinchielementnitopamiz.

Bu yerdahamikkitahtaholatbo‘lishimumkin:

1. Agar $a_2 \geq b_1 - a_1$ bo‘lsa, $x_{21} = b_1 - a_1$ va $x_{2j} = 0, j = \overline{3, m}$ $a_2^1 = a_2 - (b_1 - a_1)$
2. Agar $a_2 \leq b_1 - a_1$ bo‘lsa $x_{21} = a_2$, va $b_1^1 = b_1 - a_1 - a_2$.

Agarbu yerdahambirinchiholbajarilsa, uholdaikkiniqadamdanso‘ngyangimatritsaquyidagiko‘rinishdabo‘ladi:

$$\begin{bmatrix} x_{11} = a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ x_{21} = b_1 - a_1 & x_{22} & x_{23} & \dots & 0 & a_2^1 = a_2 - (b_1 - a_1) \\ 0 & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3n} & a_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & x_{m2} & x_{m3} & \dots & x_{mn} & a_m \\ b_1^1 = b_1 - a_2 & b_2 & b_3 & \dots & b_n & f \end{bmatrix}$$

Bujarayonqadamba-qadambarcha a_i va b_j larnolgaaylangunchadavomettiriladi. Ma'lumki,harbir x_{ij} ningqiymati a_i va b_j larningturlikombinatsiyalariniayirishyokiqo'shishyordamidatopiladi. Shundankeyinmaqsadfunksiyayordamidattransportxarajatlarihisoblanadi.

4.2.Engkamxarajatlarusuliningalgoritmi

1. Transportmasalasixarajatlaridantashkiltopgantarifmatritsasibelgilabolinadi:

$$T = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} \quad (20)$$

2. Tmatritsaningengkichikelementinitopamiz:

$$\min c_{ij} \quad (21)$$

Farazqilaylik, buelement $c_{i_1 j_1} = k$. bo'lsin. Uholda $x_{i_1 j_1} = \min(a_{i_1}; b_{j_1})$

Berilganlargaasosanquyidagiikkitaholatbo'lishimumkin:

$$1. a_{i_1} \leq b_{j_1}$$

$$2. a_{i_1} > b_{j_1}$$

Birinchiholda i_1 satrningbarchaelementlari $x_{i_1 j} = 0 \quad (j \neq j_1)$ bo'ladi, bundayholda i_1 satrelementlarinio'chiramiz.

Ikkinchiholda j_1 ustunningbarchaelementlari $x_{ij} = 0 \quad (i \neq i_1)$ vabuholdabarcha i_1 ustunelementlarinio'chiriladi.Ustunvasat i_1 ustunelementlarinio'chirishnatijasidahosilbo'lganyangimatritsaningustunvasatlaris oniTmatritsaganisbatanbittagakamayadi.

Ikkinchiqadamdayuqoridagijarayonyangimatritsauchunyanabajariladi.

Shundayqilib,

qo'yilgan masalaning boshlang'ich optimal planini topish uchun minimal xarajatlar usuli da $n + m - 1$ taqadamni bajarish kerak.

4.3. Transport masalasining tayanch yechimini Fogel usuli yordamida topish.

Ushbu usul eng kam xarajatlar usulining variatsiyasibo'lib, umumiy holda eng yaxshi boshlang'ich yechimni topadi. Mazkur usulning algoritmi quyidagicha:

1-qadam. Qat'iy musb taklif (talab) gamoskeluvchi har bir satr (ustun) uchun ushbu satr (ustun) da qiymatibo'yicha eng kichik xarajatni undan keyingi sidan chegirib tashlash yo'libilanj arimahi soblanadi.

2-qadam. Eng kattajarimaga egabo'lgansatryoki ustun ajratibolinadi. Ajratibolingansatryoki ustundan eng kam xarajat gamoskeluvchi o'zgaruvchigacha klanishlarni qanoatlantiruvchi eng katta qiymato'zlashtiriladi. So'ngra o'zgaruvchi o'zlashtirgan qiymat gamosravishda qolgan qondirilmagan talab va realizatsiya qilinmagantaklif tahrirlanadi.

Bajarilgan cheklanishlarga mos satryoki ustun jadvaldano'chiriladi. Agar bir vaqtningo'zida talabvatakliflar bo'yicha cheklanishlar bajarilsa, satryoki ustunning birio'chiriladiv aqolgansatr (ustun) ganoltaklif (talab) yoziladi.

3-qadam.

- a) agarnoltalabyokinoltakliflifaqatbittasatryokififaqatbittaustuno'chirilmaganbo'lsa, hisoblashishlarito'xtatiladi;
- b) agarmusbattaklif (talab) lifaqatbittasatr (ustun) o'chirilmaganbo'lsa, ushbusatr (ustun) da eng kam xarajatlar usulibilan baziso'zgaruvchilartopiladivahisoblashto'xtatiladi;
- c) agar barchao'chirilmagan satrvaustunlarga nol hajmi taklifvatalablar mos kelsa, eng kam xarajatlar usulibilan baziso'zgaruvchilartopiladivahisoblashto'xtatiladi;
- d) boshqabarchahollardabirinchi qadamga qaytiladi.

Fogel usulini qo'llashni quyidagimisol yordamida qarabchiqamiz.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Taklif	Satrlar uchun jarima
A_1	10	2	20	11	15	$10 \cdot 2 = 8$

A₂	12	7	9	20	25	9-7=2
A₃	4	14	16	18	10	14-4=10
Talab	5	15	15	15	50	
Ustunlaruchunjarima	10-4=6	7-2=5	16-9=7	18-11=7		

Yuqoridagi jadvaldagi uchinchisatrenkattajarima (=10) ga egabo'lib, engkamxarajat (3,1) katakdajoylashgan. Shu tufayli x₃₁ o'zgaruvchiga 5 qiymatini o'zlashtiramiz.

Bu holatda birinchi ustun cheklanish to'liq bajariladivau ni jadvaldano'chiramiz. Hisoblangan jarimalarning yangi jadvali quyidakeltirilgan.

	B₁	B₂	B₃	B₄	Taklif	Satrlaruchunjarima
A₁	10	2	20	11	15	11-2=9
A₂	12	7	9	20	25	9-7=2
A₃	4	14	16	18	10	16-14=2
Talab	0	15	15	15	50	
Ustunlaruchunjarima	-	7-2=5	16-9=7	18-11=7		

Endi birinchi satrenkattajarima (=9) gaega. SHuning uchun birinchi satrdagi engkamxarajat gamoskeluvchi 15 qiymatni x₁₂ o'zgaruvchiga o'zlashtiramiz.

Bu holda birinchi satr va ikkinchi ustunlar uchun cheklanishlar bir vaqtda bajariladi.

Birinchi satr gamos nolga teng bo'lgan taklifni qo'yib, ikkinchi ustunni jadvaldano'chiramiz.

Ushbu jarayonni davom ettirib, keyingi qadamda ikkinchi satrenkattajarimaga (20-9=11) egabo'ladi. SHusabali x₂₃ o'zgaruvchiga 15 qiymatni o'zlashtiramiz. Natijada uchinchisatuno'chiriladi, ikkinchi satrda esahajmi 10 birlikka teng bo'lgan realizatsiya qilinmagantakliflar qoladi. Faqatgina hajmi 15 birlikka teng bo'lgan musbat qanoatlantirilmagantablito'rtinchisatungina o'chirilma yqoldi. Mazkur ustunga engkamxarajatlari sulini qo'llab, ketma-ket ravishda x_{14}=0, x_{34}=5 va x_{24}=10 larni hosil qilamiz. Bu yerdamaqsad funksiyaning qiymati}}}

$$Z = 15x_2 + 0x_{11} + 15x_9 + 10x_{20} + 5x_4 + 5x_{18} = 475 \text{ p.b.}$$

Ayrim holatlarda shu usul bilan topilgan boshlang'ich tayanch yechimlarga mos maqsad funksiyaning qiymati engkamxarajatlari sulibilantopilgan boshlang'ich tayanch yechimlarga mos maqsad funksiyaning qiymati bilan bir xil bo'lishi mumkin. Ammo, odatda Fogel usuli transport masalasiga eng yaxshi boshlang'ich tayanch yechim beradi.

4.4. Transportmasalasi potentsiallar usul bilan yechish.

Faraz qilaylik, transportmasalasi quyidagi jadval ko'rinishida berilgan bo'lsin:

Ishlabchiqarish korxonalar i	Korxonalarda ishlabchiqarilgan mahsulotlar (tonna)	Iste'molchilar vaularning talabi			
		B_1	B_2	...	B_n
		b_1	b_2	...	b_n
A_1	a_1	s_{11} x_{11}	s_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}
A_2	a_2	s_{21} x_{21}	s_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}
...
A_m	a_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}

Bu jadval "Shimoliy-g'arbburchak" usulidan foydalangan dan keyin boshlang'ich tayanch reja bo'lsin, x_{ij} - taqsimlangan yuklar (zaxiralar) c_{ij} - yuklar bo'lmagan, ya'ni to'ldirilgan kataloklar, c_{ij} laresato'ldirilgan kataloklar bo'lsin.

Boshlang'ich tayanch reja asosan transport xarajatlari quyidagicha bo'ladi.

$$f = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + \dots + c_{2n}x_{2n} + \dots + c_{m3}x_{m3} + \dots + c_{mn}x_{mn}. \quad (22)$$

Jadvalga A_1, A_2, \dots, A_m korxonalariga, mos ravishda u_1, u_2, \dots, u_m shartli potentsiallar kiritamiz, B_1, B_2, \dots, B_n iste'molchilarga, mos ravishda, v_1, v_2, \dots, v_n - shartli potentsiallar kiritamiz. Demak, A_i korxonaning potentsiali u_i miqdor, B_j iste'molchining potentsiali v_j miqdor ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) Natijada quyidagi jadval hosil bo'ladi:

2-jadval

Korxonalar	Korxonalarda ishlabchiqarilgan mahsulotlar (tonna)	Iste'molchilar vaularning talabi					u_i Potentsial
		B_1	B_2	B_3	...	B_n	
		b_1	b_2	b_3	...	b_n	
A_1	a_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	...	c_{1n} x_{1n}	u_1
A_2	a_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	...	c_{2n} x_{2n}	u_2

A_1	a_3	c_{31} x_{31}	c_{32} x_{32}	c_{33} x_{33}	...	c_{3n} x_{3n}	u_3
...
A_m	a_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{m3} x_{m3}	...	c_{mn} x_{mn}	u_m
v_j	Potensial	v_1	v_2	v_3	...	v_n	

u_i va v_j sonlarinishingundaytanlabolishkerakki,
ularningyig'indisito'ldirilgankatak dagitarif c_{ij} gatengbo'lsin.

Uholdayuqoridagijadvalgaasosanquyidagi $u_i + v_j$
larganisbatanchiziq litenglamalarsistemasi hosilbo'ladi:

$$\left. \begin{array}{ll} u_1 + v_1 = c_{11}, & u_3 + v_2 = c_{32} \\ u_1 + v_1 = c_{12}, & u_3 + v_3 = c_{33} \\ u_1 + v_1 = c_{13}, & \\ u_2 + v_3 = c_{23} & \dots\dots\dots \\ u_2 + v_3 = c_{23}, & u_m + v_n = c_{mn} \end{array} \right\}$$

Bu sistemadanoma'lumlaroni $n + m$ ta.
SHuninguchunulardanixtiyoriybirortasiniixtiyoriyqiymatgatenglashtirib
(masalan 0 ga) olib, qolgan u_i va v_j larnibirin-ketintopamiz.
Endibo'shkataklaruchunjadvalgaasoslanib,
yuqoridagikabichiziq litenglamalarsistemasi tuzibolamiz:

$$\left. \begin{array}{l} u_1 + v_3 = c'_{13} \\ \dots\dots\dots \\ u_1 + v_n = c'_{1n} \\ u_2 + v_1 = c'_{21}, \\ u_2 + v_2 = c'_{22} \\ \dots\dots\dots \\ u_m + v_1 = c'_{m1} \\ u_m + v_2 = c'_{m2} \end{array} \right\}$$

Bu yerda c'_{ij} lar bilvositariflar deyiladi.
 u_i va v_j larning qiymatlarini qo'yib, bilvositariflar c'_{ij} ni hisoblab chiqamiz.

Agar birinchi rejada quyidagihamma ayirmalar $c'_{ij} - c_{ij} \leq 0$ bo'lsa,
uholdaburejaga optimal rejabo'ladi.

Agar ayirmaning birortasi $c'_{ij} - c_{ij} > 0$ bo'lsa, uholda optimal
yechim halitopilmagan bo'ladi. Demak, birinchi rejani yaxshilash kerak.

Buninguchun $\max \{c_{ij} - c_{ij}\} > 0$

topibolamiz vashuzanjirni taqsimot usul bilan o'zgartiramiz (yaxshilaymiz).
Natijada yangi reja hosil bo'ladi.

Hosil bo'lgan reja uchun transport xarajatlarini hisoblab chiqamiz.

Ikkinchi reja g'ampotentsiallar usulini qo'llaymiz.

Potentsiallar usulini qo'llash jarayonida barcha $c_{ij} - c_{ij} \leq 0$ bo'lguncha davom ettiriladi.

Shunday qilib, potentsiallar usuliyordamida boshlang'ich tayanch reja dan boshlab, optimal

yechimga yaqinroq bo'lgan yangi tayanch reja o'tamiz va cheklisondagi iteratsiyalard anso'ng masalaning optimal yechimini topamiz.

Potentsiallar usulining algoritmi quyidagilardan iborat:

1. Shimoliy-g'arb burchak yoki eng kam xarajatlar usulini qo'llab, boshlang'ich tayanch reja (birinchi bazisli yechim) topiladi.
2. Ishlab chiqaruvchilar va istemolchilarning potentsiallarini hisoblanadi (u_i va v_j lar).
3. c_{ij} bilvosita tariflari topiladi.
4. Hamma $c_{ij} - c_{ij}$ ayirmalar hisoblanadi. 1) agar $c_{ij} - c_{ij} \leq 0$ bo'lsa, tuzilgan reja optimal reja bo'ladi va bura reja g'asosan transport xarajatlari hisoblanadi; 2) agar $c_{ij} - c_{ij} > 0$ bo'lsa, u holda bularning ichidan $\max \{c_{ij} - c_{ij}\} > 0$ ni topibolib, buzanjirni yaxshilaymiz. Ya'ni yangi bazisli o'zgaruvchi x_{ij} ni kiritamiz, yangi tayanch reja tuzamiz.

Shimoliy-g'arb burchak usuli

Bj \ Aj	B1	B2	B3	B4	Zahira
A1	2 30	4 10	6	8	40
A2	3	2 25	2 25	1	50
A3	5	4	7 15	4 45	60
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150

$$F = 2 \cdot 30 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 25 + 2 \cdot 25 + 7 \cdot 15 + 4 \cdot 45 = 485$$

Engkamxarajatlarusuli

B _j A _j	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Zahira
A ₁	2 30	4	6 10	8	40
A ₂	3	2	2 5	1 45	50
A ₃	5	4 35	7 25	4	60
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150

$$F = 2 \cdot 30 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 45 + 4 \cdot 35 + 7 \cdot 25 = 490 \text{ pulbirligi}$$

1-jadval

B _j A _i	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Zahira	u _i
A ₁	2 30	4 10	6	8	40	0
A ₁	3	2 25 -	2 25 +	1	50	-2
A ₂	5	4 +	7 - 15	4 45	60	3
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150	
v _j	2	4	4	1		

2-jadval

$B_j \backslash A_i$	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Zahira	u_i
A ₁	2 30	4 10	6	8	40	0
A ₂	3	2 10 -	2 40	1	50	-2
A ₃	5	4 15 +	7	4 45 -	60	0
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150	
v_j	2	4	4	4		

3-jadval

$B_j \backslash A_i$	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Zahira	u_i
A ₁	2 30	4 10	6	8	40	0
A ₂	3	2	2 40	1 10	50	-3
A ₃	5	4 25	7	4 35	60	0
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150	
v_j	2	4	5	4		

$$1. \quad \begin{cases} u_1 + v_1 = 2, \\ u_1 + v_2 = 4, \\ u_2 + v_2 = 2, \\ u_2 + v_3 = 2, \\ u_3 + v_3 = 7, \\ u_3 + v_4 = 4. \end{cases}$$

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 2; v_2 = 4; u_2 = -2; v_3 = 4; \quad u_3 = 3; \quad v_4 = 1$$

$$\begin{aligned} c'_{13} &= 4 + 0 = 4; & c'_{24} &= 1 - 2 = -1; \\ c'_{14} &= 1 + 0 = 1; & c'_{31} &= 2 + 3 = 5; \\ c'_{21} &= 2 - 2 = 0; & c'_{32} &= 4 + 3 = 7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= c_{ij} - c'_{ij} : \\ \gamma_{13} &= 6 - 4 = 2; & \gamma_{24} &= 1 - (-1) = 2; \\ \gamma_{14} &= 8 - 1 = 7; & \gamma_{31} &= 5 - 5 = 0; \\ \gamma_{21} &= 3 - 0 = 3; & \gamma_{32} &= 4 - 7 = -3 < 0. \end{aligned}$$

$$2. \quad \begin{aligned} \gamma_{13} &= 6 - (4 + 0) = 2; & \gamma_{24} &= 1 - (-2 + 4) = -1 < 0; \\ \gamma_{14} &= 8 - (4 + 0) = 4; & \gamma_{31} &= 5 - (2 + 0) = 3; \\ \gamma_{21} &= 3 - (2 - 2) = 3; & \gamma_{33} &= 7 - (4 + 0) = 3. \end{aligned}$$

$$3. \quad \begin{aligned} \gamma_{13} &= 6 - (5 + 0) = 1; & \gamma_{22} &= 2 - (4 - 3) = 1; \\ \gamma_{14} &= 8 - (4 + 0) = 4; & \gamma_{31} &= 5 - (2 + 0) = 3; \\ \gamma_{21} &= 3 - (2 - 3) = 4; & \gamma_{33} &= 7 - (5 + 0) = 2. \end{aligned}$$

$$X^* = \begin{bmatrix} 30 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 10 \\ 0 & 25 & 0 & 35 \end{bmatrix}$$

$$Z_{\min} = 30 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 40 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 25 \cdot 4 + 35 \cdot 4 = 430$$

4.5. Transportmasalasini yechish algoritmi.

1. Yuqorida qarab chiqilgan usullarning biri yordamida tayanch reja topiladi. Bandkataliklar soni $(m+n-1)$ ta bo'lishi kerak.
2. Bandkataliklar uchun u_i va v_j potsentsiallari aniqlanadi. Bandkataliklar soni $(m+n-1)$ ta, o'zgaruvchilar soni $(m+n)$ ta bo'lgani uchun bitta o'zgaruvchini, masalan, u_1 ganoqliq sifatida berilib, qolgan u_i va v_j larni topiladi.
3. Har bir bo'sh katak uchun c'_{ij} bilvosita tarifaniqlanadigan tariflar $\gamma_{ij} = c_{ij} - c'_{ij}$ formula orqali baholanadi.
4. Agar barcha $\gamma_{ij} \geq 0$ bo'lsa, tashish reja optimal hisoblanadi.
5. Agar $\gamma_{ij} < 0$ bo'lsa, ulardan eng kichigi olinib, ushbu katak uchun tsikl (zanjir) tuzamiz va "-" belgisi kataklardagi eng kichik tsikl bo'yicha siljitamiz.
6. Yangi hosil bo'lgan mumkin bo'lgan yechimni optimallik katekshiramiz.
7. Bujarayon optimal yechim topilguncha davom etadi.

Toradasturiyordamida transportmasalasini

yechish bosqichlarini ko'rib chiqamiz. Transportmasalasi kiritishdan avval, uni qaysi ko'rinishda kiritish zarurligini bilish kerak. Quyidagi transportmasalasini yechishni qarab chiqaylik:

Faraz qilaylik, A_1, A_2, A_3 ishlab chiqarish korxonalaridamosravishda $a_1=40$; $a_2=50$; $a_3=60$ birlikdan mahsulot ishlab chiqarilgan bo'lib, ushbu mahsulotlarga B_1, B_2, B_3, B_4 korxonalaridamosravishda $b_1=30$; $b_2=35$; $b_3=40$; $b_4=45$ birlik miqdorda ehtiyoj mavjud.

Bir birlik mahsulotni ishlab chiqaruvchi korxonadan iste'molchi korxonaga yetkazib berish xarajati C matritsasi ko'rinishida berilgan.

Tashishning eng kichik xarajatli grafigini toping.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Toradasturiishgatushirilgandanso‘ng, asosiymenyudan (1-rasm)

Transportationmodelqatorinitanlab,

yuqoridagimasalaningberilganlarinikiritsak,quyidagiko‘rinishdatransportmasalasini
ngjadvalipaydobo‘ladi (19-rasm).

TRANSPORTATION MODEL

Problem Title: <input type="text" value="4-misol"/> No. of Sources: <input type="text" value="3"/> No. of Dest'ns: <input type="text" value="4"/>	Editing Grid: >>To DELETE, INSERT, COPY, or PASTE a column(row), click head cell of target column(row), then invoke pull-down EditGrid men >>For INSERT mode, a single(double) click of target row/column v place new row/column after(before) target row/column.
---	---

INPUT GRID - TRANSPORTATION

		D1	D2	D3	D4	Supply
	S/D Name					
S1		2,00	4,00	6,00	8,00	40
S2		3,00	2,00	2,00	1,00	50
S3		5,00	4,00	7,00	4,00	60
Demand		30	35	40	45	

19-rasm.

Masala yechilsa,

natijaquyidagiko‘rinishdagimuloqotoynasidahosilbo‘ladi(20-rasm).

TRANSPORTATION MODEL

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00
Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
June, mar25, 2016 15:01

TRANSPORTATION MODEL OUTPUT SUMMARY

Title: 4-misol
Final Iteration No.: 3
Objective Value (minimum cost) =430,00

From	To	Amt Shipped	Obj Coeff	Obj Contrib
S1:	D1:	30	2,00	60,00
S1:	D2:	10	4,00	40,00
S2:	D3:	40	2,00	80,00
S2:	D4:	10	1,00	10,00
S3:	D2:	25	4,00	100,00
S3:	D4:	35	4,00	140,00

20-rasm.

Masala yechimigae'tiborqaratsak, quyidagimanzaraniko‘rishimizmumkin. A_1 ishlabchiqarishkorxonasidan B_1 va B_2 iste'molchikorxonalargamosravishda 30 va 10 birlik, A_2 ishlabchiqarishkorxonasidan B_3 va B_4

iste'molchikorxonalargamosravishda 40 va 10 birlik, A_3 ishlabchiqarishkorxonasidan B_2 va B_4 iste'molchikorxonalargamosravishda 25 va 35 birlikyuktashishningoptimalgrafigihosilbo'ladi. Bundaumumiyengkamxarajat 430 pulbirliginitashkiletadi.

Mustaqilishlashgadoirmisollar.

Quyidaberilgantransportmasalalarining
yechimi**Tor**adasturiyordamidatopilsin.

1. $a_1=60; a_2=120; a_3=120; b_1=70; b_2=90; b_3=100; b_4=40$

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

2. $a_1=50; a_2=80; a_3=120; b_1=40; b_2=60; b_3=80; b_4=70$

$$S = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 6 & 3 \\ 5 & 6 & 7 & 4 \\ 8 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

3. $a_1=30; a_2=70; a_3=100; b_1=40; b_2=50; b_3=70; b_4=40$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

4. $a_1=40; a_2=70; a_3=90; b_1=30; b_2=50; b_3=65; b_4=55$

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

5. $a_1=45; a_2=65; a_3=90; b_1=35; b_2=45; b_3=70; b_4=50$

$$S = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

6. $a_1=75; a_2=50; a_3=80; b_1=30; b_2=70; b_3=70; b_4=35.$

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. $a_1=50; \quad a_2=40; \quad a_3=80; b_1=20; \quad b_2=50; \quad b_3=60; \quad b_4=40$

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

8. $a_1=100; \quad a_2=150; \quad a_3=75; b_1=125; \quad b_2=60; \quad b_3=40; \quad b_4=100$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

9. $a_1=60; \quad a_2=180; \quad a_3=60; b_1=100; \quad b_2=70; \quad b_3=60; \quad b_4=70.$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

10. $a_1=90; \quad a_2=110; \quad a_3=150; b_1=100; \quad b_2=120; \quad b_3=90; \quad b_4=40.$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 & 8 \\ 6 & 4 & 3 & 5 \\ 8 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

11. $a_1=70; \quad a_2=130; \quad a_3=150; b_1=80; \quad b_2=140; \quad b_3=90; \quad b_4=40$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 8 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

12. $a_1=150; \quad a_2=80; \quad a_3=120; \quad b_1=90; \quad b_2=80; \quad b_3=90; \quad b_4=90$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 & 3 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 6 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

13. $a_1=130; a_2=100; a_3=150; b_1=70; b_2=90; b_3=100; b_4=120$

$$S = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

14. $a_1=240; a_2=170; a_3=95; b_1=130; b_2=150; b_3=165; b_4=60$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

15. $a_1=80; a_2=90; a_3=120; b_1=65; b_2=75; b_3=80; b_4=70$

$$S = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

16. $a_1=175; a_2=250; a_3=180; b_1=130; b_2=170; b_3=170; b_4=135.$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

17. $a_1=50; a_2=60; a_3=90; b_1=30; b_2=65; b_3=65; b_4=40$

$$S = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

18. $a_1=80; a_2=160; a_3=175; b_1=125; b_2=150; b_3=40; b_4=100$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$19. a_1=560; \quad a_2=480; \quad a_3=260; b_1=400; \quad b_2=370; \quad b_3=260; \quad b_4=270.$$

$$S = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$20. a_1=290; \quad a_2=410; \quad a_3=350; b_1=300; \quad b_2=220; \quad b_3=290; \quad b_4=240.$$

$$S = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 7 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

5. Butunsonlidasturlashmasalasinitoradasturida yechish.

O'zgaruvchilarigabutunbo'lishlikshartiqo'yilganchiziqolidasturlashmasalalari kattaahamiyatgaegadir. Odatdabundaymasalalarbutunsonlidasturlashmasalalarideba taladi. Butunsonlidasturlashmasalalarigakommivoyajerhaqidagimasala, kapitalqo'yilmalarnitaqsimlashmasalasi, transportvositalarniyuklash, optimaljadvaltuzish, optimalbichish, transportvositalarinimarshrutlargaoptimaltaqsimlash, bo'linmaydiganmahsulotishlabchiqaruvchikorxonalariningishinioptimalrejalashtiris hvahakozalarmisolbo'laoladi. Butunsonliprogrammalashmasalasiniumumiyholdaqu yidagiko'rinishdaifodalashmumkin.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_j, \quad (i = \overline{1, m}) \quad (23)$$

$$x_j \geq 0 \text{ vabutin } j = \overline{1, n} \quad (24)$$

$$Y_{\min} = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (25)$$

yokivektorformada

$$AX = B \quad (26)$$

$$X \geq 0 \text{ butun} \quad (27)$$

$$Y_{\min} = Cx \quad (28)$$

Butunsonlidasturlashmasalalaridaginoma'lumlarninghammasiyokiularninga yrimqismibutunbo'lishligitalabqilinganligigako'rabutunsonlidasturlashmasalasi to'labutunsonlidasturlashyoki qismanbutunsonlidasturlashdebataladi.

Agarbutunsonlidasturlashdaginoma'lumlarningnol'yokibirgatangbo'lishligitalabqilinganbo'lsa, bundaymasala "Buldasturlashmasalasi" debataladi.

Noma'lumlargabutunbo'lishliksharti qo'yilganligisabablichiziq lidasturlashmasalalarini yechishusullarinibutunsonlidasturlashmasalalarini yechishuchunqo'llabbo'lmaydi.

Butunsonlidasturlashmasalalarini yechishuchunularninghususiyatlarininazargaoluvchiusullaryaratilganbo'lib, ularorasida amerikalik olim R. Gomori yaratgan usul optimal butunsonli yechimni beruvchi enganiq usul hisoblanadi. Gomori usuliyordamida to'labutunsonli hamda qismanbutunsonli masalalarni yechish mumkin.

5.1. Butunsonlidasturlash mavzusigadoir masala.

Berilgan iqtisodiy masalaning matematik modelituzilsin va optimal yechim topilsin.

Masala. Tikuv fabrikasida 4 xil kiyim tayyorlash uchun 3 xil gazmol ishlatiladi. Har bir kiyimning bir dona sinitayyorlash uchun zarur bo'lgan gazmolning bahosi hamda fabrikadagi gazmollar zahirasi haqidagi ma'lumotlar quyidagi jadvalda keltirilgan.

Qaysi kiyimdan qancha tayyorlangan dasarf qilingan gazmollarning miqdori larning zahirasi dan oshmaydi, hamda korxonaning ishlab chiqargan kiyimlarining umumiy pul qiymati eng katta bo'ladi.

Gazmol artikul	1 donaki yimuchun sarf qilinadigan gazmol miqdori				Fabrikadagi gazmollar zahirasi
	1	2	3	4	
I	1	-	2	1	180
II	-	1	3	2	210
III	4	2	-	4	800
Kiyimlar bahosi, ming so'm	9	6	4	7	

Masalaning matematik modeli

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + x_4 \leq 180 \\ x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 210 \\ 4x_1 + 2x_3 - 4x_4 \leq 800 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \text{ va butun}$$

$$Y = 9x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 7x_4 \rightarrow \max$$

Problem Title:

Nbr. of Variables:

No. of Constraints:

Editing Grid:
 >>Click Maximize(Minimize)-cell to change it to Minimize(Maximize)
 >>To DELETE, INSERT, COPY, or PASTE a column(row), click heading cell of target column(row), then invoke pull-down EditGrid menu
 >>For INSERT mode, a single(double) click of target row/column will place new row/column after(before) target row/column.

INPUT GRID - INTEGER PROGRAMMING

	x1	x2	x3	x4	Enter <, >, or =	R.H.S.
Var. Name						
Maximize	9,00	6,00	4,00	7,00		
Constr 1	1,00	0,00	2,00	1,00	<=	180,00
Constr 2	0,00	1,00	3,00	2,00	<=	210,00
Constr 3	4,00	2,00	0,00	4,00	<=	800,00
Lower Bound	0,00	0,00	0,00	0,00		
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity		
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n		
Integer (y/n)?	y	y	y	y		

SOLVE Menu MAIN Menu Exit TORA

21-rasm

INTEGER PROGRAMMING

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00
 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
 Juma, mart 25, 2016 15:55

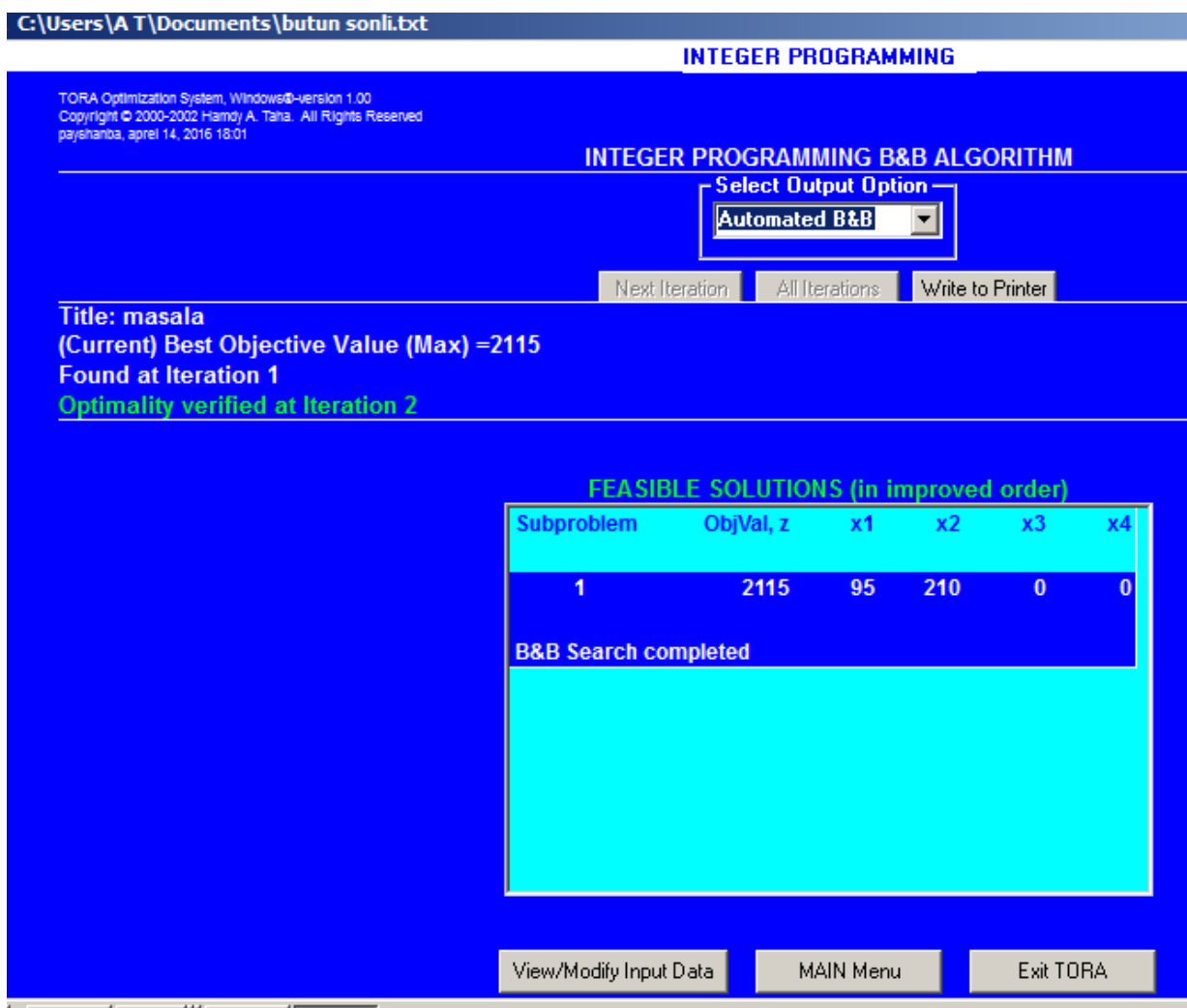
INTEGER PROGRAMMING B&B ALGORITHM

Select Output Option

?
 Automated B&B
 User-guided B&B

View/Modify Input Data MAIN Menu Exit TORA

22-rasm.



23-rasm.

Ushbumasalanihaletishdatarmoqvachegaralarusulidanfoydalanilgan. Tarmoqvachegaralarusulidannafaqatchiziqilibutunsonlivaqismanbutunsonlidasturlashmasalalarini yechishda, balkidiskretpoptimallashtirishmasalalari (masalan, kommivoyarjermasalasi) ni yechishdahamfoydalanishmumkin. Ushbuusulningg‘oyasimumkinbo‘lgan yechimlarto‘plaminiquyito‘plamlargaajratish (tarmoqlanishqoidasi) vamaqsadfunksiyaqiyamatlarinimazkurquyito‘plamlardahisoblashhamdaoptimalnuqtanio‘zichigaolmaganquyito‘plamniinobatgaolmaynazardanchiqaribtashlashgaasoslangandir.

Bugungitarmoqvachegaralarusulialgoritmiyamaliytdiqotlardauchrovchibutunsonlidasturlashmasalasini yechishningbirmunchaishonchlivositasidir.

Yuqoridagimasalaning yechimini iqtisodiy tahlil qiladigan bo'lsak, jadval (23-rasm) dako'rinib turibdiki, korxonaga birinchi (95 dona) va ikkinchi (210 dona) xildagi kiyimlarni ishlab chiqarganda eng katta foydaga (2115 ming so'm) erishadi. Korxonaga uchinchivato'rtinchilik kiyimlarni ishlab chiqish samarasizdir.

Mustaqilishlashgadoirmisollar.

Quyida berilgan butun sonli dasturlash masalasining yechimlarini **Tora** dasturiyordamida toping.

1. $f(x) = -x_1 + x_4 \rightarrow \min,$
 $-2x_1 + x_3 + x_4 = 1$
 $x_1 + x_2 - 2x_4 = 2$
 $x_1 + x_3 + 3x_4 = 3$
 $x_j \geq 0,$
 $x_j \in \mathbb{Z}, j = 1, \dots, 4$

2. $f(x) = -x_1 + x_4 \rightarrow \min,$
 $-2x_1 + x_3 + x_4 = 1$
 $x_1 + x_2 - 2x_4 = 2$
 $x_1 + x_3 + 3x_4 = 3$
 $x_j \geq 0,$
 $x_j \in \mathbb{Z}, j = 1, \dots, 4$

3. $f(x) = -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 \rightarrow \min,$
 $x_1 - x_2 + x_4 = 3$
 $x_2 + x_3 - 2x_4 = 5$
 $3x_2 + x_4 + x_5 = 4$
 $x_j \geq 0,$
 $x_j \in \mathbb{Z}, j = 1, \dots, 5$

4. $f(x) = -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min,$
 $x_1 + 2x_3 + x_4 = 8$
 $x_1 + x_2 - x_4 = 4$
 $-x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 6$
 $x_j \geq 0,$
 $x_j \in \mathbb{Z}, j = 1, \dots, 4$

5. $f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{aligned}
2x_1 + x_3 + x_4 &= 5 \\
2x_1 + 3x_2 - x_4 &= 9 \\
x_j &\geq 0, \\
x_j \in \mathbb{Z}, \quad j &= 1, \dots, 4
\end{aligned}$$

6. $f(x) = x_1 + 2x_2 + x_5 \rightarrow \min,$

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 5 \\
x_2 + x_3 + x_4 - x_5 &= 2 \\
x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \\
x_j &\geq 0, \\
x_j \in \mathbb{Z}, \quad j &= 1, \dots, 5
\end{aligned}$$

7. $f(x) = -4x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{aligned}
2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 8 \\
4x_1 + x_2 + x_4 &= 10 \\
x_j &\geq 0, \\
x_j \in \mathbb{Z}, \quad j &= 1, \dots, 4
\end{aligned}$$

8. $f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + x_3 &= 6 \\
3x_1 + 2x_2 + x_4 &= 9 \\
x_j &\geq 0, \\
x_j \in \mathbb{Z}, \quad j &= 1, \dots, 4
\end{aligned}$$

9. $f(x) = -x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{aligned}
-6x_2 + 5x_3 + x_5 &= 6 \\
7x_2 - 4x_3 + x_4 &= 4 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 9 \\
x_j &\geq 0, \\
x_j \in \mathbb{Z}, j &= 1, \dots, 5
\end{aligned}$$

10. $f(x) = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{aligned}
x_1 + 3x_2 + x_3 &\geq 10 \\
2x_1 + 4x_3 &\geq 4 \\
2x_2 + x_3 &\geq 7 \\
x_j &\geq 0, \\
x_j \in \mathbb{Z}, j &= 1, 2, 3.
\end{aligned}$$

$$11. f(x) = -2x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min,$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$3x_1 + 2x_3 \geq 18$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, j = 1, 2, 3.$$

$$12. f(x) = -4x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$$

$$4x_1 + x_2 \leq 44$$

$$x_1 \leq 22$$

$$x_2 \leq 18$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, \quad j = 1, 2.$$

$$13. f(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \geq 1$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{4}x_3 \geq 1$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, \quad j = 1, 2, 3.$$

$$14. f(x) = x_1 - 10x_2 \rightarrow \min,$$

$$3x_1 + x_2 \leq 12$$

$$-8x_1 + 3x_2 \leq 24$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, \quad j = 1, 2.$$

$$15. f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, \quad j = 1, 2.$$

$$16. f(x) = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min,$$

$$x_1 + x_3 = 7$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 7$$

$$-x_1 + x_2 + x_5 = 2$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5.$$

$$17. f(x) = -10x_1 + 5x_2 + 7x_3 - 3x_4 \rightarrow \min,$$

$$-x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 3$$

$$x_1 + x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 7/2$$

$$2x_1 + 2x_2 + 8x_3 + x_4 = 4$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

$$18. f(x) = 2x_1 - x_2 - 2x_3 \rightarrow \min,$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 15$$

$$x_1 + x_2 \leq 9$$

$$3x_1 + 2x_3 \geq 15$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, j = 1, 2, 3.$$

$$19. f(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min,$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 18$$

$$4x_1 + x_2 + x_4 = 15$$

$$x_j \geq 0,$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, \quad j = 1, \dots, 4$$

$$20. f(x) = x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{aligned}2x_1 + x_3 + x_4 &= 7 \\x_1 + x_2 - x_4 &= 4 \\-x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 5 \\x_j &\geq 0, \\x_j \in \mathbb{Z}, \quad j &= 1, \dots, 4\end{aligned}$$

6. Tarmoqli modellashtirish

Tarmoqli modellar sanoat korxonalarini, qurilish, ilmiy-tekshirish va loyiha institutlarida keng miqyosda ishlatiladi. Ushbu tizimdan murakkab qurilish ishlarining muddatli grafigini tuzish, yirik mahsulotlarni ishlab chiqarish, zamonaviy agregatlarni loyihalash, ilmiy ishlanmalarni amalga oshirish, burg' alash quduqlarini tutashtiruvchi gaz va neft quvurlarini loyihalash, mavjud yo'l tarmog'i bilan tutashgan ikki aholi punkti orasidagi eng qisqa yo'lni topish kabi qator masalalarda foydalaniladi.

Yuqorida keltirilgan masalalarni (shunga o'xshash boshqa masalalarni ham) hal etishda turli tarmoqli optimallashtirish algoritmlari ishlatiladi.

TORA dasturi yordamida tarmoqli modellar yechimini topishda minimal to'xtash daraxti, eng qisqa yo'lni topish, maksimal oqimni topish kabi algoritmlaridan foydalaniladi.

6.1. Minimal to'xtash daraxti algoritmi

Minimal to'xtash daraxti algoritmi tarmoq tugunlarini eng qisqa yo'llar bilan tushuntirishni ko'zda tutadi. Mazkur algoritm zarur bo'ladigan tipik masala sifatida qishloq joylarda aholi punktlarini tutashtiruvchi qattiq qoplamali yo'l tarmog'ini loyihalashtirish masalasini keltirish mumkin. Yo'l tizimining birmuncha tejamli loyihasi yo'lning umumiy uzunligini minimallashtirish bo'lib, uning uchun talab qilinadigan natijaga minimal to'xtash algoritmi bilan erishish mumkin. Quyida mazkur algoritm bilan tanishamiz. Buning uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz.

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ - orqali tarmoq tugunlari to'plami,

C_k - algoritmning k- qadami bajarilganidan so'ng algoritm bilan tutashtirilgan tugunlar to'plami,

\bar{C}_k - algoritmning k- qadami bajarilganidan so'ng C_k to'plam tugunlari bilan tutashtirilmagan tugunlar to'plami.

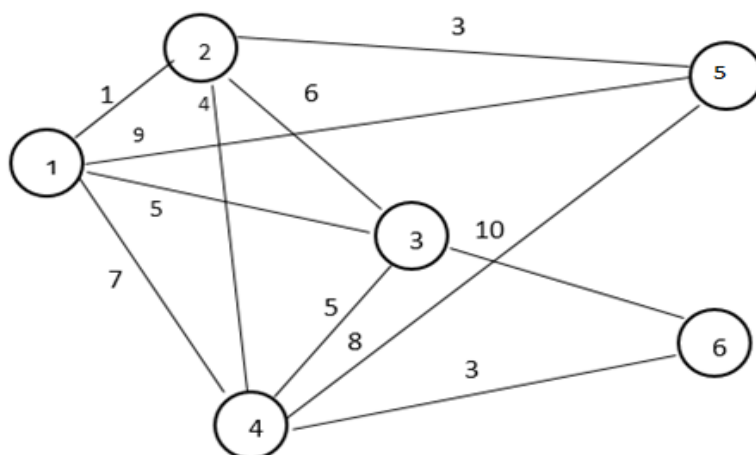
0-qadam. Dastlab $C_0 = \emptyset$ va $\bar{C}_0 = N$ deb faraz qilamiz.

1-qadam. C_0 to'plamdan ixtiyoriy i tugunni olamiz va $C_1 = \{i\}$ ni aniqlaymiz, u holda $\bar{C}_1 = N - \{i\}$ bo'ladi. Endi $k=2$ qabul qilamiz.

k-asosiy qadam. C_{k-1} to'plamdagi qandaydir tugun bilan eng qisqa yoy bilan to'plangan \bar{C}_{k-1} to'plamdagi j^* ni tanlaymiz. j^* tugun C_{k-1} to'plamga qo'shiladi va \bar{C}_{k-1} to'plamdan chiqib ketadi. SHunday qilib, $C_k = C_{k-1} + \{j^*\}$, $\bar{C}_k = \bar{C}_{k-1} - \{j^*\}$ to'plamlarni hosil qilamiz.

Agar \bar{C}_k to'plam bo'sh bo'lsa, algoritm o'z ishini tugatadi. Aks holda $k=k+1$ qiymatni qabul qiladi va oxirgi qadam takrorlanadi.

Masala. Kabelli televidenie kompaniyasi o'z tarmog'iga yangi beshta hududni qo'shmoqchi bo'lsin. Telemarkaz va hududlar o'rtasidagi masofa va rejalashtirilayotgan tarmoq quyidagi sxemada berilgan (24-rasm). Eng tejamli kabelli tarmoqni tuzish talab etilsin.



24-rasm.

Ishni minimal to'xtash daraxti algoritmini tuzishdan boshlaymiz. Boshlang'ich tugun sifatida (telemarkaz sifatida) 1-nci tugunni olamiz (ixtiyoriy tugunni olish mumkin.)

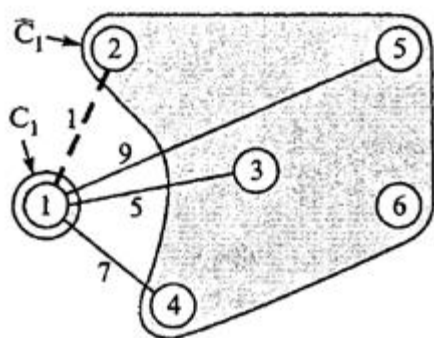
U holda $C_1 = \{1\}$ va $\bar{C}_1 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.

Algoritmning bajarilish ketma-ketligi grafik ko'rinishda 25-rasmida berilgan. Bu yerda ingichka chiziqlar bilan C_k va \bar{C}_k to'plamlarga tegishli tugunlarni

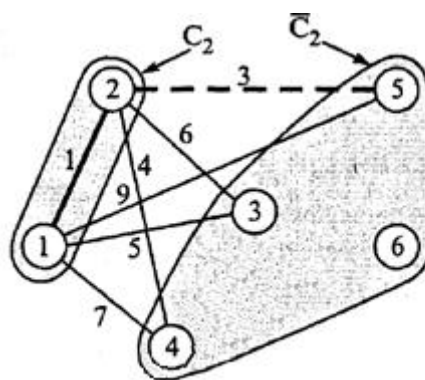
tutashtiruvchi tomonlar ko'rsatilgan bo'lib, ularning ichidan eng qisqa bo'lgan tomonni topish talab etiladi. Mazkur tomon uzoq chiziqlar bilan ko'rsatilgan. Yo'g'on chiziq bilan C_k to'plam tugunlarini tutashtiruvchi tomon (dastavval uzoq chiziqlar bilan) tasvirlangan.

Misol uchun algoritmnning birinchi qadamida (1,2) tomon \bar{C}_1 to'plam 1-tugun bilan tutashuvchi tugunlari ichida eng qisqa masofaga ega (6- tugunni 1- tugun bilan bevosita tutashtiruvchi yoy yo'q). Shuning uchun $j^* = 2$ va $C_2 = \{1,2\}$, $\bar{C}_2 = \{3,4,5,6\}$.

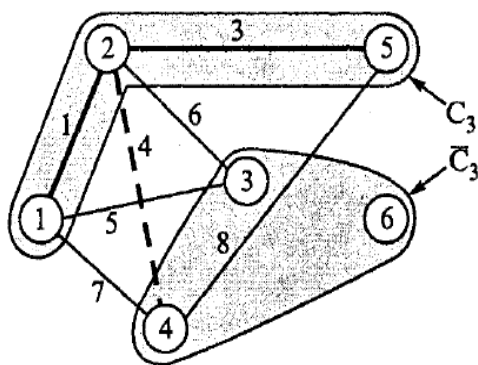
Minimal to'xtash daraxti algoritmi bo'yicha masala yechimi 6-qadamda topiladi. Ushbu tarmoqni qurish uchun eng qisqa kabel uzunligi $1+3+4+3+5=16$ u.b.(uzunlik birligi) ga teng.



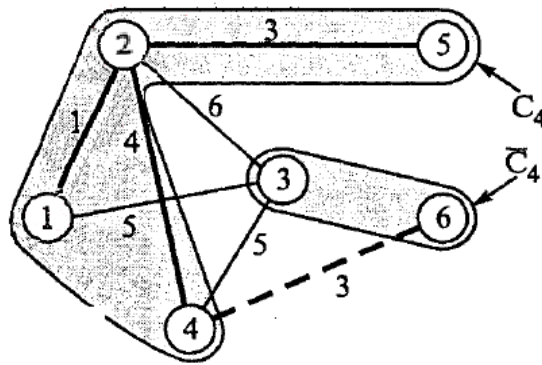
1-qadam



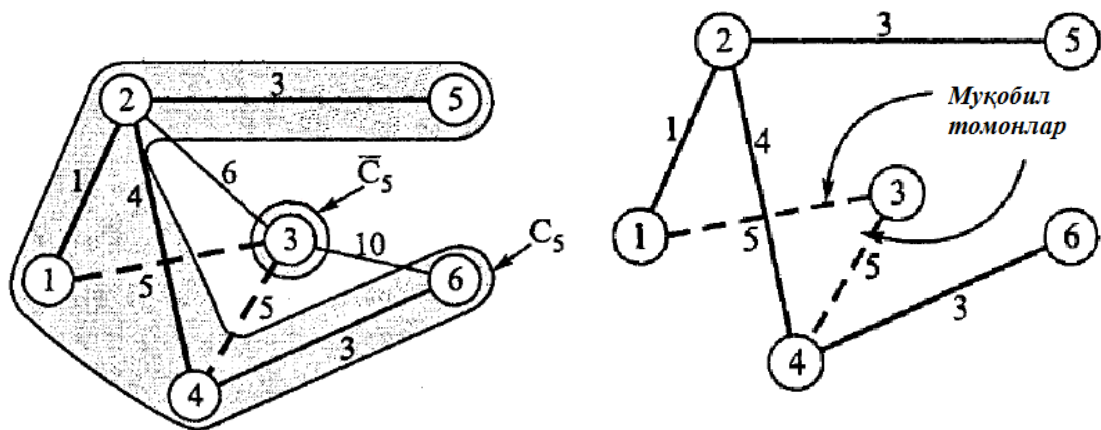
2-qadam



3-qadam



4-qadam



5-qadam

6-qadam (Minimal to'xtash joyi)

25-rasm.

Endi mazkur masalani **TORA** dasturi yordamida ishlash jarayoni bilan tanishaylik. Buning uchun dastur ishga tushirilgach, asosiy menyuning tarmoqli modellar (**Network models**) bo'limidan minimal to'xtash daraxti algoritmi (**Minimal Spanning Tree** bandi) tanlanishi lozim va masalaning berilishi jadvalga quyidagicha kiritiladi (26-rasm).

INPUT GRID - MINIMAL SPANNING TREE

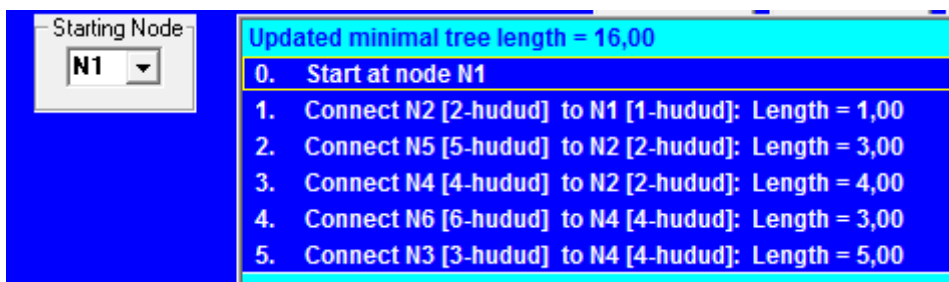
Check here if network is symmetrical

		N1	N2	N3	N4	N5	N6
	Node Name	1-hudud	2-hudud	3-hudud	4-hudud	5-hudud	6-hudud
N1	1-hudud		1,00	5,00	7,00	9,00	infinity
N2	2-hudud	1,00		6,00	4,00	3,00	infinity
N3	3-hudud	5,00	6,00		5,00	infinity	10,00
N4	4-hudud	7,00	4,00	5,00		8,00	3,00
N5	5-hudud	9,00	3,00	infinity	8,00		infinity
N6	6-hudud	infinity	infinity	10,00	3,00	infinity	

26-rasm.

26-rasmga e'tibor bersak, birinchi hudud bilan ikkinchi hudud orasida masofa 1 u.b.ga teng bo'lib, ushbu masofa qiymati jadvalning birinchi satr bilan ikkinchi ustun kesishgan katakka joylashtirilgan. Qolgan masofalar ham shu tariqa joylashtiriladi va masalaning yechimini topishga o'tiladi. Buning uchun kiritilgan jadvalning pastki qismida joylashgan masalani yechish menyusidan foydalaniladi (**SOLVE Menu** → **Solve problem** → **Minimal Spanning Tree** buyruqlari).

Natijani tahlil etsak, birinchi hudud bilan qolgan besh hududni bog'lovchi eng qisqa masofa 16 u.b.ga teng va bunda ikkinchi hudud bilan birinchi hududni, beshinchi hudud bilan ikkinchi hududni, to'rtinchi hudud bilan ikkinchi hududni, oltinchi hudud bilan to'rtinchi hududni, uchinchi hudud bilan to'rtinchi hududni bog'lash zarurligi ko'rsatilgan(27-rasm).



27-rasm.

6.2.Qisqa yo'lni izlash algoritmi

Tarmoqda qisqa yo'lni izlashning ikki algoritmi bilan tanishamiz. Ulardan biri siklga (takrorlanuvchi) ega tarmoq uchun, ikkinchisi siklga ega bo'lmagan tarmoq uchun.

1. Deykstra algoritmi
2. Floyd algoritmi

Deykstra algoritmi berilgan boshlang'ich tugun bilan tarmoqning istalgan tuguni o'rtasidagi qisqa yo'lni izlash uchun ishlab chiqilgan. Floyd algoritmi birmuncha umumiy bo'lib, u yordamida bir vaqtning o'zida tarmoqning istalgan ikki tuguni orasidagi eng qisqa yo'lni topish mumkin.

Deykstra algoritmi. Ushbu algoritm bajarilishi jarayonida i -tugundan j -tugunga o'tishda tomonga nishon qo'shish protsedurasidan foydalaniladi. U_i orqali boshlang'ich 1-tugundan i -tugungacha bo'lgan eng qisqa yo'lni belgilaymiz. d_{ij} orqali (j) tomon uzunligi belgilaymiz. U holda j - tugun uchun $U_{j,i}$ nishonni quyidagicha aniqlaymiz.

$$U_{j,i} = U_i + d_{ij}, d_{ij} \geq 0$$

Tugunlar nishoni Deykstra algortmida ikki tipda: vaqtinchalik va doimiy bo‘ladi. Agar berilgan tugungacha bo‘lgan birmuncha qisqa yo‘l topilsa, vaqtinchalik nishon boshqa bir vaqtinchalik nishon bilan almashtiriladi.

Boshlang‘ich tugundan berilgan tuguncha boshqa eng qisqa yo‘l qolmaganiga ishonch hosil qilingandan so‘ng, vaqtinchalik nishon maqomi doimiyga almashtiriladi.

Algoritmning hisoblash sxemasi quyidagicha.

0-qadam. Boshlang‘ich tugun (1-tugun)ga $[0,-]$ nishon quyiladi. $i=1$ deb qabul qilinadi.

i-qadam.

a) i-tugundan bevosita borish mumkin bo‘lgan va vaqtinchalik nishonga ega bo‘lmagan barcha j tugunlar uchun $[U_i + d_{ij}, i]$ vaqtinchalik nishon hisoblanadi.

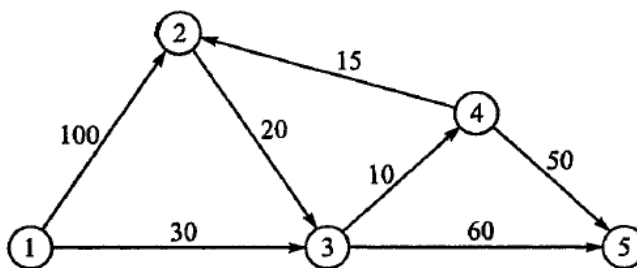
Agar j-tugun boshqa bir k-tugundan olgan $[U_j, k]$ nishonga ega bo‘lsa va $U_i + d_{ij} < U_j$ bo‘lsa, u holda $[U_j, k]$ nishon $[U_i + d_{ij}, i]$ nishonga almashtiriladi.

b) agar barcha tugunlar doimiy nishonga ega bo‘lsa, hisoblash jarayoni to‘xtatiladi. Aks holda barcha vaqtinchalik nishonlar ichidan eng qisqa (agar bunday nishonlar bir qancha bo‘lsa tanlov ixtiyoriy) U_r masofaga ega $[U_r, s]$ nishon olinadi va $i=r$ deb qilinadi hamda i-nchi qadamni takrorlanadi.

Masala. Beshta aholi punktidan tashkil topgan transport tarmog‘i berilgan bo‘lib, ular orasidagi masofalar (kilometrlarda) tutashtiruvchi yoy yonida keltirilgan(28- rasm). Birinchi aholi punkti (1-tugun)dan qolgan barcha to‘rt aholi punktiga boriladigan eng qisqa masofa topilishi talab etilsin.

0-qadam. 1-tugunga $[0,-]$ doimiy nishon qo‘yamiz.

1-qadam. 1-tugundan 2-va 3- tugunga borish mumkin. Ushbu tugunlar uchun nishonlarni hisoblaymiz va natijani quyidagi nishonlar jadvaliga kiritamiz.



28-rasm.

Tugun	Nishon	Nishon maqomi
1	[0,-]	Doimiy
2	$[0+100,1]=[100,1]$	Vaqtinchalik
3	$[0+30,1]=[30,1]$	← Vaqtinchalik

2- va 3- tugunlar ichida eng qisqa masofasini 3-tugun ega $\langle U_3 = 30 \rangle$. $1 \rightarrow 3$ yo'li.

Shu sababli 3-tugun nishon maqomini “doimiy”ga o‘zgartiramiz.

2-qadam. 3-tugun (doimiy nishonga ega)dan 4- va 5- tugunlarga borish mumkin. Natijada quyidagi tugunlar ro‘yxatini hosil qilamiz.

Tugun	Nishon	Nishon maqomi
1	[0,-]	Doimiy
2	$[100,1]$	Vaqtinchalik
3	[30,1]	Doimiy
4	$[30+10,3]=[40,3]$	← Vaqtinchalik
5	$[30+60,3]=[90,3]$	Vaqtinchalik

$[40,3]$ nishonning maqomi vaqtinchalikdan “doimiy” likka o‘zgartiriladi ($U_r = 40$)

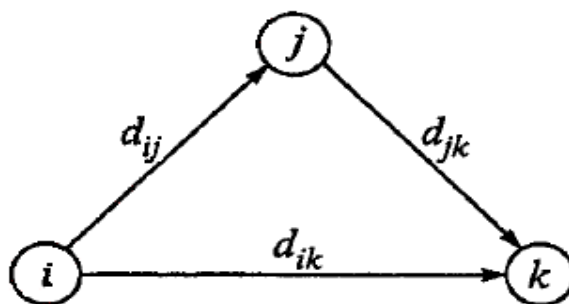
3-qadam. 4-tugundan 2- va 5- tugunga borish mumkin. Hisoblash natijasida quyidagi ro‘yxatni xosil qilamiz.

Tugun	Nishon	Nishon maqomi
1	[0,-]	Doimiy
2	$[40+15,1]= [55,4]$	← Vaqtinchalik
3	[30,1]	Doimiy
4	[40,3]	Doimiy
5	$[90,3]$ yoki $[40+50,4] [90,4]$	Vaqtinchalik

Ikkinchi qadamda hosil bo'lgan [100,1] vaqtinchalik nishon [55,4]ga o'zgartiriladi. Bu degani, ushbu tugunga birmuncha qisqa yo'l (4-tugundan o'tuvchi) topilganini anglatadi. Uchinchi qadamda 5-tugun ikki bir xil masofali qiymatga ega bo'lgan ($U_5=90$) nishonlar hosil bo'ladi.

4-qadam. 2-tugundan faqat 3-tugun orqali o'tish mumkin, ammo u doimiy nishonga ega va uni o'zgartirib bo'lmaydi. Shu sababli ushbu qadamda ham oldingi qadamlardek ro'yxat hosil bo'ladi, ammo bitta o'zgarish bilan, ya'ni 2-tugun nishon doimiy maqomni oladi. Vaqtinchalik nishon faqat 5-tugunda qoladi, chunki undan boshqa tugunlarga borib bo'lmaydi, shu bilan hisoblash jarayoni tugaydi.

Floyd algoritmi. Mazkur algoritm Deykstra algortmiga qaralganda birmuncha umumiy bo'lib, tarmoqning ixtiyoriy ikki tuguni orasidagi eng qisqa yo'lni topadi. Ushbu algoritmda tarmoq n satr va n ustunli kvadrat matritsa ko'rinishida ifodalanadi. Agar (i,j) yoy mavjud bo'lsa, (i,j) chekli qiymatga ega bo'lgan i -tugun bilan j -tugun orasidagi masofa d_{ij} ga va aks holda cheksizga teng. Floyd usulining asosiy g'oyasi quyidagicha. Faraz qilaylik i -, j - va k - tugunlar va ular orasidagi masofa berilgan bo'lsin. Agar $d_{ij} + d_{jk} < d_{ik}$ shart bajarilsa, $i \rightarrow k$ yo'lni $i \rightarrow j \rightarrow k$ ga almashtirish maqsadga muvofiq.



Bunday almashtirishlar (keyinchalik shartli ravishda uchburchakli operator deb ataymiz) Floyd algoritmidagi tizimli ravishda amalga oshiriladi.

Algoritmi quyidagi sxemaga ega.

0-qadam. Masofalarning boshlang'ich matritsasi D_0 va tugunlar ketma-ketligi S_0 aniqlanadi. Ikkala matritsaning diagonal elementlari hisoblash

jarayonida ishtirok etmasligini ko'rsatuvchi “—” belgi bilan belgilanadi. $k = 1$ deb qabul qilinadi.

k-asosiy qadam. k - satr va k - ustunni yetakchi satr va yetakchi ustun sifatida belgilaymiz. D_{k-1} matritsaning barcha d_{ij} elementlariga uchburchak operatorini qo'llash imkoniyatlarini qarab chiqamiz.

$$D_0 =$$

	1	2	...	j	...	n
1	—	d_{12}	...	d_{1j}	...	d_{1n}
2	d_{21}	—	...	d_{2j}	...	d_{2n}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	d_{i1}	d_{i2}	...	d_{ij}	...	d_{in}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	d_{n1}	d_{n2}	...	d_{nj}	...	—

$$S_0 =$$

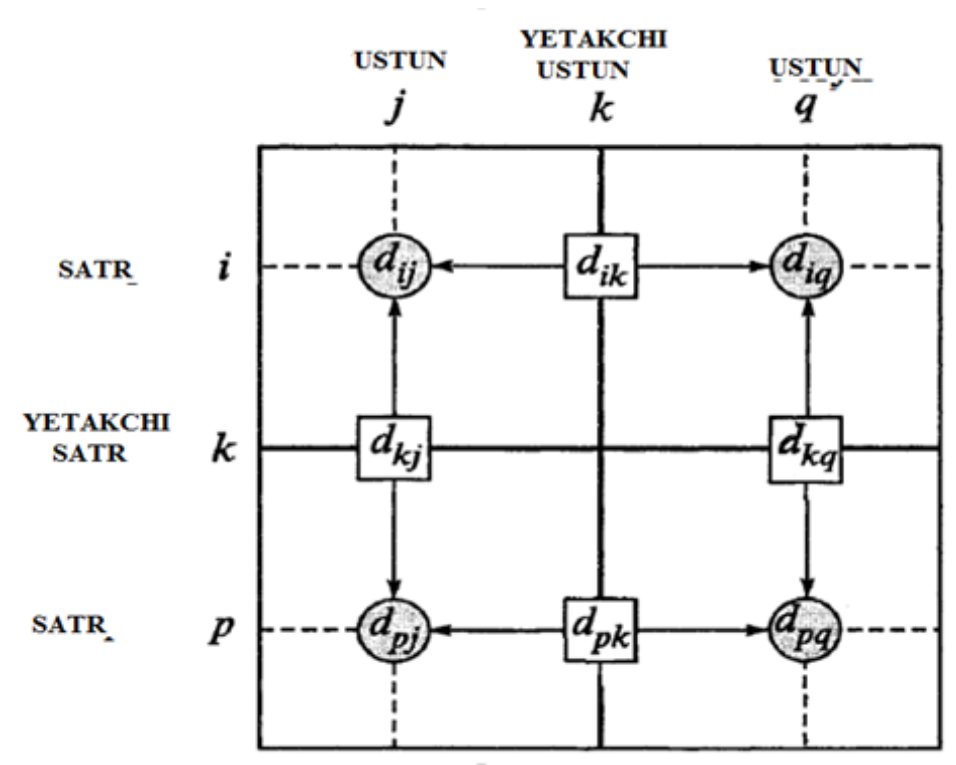
	1	2	...	j	...	n
1	—	2	...	j	...	n
2	1	—	...	j	...	n
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	1	2	...	j	...	n
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	1	2	...	j	...	—

Agar $d_{ik} + d_{kj} < d_{ij}$ ($k \neq j, j \neq k$) va $(i \neq j)$ shart o'rinli bo'lsa, quyidagilar bajariladi.

a) D_k matritsani D_{k-1} matritsaning d_{ij} elementini $d_{ik} + d_{kj}$ yig'indi bilan almashtirish natijasida hosil qilamiz.

b) S_k matritsani esa S_{k-1} matritsada s_{ij} elementni k ga almashtirish natijasida hosil qilamiz va $k = k + 1$ deb olamiz hamda k - qadamni takrorlaymiz.

Algoritmning k -qadamidagi faoliyatimizni tushuntirish uchun D_{k-1} matritsani quyidagi rasmda ko'rsatilgandek tasvirlaymiz.



Ushbu rasmda k -satr va k -ustunlar yetakchi bo'lsin. i - satr 1 dan to $k-1$ raqamgacha bo'lgan, r esa $k+1$ dan to n -raqamgacha bo'lgan ixtiyoriy satrlar bo'lsin. Xuddi shuningdek, j -ustun 1 dan to $k-1$ gacha bo'lgan, g esa $k+1$ dan to n gacha bo'lgan ixtiyoriy ustun. Uchburchakli operator quyidagicha ishlaydi.

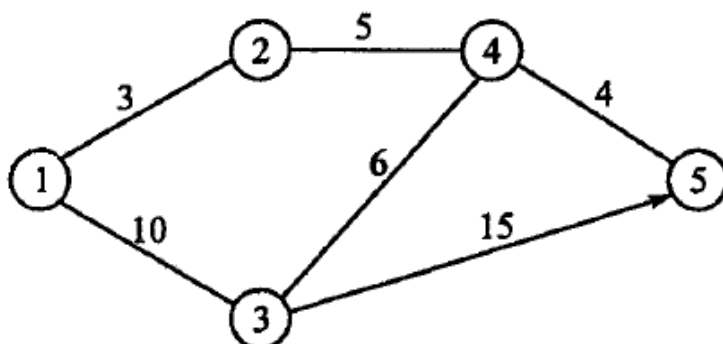
Agar yetakchi satr va ustun elementlari yig'indisi (kvadratlarda ko'rsatilgan) ular kesishmasida turgan (doiraga olingan) elementdan kichik bo'lsa, masofalar yetakchi elementlar bilan tasvirlangan masofalar yig'indisi bilan almashtiriladi.

Algoritmning n qadami bajarilgandan so'ng D_n va S_n matritsalar bo'yicha i va j tugunlar orasidagi eng qisqa yo'lni topish quyidagi qoida bo'yicha amalga oshiriladi.

1. i va j tugunlar orasidagi masofa D_n matritsada d_{ij} ga teng.

2. i tugundan j tugungacha bo‘lgan yo‘lda oraliq tugunlar S_n matritsa bo‘yicha topiladi. Faraz qilaylik, $s_{ij} = k$, u holda $i \rightarrow k \rightarrow j$ yo‘lga ega bo‘lamiz. Agar keyinchalik $s_{ik} = k$ va $s_{kj} = j$ bo‘lsa, u holda butun yo‘l aniqlangan deb hisoblaymiz, chunki barcha oraliq tugunlar topilgan bo‘ladi. Aks holda yuqoridagi protsedura i -tugundan k -tugungacha va k -tugundan j -tugungacha bo‘lgan yo‘llar uchun takrorlanadi.

Masala. Yuqoridagi algoritmlardan foydalanib, **TORA** dasturi yordamida quyidagi beshta aholi punktini bog‘lovchi eng qisqa yo‘lni topish masalasini ko‘rib chiqamiz(29-rasm).



29-rasm.

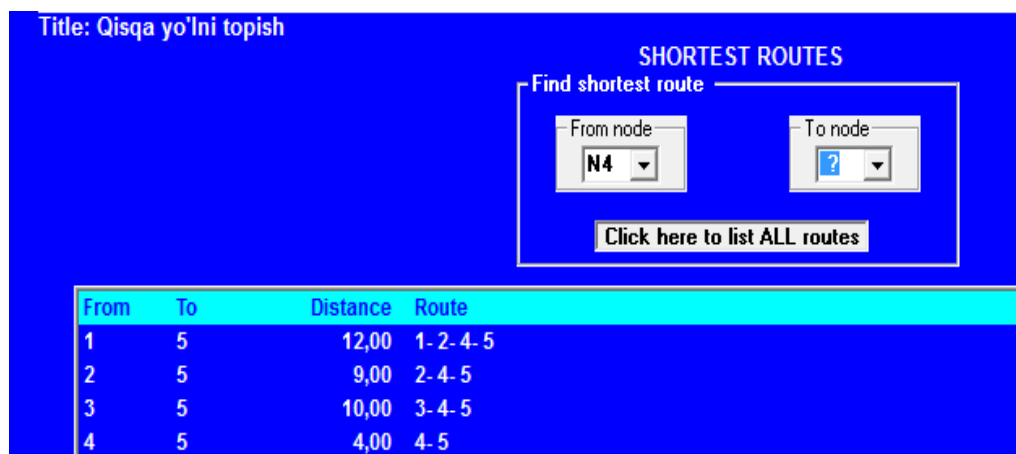
TORA dasturi ishga tushurilgach, asosiy menyudan tarmoqli modellar(**Network models**) bo‘limi tanlanib, so‘ngra u yerdan eng qisqa yo‘l(**Shortest Route**) bandi tanlanadi, keyin esa bu banddan aholi punktlari orasidagi masofalar jadvalga quyidagicha joylashtiriladi(30-rasm).

INPUT GRID - SHORTEST ROUTE						
<input type="checkbox"/> Check here if network is symmetrical						
		N1	N2	N3	N4	N5
	Node Name	A пункт	B пункт	C пункт	D пункт	E пункт
N1	A пункт		3,00	10,00	infinity	infinity
N2	B пункт	infinity		infinity	5,00	infinity
N3	C пункт	infinity	infinity		6,00	15,00
N4	D пункт	infinity	infinity	infinity		4,00
N5	E пункт	infinity	infinity	infinity	infinity	

30-rasm.

30-rasmga e‘tibor bersak, birinchi(A) aholi punkti bilan ikkinchi(B) aholi punkti orasida masofa 3 u.b. bo‘lib, ushbu qiymat jadvalning birinchi satr bilan

ikkinchi ustun kesishgan katakka joylashtirilgan. Qolgan masofalar ham shu tarzda joylashtiriladi va masalaning yechimini topishga o‘tiladi. Buning uchun kiritilgan jadvalning pastki qismida joylashgan masalani yechish menyusidan foydalaniladi (**SOLVE Menu**→**Solve problem**→**Shortest routes** buyruqlari). Natijani tahlil etsak, A (1) aholi punktidan E (5) aholi punktigacha eng qisqa masofa 12 u.b. bo‘lib, mazkur yo‘l A→B→D→E(1→2→4→5) aholi punktlari orqali o‘tadi(31-rasm). SHu bilan birga yechimda B, C, D (2,3,4) aholi punktlaridan to E(5) aholi punktigacha bo‘lgan eng qisqa masofalar ham ko‘rsatilgan(31-rasm).



31-rasm.

Agar masalani yechishda **SOLVE Menu**→**Solve problem**→**Iterations** buyruqlari tanlansa, dastur masalani yechishda qaysi algoritmdan (**Dijkstra’s algorithm** yoki **Floyd’s algorithm**) foydalanish lozimligini so‘raydi. Algoritmning biri tanlasa, berilgan masalani yechish jarayoni ketma-ketligi(iteratsiyalari)ni ham ko‘rish imkoniyati hosil bo‘ladi.

6.3.Maksimal oqimni topish algoritmi.

Ushbu algoritm g‘oyasi manbaadan to quyilish joyigacha bo‘lgan musbat oqimli o‘tish yo‘lini topishdir. $(\bar{C}_{ij}, \bar{C}_{ji})$ (boshlang‘ich) o‘tkazish qobiliyatli (i,j) qirrani qaraylik. Algoritm bajarilish jarayonida ushbu o‘tkazish qobiliyatlarining bir qismi mazkur qirradan o‘tuvchi oqim tomonidan “ushlab qolinadi” va natijada har bir qirra qoldiq o‘tkazish qobiliyatiga ega bo‘ladi. (c_{ij}, c_{ji}) - yozuvni qoldiq o‘tkazish qobiliyatini tasvirlash uchun ishlatamiz.

Ta’rif. Barcha qirralari qoldiq o‘tkazish qobiliyatiga ega bo‘lgan tarmoq qoldiq tarmoq deyiladi.

i tugundan oqim oluvchi ixtiyoriy j tugun uchun $\lfloor j, i \rfloor$ nishonni aniqlaymiz. Bu yerda $a_j - j$ tugundan i tugunga oquvchi oqim miqdori.

Algoritmning ishlash sxemasi quyidagicha:

1-qadam. Barcha (i, j) qirralar uchun dastlabki o‘tkazish qobiliyatiga teng qoldiq o‘tkazish qobiliyatini joylashtiramiz, ya’ni $\lfloor j, i \rfloor = \lfloor i, j \rfloor, \bar{c}_{ji} = a_1 = \infty$ deb olib 1-tugunni $\lfloor p, -1 \rfloor$ nishon bilan belgilaymiz. $i=1$ deb qabul qilamiz va 2-qadamga o‘tamiz.

2-qadam. S_i to‘plami- tugundan musbat qoldiq o‘tkazish qobiliyati qirra orqali o‘tishi mumkin bo‘lgan j -tugunlar to‘plami sifatida aniqlanadi. (ya’ni, $c_{ij} > 0$ barcha $j \in S_i$). Agar $S_i = \emptyset$ bo‘lsa 3-qadam bajariladi, aks holda 4-qadamga o‘tiladi.

3-qadam. S_i to‘plamdan $c_{ik} = \max_{j \in S_i} \{c_{ij}\}$ shartni qanoatlantiruvchi k -tugun topiladi. $a_k = c_{ik}$ deb olinadi va k tugunga $\lfloor k, i \rfloor$ nishon qo‘yiladi. Agar oxirgi nishon bilan quyilish tuguni belgilangan bo‘lsa (ya’ni, $k=n$), o‘tish yo‘li topilgan bo‘ladi va 5-qadamga o‘tiladi. Aks holda $i=k$ deb olib, 2-qadamga qaytiladi.

4-qadam(ortga qaytish). Agar $i=1$ bo‘lib, o‘tishning imkoni yo‘q bo‘lsa, 6-qadamga o‘tiladi. Agar $i \neq 1$ nishon qo‘yilgan bevosita i tugundan oldingir tugunni topsak, i tugun r tugun bilan o‘zaro bog‘langan tugunlar to‘plamidan chiqarib tashlanadi. $i=r$ deb qabul qilinadi va 2- qadamga qaytiladi.

5-qadam (qoldiq tarmoqni topish). $N_p = \{1, k_1, k_2, \dots, n\}$ to‘plam orqali manba tugun (1-tugun)dan to quyilish tugun (n-tugun)gacha bo‘lgan yo‘l o‘tgan tugunlar to‘plamni belgilaymiz. U holda ushbu yo‘ldan o‘tuvchi maksimal oqim quyidagicha hisoblanadi:

$$f_p = \min\{a_1, a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_n\}$$

O‘tish yo‘lini tashkil etuvchi qirralarning qoldiq o‘tkazish qobiliyatlari f_p qiymatga oqim yo‘nalishi bo‘yicha kamayadi va shuncha miqdorga qarama-qarshi

yoʻnalish boʻyicha koʻpayadi. Shunday qilib oʻtish yoʻliga kiruvchi (i,j) qirra uchun joriy qoldiq qiymatlar (c_{ij}, c_{ji}) quyidagicha oʻzgaradi.

a) $(c_{ij} - f_p, c_{ji} + f_p)$ agar oqim i tugundan j tugunga qarab borayotgan boʻlsa.

b) $(c_{ij} + f_p, c_{ji} - f_p)$ agar oqim j tugundan i tugunga qarab borayotgan boʻlsa

Keyinchalik 4-qadamda chetlashtirilgan barcha tugunlar tiklanadi. $i=1$ deb qabul qilinadi va yangi oʻtish yoʻlini izlash uchun 2-qadamga qaytiladi.

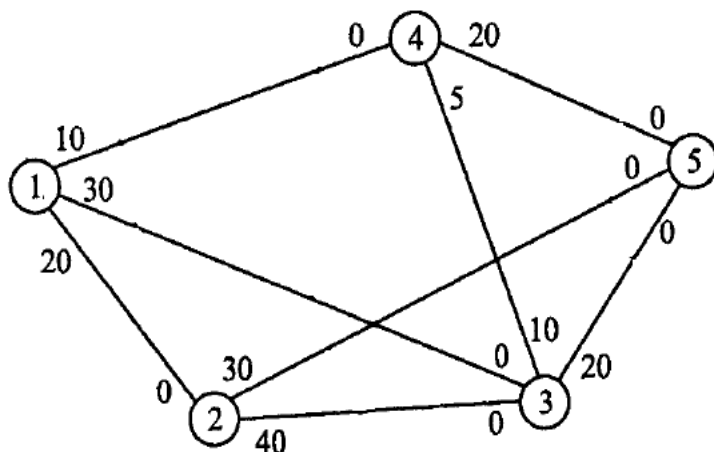
6-qadam. Yechish

a) topilgan moʻtish yoʻllarida maksimal oqim quyidagi formula boʻyicha hisoblanadi

$$F = f_1 + f_2 + \dots + f_m$$

b) (i,j) qirraning oʻtkazish qobiliyatlarini boshlangʻich $(\bar{C}_{ij}, \bar{C}_{ji})$ va yakuniy (oxirgi) (c_{ij}, c_{ji}) qiymatlariga ega boʻlgan holda ushbu qirradan oʻtuvchi optimal oqimni quyidagicha hisoblash mumkin. $(\alpha, \beta) = (\bar{C}_{ij} - c_{ij}, \bar{C}_{ji} - c_{ji})$ deb qabul qilib, agar $\alpha > 0$ boʻlsa, (i,j) qirra orqali oʻtuvchi oqim α ga teng. Agar $\beta > 0$, boʻlsa, u holda oqim β ga teng (bir vaqtning oʻzida $\alpha > 0$ va $\beta > 0$ holatda boʻlishi mumkin emas).

Masala. Quyidagi 32– rasmda koʻrsatilgan tarmoq uchun maksimal oqim hisoblanishi talab etilsin.



32-rasm.

1-iteratsiya

Barcha qirralarning qoldiq o'tkazish qobiliyati (c_{ij}, c_{ji}) ni boshlang'ich o'tkazish qobiliyati $(\bar{c}_{ij}, \bar{c}_{ji})$ ga teng deb olamiz.

1-qadam. $a_1 = \infty$ qiymat berib, 1-tugunni $[0, -]$ nishon bilan belgilaymiz va $i=1$ deb qabul qilamiz.

2-qadam. $S_1 = [3, 4] \notin \emptyset$.

3-qadam. $k=3$, chunki $c_{13} = \max\{c_{12}, c_{13}, c_{14}\} = \max\{0, 30, 10\} = 30$. $a_3 = c_{13} = 30$ qiymat beramiz va 3-tugunni $[0, 1]$ nishon bilan belgilaymiz hamda $i=3$ deb 2-qadamga qaytamiz.

2-qadam. $S_2 = [5, -]$.

3-qadam. $k=5$ va $a_5 = c_{35} = \max\{0, 20\} = 20$. 5-tugunni $[0, 3]$ nishon bilan belgilaymiz. O'tish yo'liga ega bo'lamiz va 5-qadamga o'tamiz.

5-qadam. O'tish yo'lini 1-tugundan boshlab to 5-tugungacha qo'yilgan nishonlar bo'yicha topamiz: $(0, -) \rightarrow [0, 3] \rightarrow (0, -) \rightarrow [0, 1] \rightarrow (0, -)$. SHunday qilib $N_1 = [3, 5]$ va $f_1 = \min\{a_1, a_3, a_5\} = \min\{30, 20\} = 20$. N_1 yo'l bo'ylab qoldiq o'tkazish qobiliyatini quyidagicha topamiz:

$$(c_{13}, c_{31}) \Rightarrow (0 - 20, 0 + 20) \Rightarrow (0, 20),$$

$$(c_{35}, c_{53}) \Rightarrow (0 - 20, 0 + 20) \Rightarrow (0, 20).$$

2-iteratsiya

1-qadam. $a_1 = \infty$ qiymat berib, 1-tugunni $[0, -]$ nishon bilan belgilaymiz va $i=1$ deb qabul qilamiz.

2-qadam. $S_1 = [3, 4]$.

3-qadam. $k=2$, chunki $a_2 = c_{12} = \max\{0, 10, 10\} = 10$ va 2-tugunni $[0, 1]$ nishon bilan belgilaymiz hamda $i=2$ deb 2-qadamga qaytamiz.

4-qadam. $S_2 = [5, -]$

5-qadam. $k=3$ va $a_3 = c_{23} = 40$. 3-tugunni $[0, 2]$ nishon bilan belgilaymiz. $i=3$ deb olib 2-qadamga qaytamiz.

2-qadam. $S_3 = [0, -]$. ($c_{35} = 0$ bo'lganligi uchun 5-tugun S_3 ga qiritilmagan)

3-qadam. $k=4$ va $a_4 = c_{34} = 10$ qiymat berib, 4-tugunni $[0,3]$ nishon bilan belgilaymiz. $i=4$ deb olib, 2-qadamga qaytamiz.

2-qadam. $S_4 = [1,3]$. (1- va 3- tugunlarga nishon qo'yilganligi uchun S_4 ga qiritilmagan).

3-qadam. $k=5$ va $a_5 = c_{45} = 20$. 5-tugunni $[0,4]$ nishon bilan belgilaymiz. O'tish yo'liga ega bo'lamiz. 5-qadamga o'tamiz.

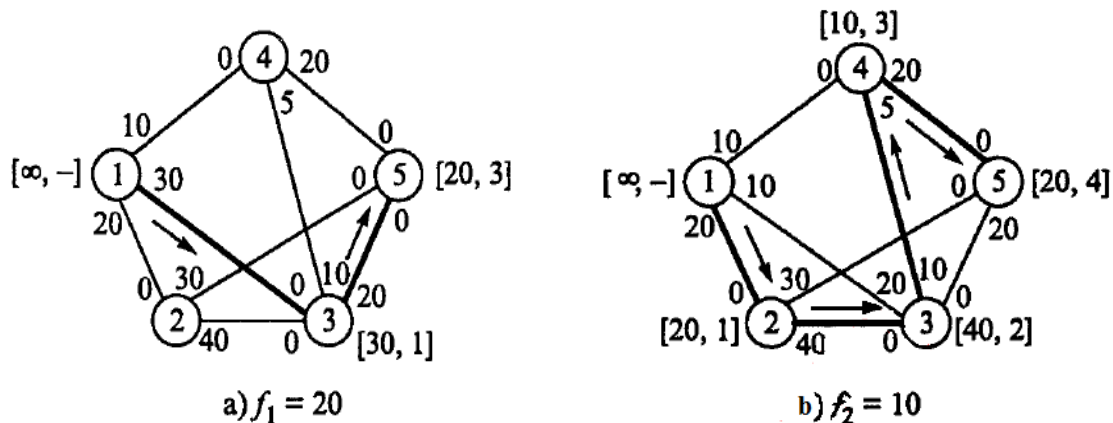
5-qadam. $N_2 = \{2,3,4,5\}$ va $f_2 = \min\{20,40,10,20\} = 10$. N_2 yo'l bo'ylab qoldiq o'tkazish qobiliyatini hisoblaymiz.

$$c_{12}, c_{21} = 0 - 10, 0 + 10 = 0, 10,$$

$$c_{23}, c_{32} = 0 - 10, 0 + 10 = 0, 10,$$

$$c_{34}, c_{43} = 0 - 10, 5 + 10 = 0, 15,$$

$$c_{45}, c_{54} = 0 - 10, 0 + 10 = 0, 10.$$



33-rasm.

3-iteratsiya

1-qadam. $a_1 = \infty$ qiymat berib, 1-tugunni $[0, -]$ nishon bilan belgilaymiz va $i=1$ deb qabul qilamiz.

2-qadam. $S_1 = [2,3,4]$.

3-qadam. $k=2$, $a_2 = c_{12} = \max\{0,10,10\} = 10$ deb olib, 2-tugunga $[0,1]$ nishon qo'yamiz va $i=2$ qiymat berib 2-qadamga o'tamiz.

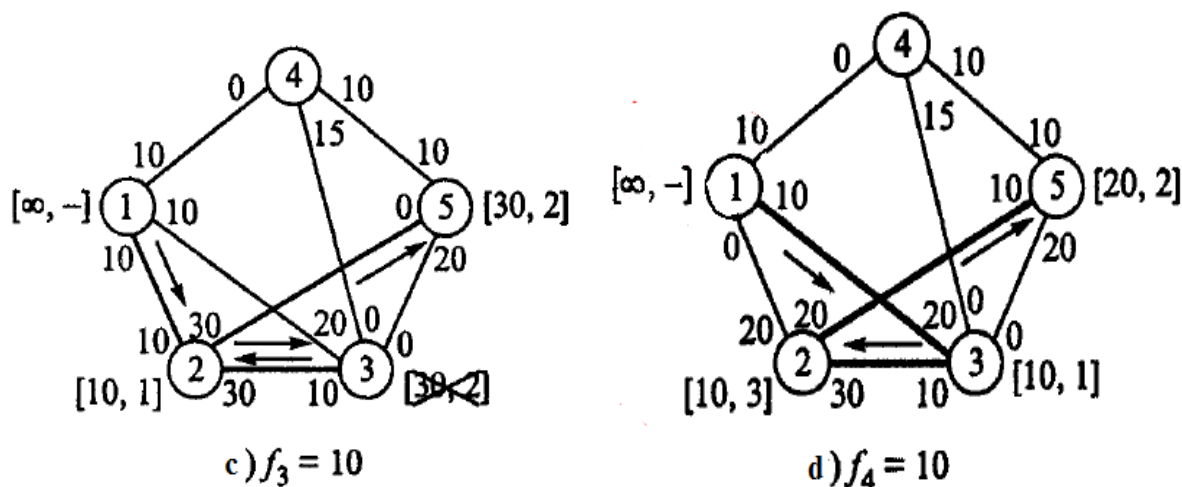
2-qadam. $S_2 = [1,5]$.

3-qadam. $k=3$ va $a_3 = c_{23} = 30$. 3-tugunni $\lfloor 0,2 \rfloor$ nishon bilan belgilaymiz va $i=3$ deb olib 2-qadamga qaytamiz.

2-qadam. $S_3 = \emptyset$ (chunki $c_{34} = c_{35} = 0$). 4-qadamga o'tamiz.

4-qadam. 3-tugun $\lfloor 0,2 \rfloor$ nishoni oldingi uzal raqami $r=2$ ni ko'rsatadi. Ushbu iteratsiyada 3-tugun keyinchalik e'tiborga olmaymiz va uning nishonini chizib tashlaymiz. $i=r=2$ deb olib, 2-qadamga qaytamiz.

2-qadam. $S_4 = \lfloor \rfloor$ (sababi 3-tugun mumkin bo'lgan o'tish yo'lidan chetlashtirilgan).



34-rasm.

3-qadam. $k=5$ va $a_5 = c_{25} = 30$. 5-tugunga $\lfloor 0,2 \rfloor$ nishonni qo'yamiz. O'tish yo'liga ega bo'ldik. 5-qadamga o'tamiz.

5-qadam. $N_3 = \lfloor 2,5 \rfloor$ va $f_3 = \min \{1,10,30\} = 10$. N_3 o'tish yo'li bo'ylab qoldiq o'tkazish qobiliyatini quyidagicha hisoblaymiz.

$$\langle c_{12}, c_{21} \rangle = \langle 0-10, 10+10 \rangle = \langle 0, 20 \rangle$$

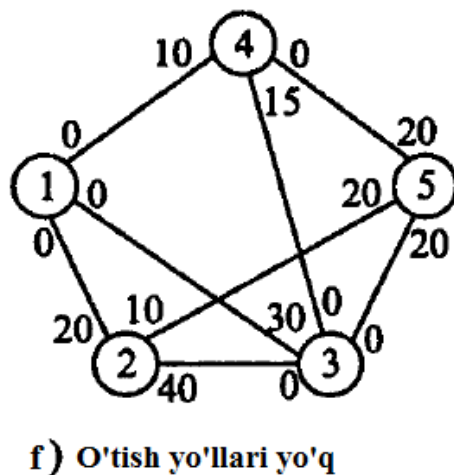
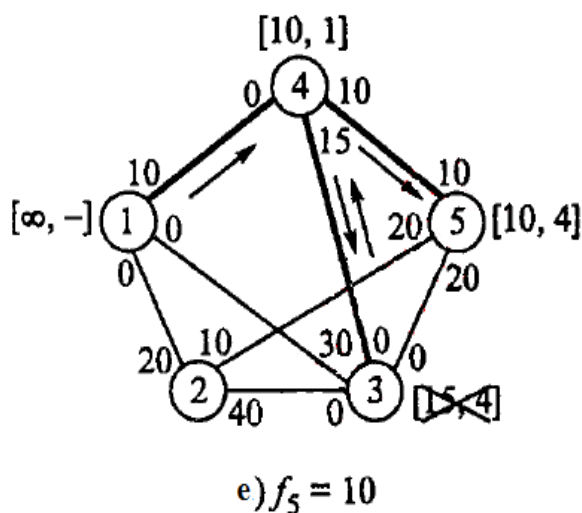
$$\langle c_{25}, c_{25} \rangle = \langle 0-10, 0+10 \rangle = \langle 0, 10 \rangle$$

4-iteratsiya

Ushbu iteratsiyada $N_4 = \lfloor 3,2,5 \rfloor$ yo'lga ega bo'lamiz va bunda $f_4 = 10$.

5- iteratsiya

Mazkur iteratsiyada esa $N_5 = \lfloor 4,5 \rfloor$ yo'lga ega bo'lamiz va bunda $f_5 = 10$.



35-rasm.

Tarmoqning maksimal oqimi esa quyidagiga teng.

$$F = f_1 + f_2 + \dots + f_5 = 20 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60 \text{ birlik.}$$

Hisoblash natijalarini quyidagi jadvalga joylashtirmiz.

Qirra	$\bar{C}_{ij}, \bar{C}_{ji} - \langle c_{ij}, c_{ji} \rangle$	Oqim qiymati	Yo'nalish
$\langle 1, 2 \rangle$	$\langle 0, 0 \rangle - (0, 20) = (20, -20)$	20	$1 \rightarrow 2$
$\langle 1, 3 \rangle$	$\langle 0, 0 \rangle - (0, 30) = (30, -30)$	30	$1 \rightarrow 3$
$\langle 1, 4 \rangle$	$\langle 0, 0 \rangle - (0, 10) = (10, -10)$	10	$1 \rightarrow 4$
$\langle 2, 3 \rangle$	$\langle 0, 0 \rangle - (40, 0) = (0, 0)$	0	----
$\langle 2, 5 \rangle$	$\langle 0, 0 \rangle - (10, 20) = (20, -20)$	20	$2 \rightarrow 5$
$\langle 3, 4 \rangle$	$\langle 0, 5 \rangle - (0, 15) = (10, -10)$	10	$3 \rightarrow 4$
$\langle 3, 5 \rangle$	$\langle 0, 0 \rangle - (0, 20) = (20, -20)$	20	$3 \rightarrow 5$
$\langle 4, 5 \rangle$	$\langle 0, 0 \rangle - (0, 20) = (20, -20)$	20	$4 \rightarrow 5$

Endi ushbu masalani **TORA** dasturi yordamida ishlab ko'ramiz.

Buning uchun dastur ishga tushirilgach, asosiy menyudagi tarmoqli modellar (**Network models**) bo'limidan maksimal oqim (**Maximal Flow**) bandi tanlanganadi va tugunlarning o'tkazish qobiliyati jadvalga quyidagicha joylashtiriladi (36-rasm).

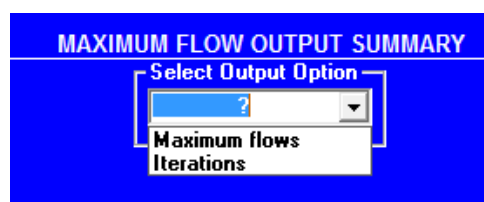
INPUT GRID - MAXIMAL FLOW

Check here if network is symmetrical

		N1	N2	N3	N4	N5
	Node Name					
N1			20,00	30,00	10,00	0,00
N2		0,00		40,00	0,00	30,00
N3		0,00	0,00		10,00	20,00
N4		0,00	0,00	5,00		20,00
N5		0,00	0,00	0,00	0,00	

36-rasm.

Jadvalga e'tibor bersak, birinchi tugundan ikkinchi tugunga o'tishda qirraning o'tkazish qobiliyati 20 birlik bo'lib, ushbu qiymat jadvalning birinchi satr bilan ikkinchi ustun kesishgan katakka joylashtirilgan. Ammo ikkinchi tugundan birinchi tugunga qaytish yo'q bo'lganligi uchun jadvalning ikkinchi satri bilan birinchi ustuni kesishish katagiga 0 birlik qo'yilgan. To'rtinchi tugundan uchinchi tugunga qaytish bo'lganligi uchun to'rtinchi satr bilan uchinchi ustun kesishish katagiga 5 birlik o'tkazish qobiliyati qo'yilgan. Qolgan o'tkazish qobiliyatlar ham shu tariqa jadvalga kiritiladi. Masalani yechishda **SOLVE Menu**→**Solve** problem buyruqlaridan foydalaniladi. Ushbu buyruqlar yordamida natijani olishda dastur oxirgi natijani yoki iteratsiya jarayonini ko'rsatishni so'raydi(37-rasm).



37-rasm.

Agar **Maximum flows** bandi tanlansa dastur oxirgi natijani ekranga chiqaradi(38-rasm).

MAXIMUM FLOWS

Maximum flow in network = 60,00 (6 iterations)						
		N1	N2	N3	N4	N5
N1			20,00	30,00	10,00	0,00
N2		0,00		0,00	0,00	20,00
N3		0,00	0,00		10,00	20,00
N4		0,00	0,00	0,00		20,00
N5		0,00	0,00	0,00	0,00	

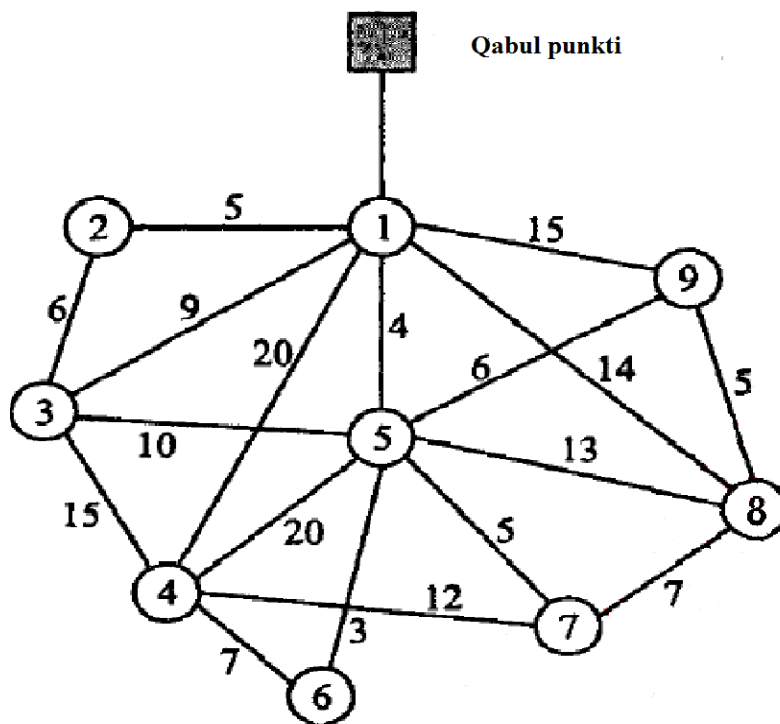
38-rasm.

Jadvaldan ko‘rinib turibdiki, tarmoq oqimini maksimal hajmi 60 birlikni tashkil etadi. Ushbu natijaga 6-iteratsiyadan keyin erishilgan.

Agar **Iterations** bandi tanlansa, berilgan masalani yechish jarayoni iteratsiyalarini ham ko‘rish imkoniyati hosil bo‘ladi

Mustaqil ishlashga doir misollar.

1. Quyidagi sxemada A tuman hududida joylashgan fermer xo‘jaliklari va paxta qabul qilish punktini bog‘lovchi yo‘l tarmog‘i berilgan. Dastur yordamida paxta qabul qilish punkti va fermerlarning barchasini bir-biri bilan birlashtiruvchi eng qisqa yo‘l tarmog‘i loyihasini tuzing.



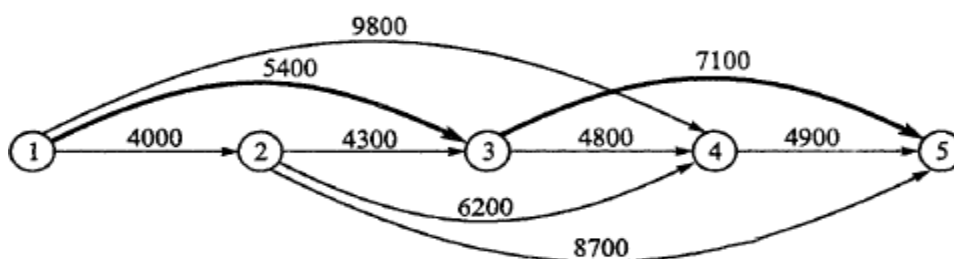
2. Televizorlarni ijaraga beruvchi kompaniya o‘z parkini yangilash rejasini 2017-2021 yillar uchun ishlab chiqyapti. Har bir televizor bir yildan kam bo‘lmagan va uch yildan ko‘p bo‘lmagan muddatda ishlashi lozim.

Quyidagi jadvalda televizorni almashtirish qiymati sotib olingan yili va foydalanish muddatiga bog‘liq holda berilgan.

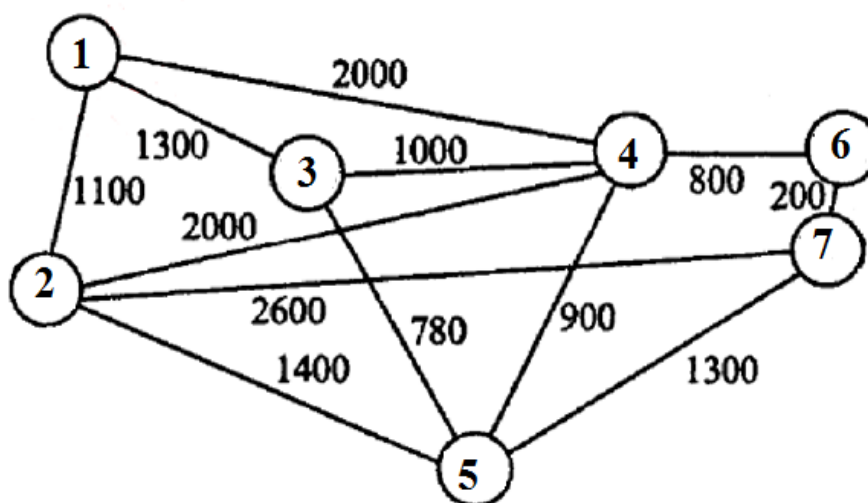
Sotib olingan yili	Foydalanish muddatiga bog‘liq holda almashtirish qiymati,
--------------------	---

	p.b		
	1	2	3
2017	4000	5400	9800
2018	4300	6200	8700
2019	4800	7100	
2020	4900		
2021			

Masalani beshta tugunli tarmoqli model sifatida tasvirlash mumkin(-rasm).
 Kompaniya optimal (kam xarajatli)ish faoliyatini eng qisqa yo‘lni topish algoritmi yordamida **TORA** dasturidan foydalanib toping.

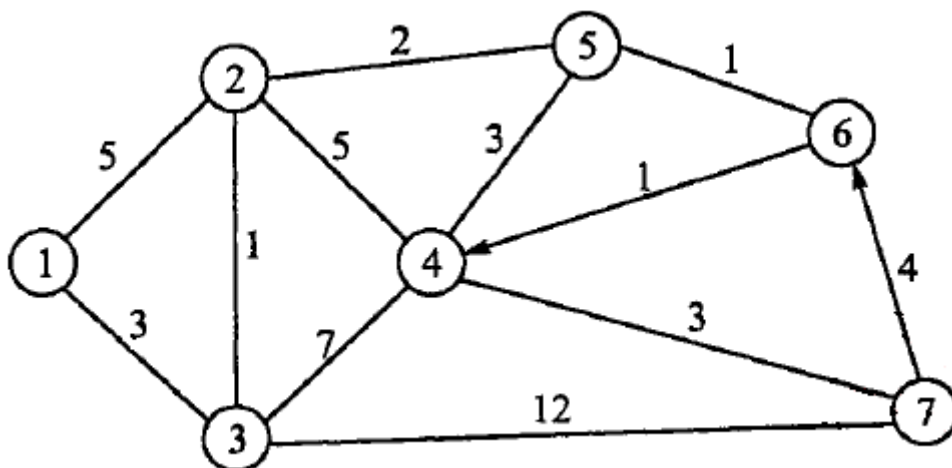


3.Minimal to‘xtash daraxti algoritmi yordamida **TORA** dasturidan foydalanib quyidagi sxemada ko‘rsatilgan aholi punktlarining barchasini o‘zaro bog‘lovchi eng qisqa yo‘lni toping.

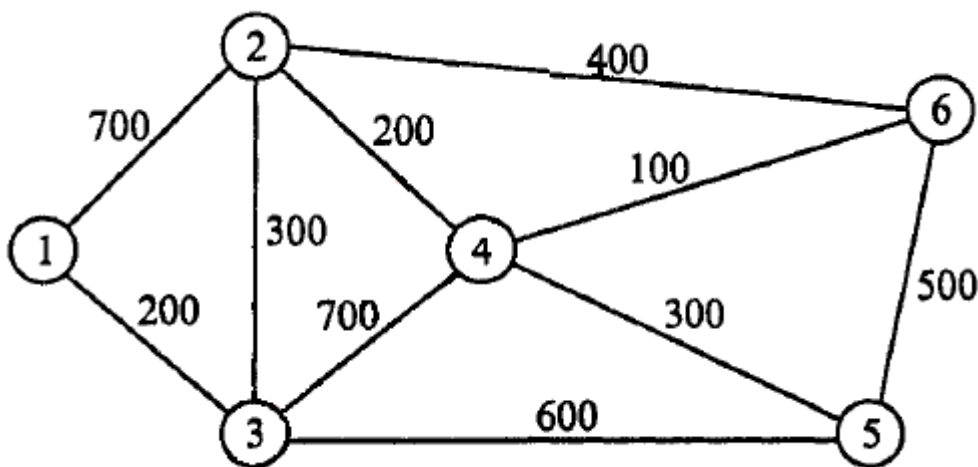


4. Quyidagi sxemaga **TORA** foydalanib Floyd algoritmini qo'llang. qo'llang. (7,6) va (6,4) qirralarning mo'ljallanganligi e'tiborga olib, quyidagi juft tugunlar orasidagi eng qisqa yo'lni toping.

- a) 1-tugundan 7-tugungacha.
- b) 2-tugundan 7-tugungacha.
- v) 3-tugundan 7-tugungacha.
- g) 3-tugundan 6-tugungacha.



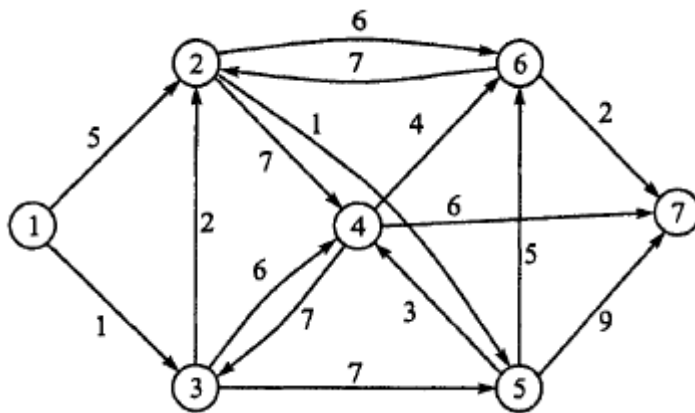
5. Telefon kompaniyasi quyidagi sxemada ko'rsatilgan bir-biridan ma'lum uzoqlikda(ular orasidagi masofa kilometrlarda berilgan) joylashgan tumanlarga xizmat ko'rsatadi. Kompaniyaning ikki ixtiyoriy tumanlar o'rtasida ma'lumotni jo'natishining eng samarali marshrutini toping.



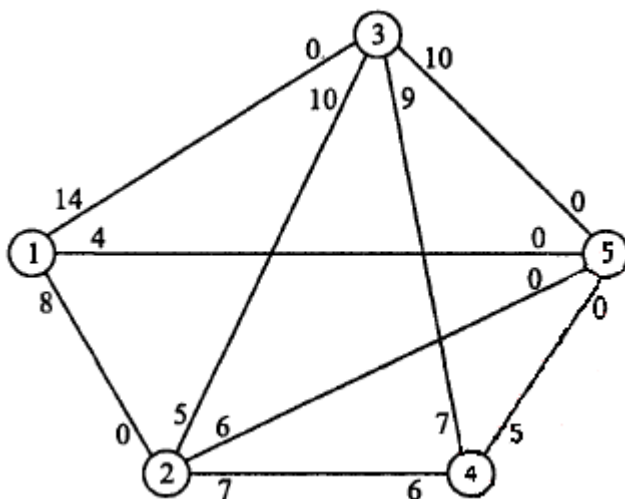
6. Quyidagi sxemada 8 ta shaharni birlashtiruvchi transport tarmog‘i va ular orasidagi masofa kilometrlarda berilgan. Quyidagi shaharlar orasidagi eng qisqa yo‘llarni **TORA** dasturidan foydalanib toping.

- a) 1-shahardan 8-shahargacha.
- b) 1-shahardan 6-shahargacha.
- v) 3-shahardan 8-shahargacha.
- g) 1-shahardan 7-shahargacha.

7. Quyidagi sxemada tasvirlangan tarmoqning birinchi tugunidan to‘qolgan barcha tugunlarigacha bo‘lgan eng qisqa yo‘lni **TORA** dasturi yordamida toping



8. Quyidagi sxemada berilgan tarmoqning maksimal oqimi va har bir qirradan o‘tuvchi oqimlar hajmini **TORA** dasturi yordamida aniqlang.

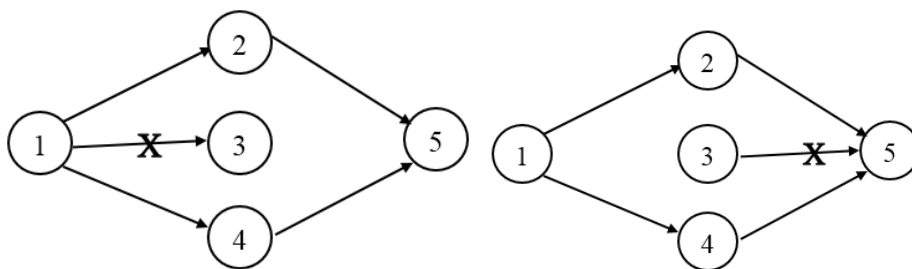


7.Loyihalarni rejalashtirish.

Bugungi kunda loyihalarni rejalashtirishning bir qancha usullari mavjud. Ko‘pincha dastlab ishlar ro‘yxati tuziladi, har bir ishning davomiyligi baholanadi va ularning bajarilish ketma-ketligi o‘rnatiladi, ya’ni, loyihaga kiruvchi ixtiyoriy ishning boshlanishi uchun qaysi ishlar tugallanishi zarurligini aniqlanishi lozim va shu asosda uning tarmoqli grafi tuziladi.

Tarmoqli graflarni tuzishda quyidagi qoidalarga amal qilish zarur

1. Tarmoqli grafda “boshi berk” holat bo‘lmasligi kerak(39-rasm).



39-rasm.

2. Tarmoqli graflarda hech bo‘lmasa bitta oldingi ish mavjud bo‘lmagan (boshlang‘ich hodisa mustasno) hodisa bo‘lmasligi kerak.
3. Tarmoqli graflarni tuzishda ikki qo‘shni hodisa ikki yoki undan ko‘p ishlar bilan bog‘lanishiga yo‘l qo‘ymaslik lozim. Chunki ularni tasvirlashda parallel bajariluvchi ishlar ko‘rinishida bo‘lishi mumkin. Bu esa xatolikka olib keladi. Xatolikdan qochish uchun qo‘shimcha hodisa kiritish va uni keyingisiga bog‘liqlik holda yoki yolg‘ondakam ish bilan bog‘lash tavsiya etiladi.
4. Tarmoqda sirtmoqlar (yopiq konturlar) bo‘lmasligi lozim.
5. Tarmoqli grafda ortiqcha mantiqiy aloqa va hodisalarga yo‘l qo‘yilmaydi. Tarmoqli grafning tasvirlanish shakli oddiy bo‘lishi, kesishuvchi ishlar soni umuman bo‘lmasligi yoki juda kam bo‘lishligi zarur.
6. Tarmoqli grafni tuzishda qo‘yilgan maqsadga erishish uchun bajariladigan ishlarining texnologik ketma-ketligiga qat’iy amal qilinishi lozim.
7. Tarmoqli graf hodisalarini raqamlashda arab raqamlaridan foydalaniladi.

8. Tarmoqli grafning har qanday ishi o'z shifrga ega bo'lib, uning birinchisi mazkur ish chiqayotgan hodisa raqami, ikkinchisi –kiriladigan ish raqami.

Yuqoridagi qoidalarga mos holda tuzilgan grafikka loyiha bajarilishining tarmoqli modeli deyiladi.

Tarmoqli grafikning asosiy parametrlari bo'lib butun bir loyihani bajarishning davomiyligi, hodisalar tugallanish vaqtlari, ayrim ishlarni bajarish muddati va ularning vaqt zahiralari hisoblanadi.

1-ta'rif. Har bir ishning yakuniy hodisasi keyingi ishning boshlang'ich hodisasi bilan ustma-ust tushadigan tarmoqning ixtiyoriy ketma-ketligiga yo'ldayiladi. Yo'l uzunligi deganda $(i, j_1), (j_1, j_2), (j_2, j_3), \dots, (j_k, j)$ i dan j gacha bo'lgan barcha ishlar bajarilishi davomiyligi tushuniladi, ya'ni, $t_{ij_1} + t_{j_1j_2} + \dots + t_{j_kj}$.

2-ta'rif. Boshlang'ich qirrasi boshlang'ich hodisa bilan, yakuniy qirrasi – tugallanuvchi hodisa bilan ustma-ust tushuvchi yo'l to'liq yo'l deyiladi.

3-ta'rif. Eng katta davomiylikka ega bo'lgan to'liq yo'l **kritik yo'l** deyiladi. Tarmoqda bunday yo'llar bir nechta bo'lishi mumkin. Kritik yo'lga tegishli ish va hodisalar ham **kritik** deyiladi.

Kritik yo'lga tegishli ishlarning davomiyliklari yig'indisi barcha ishlar kompleksini bajarishning kritik vaqti t_{kr} ga teng.

Tarmoqli grafikda kritik yo'l qoida bo'yicha ikkilangan yoki yo'g'on chiziq bilan ajratiladi.

Asosiy vaqt parametrlar hisobi mos formulalar bilan hisoblanadi. Hisoblash usullari ko'p, Quyida biz dinamik dasturlash usulidan foydalanamiz.

j hodisa tugallanishining **erta muddati** $t_p(j)$ deb bu hodisadan oldingi barcha ishlar tugallanishining eng erta vaqt momentiga aytiladi. Vaqt hisobi boshlang'ich hodisa boshlanish momentidan boshlab olib boriladi. Hisoblash oson bo'lishi uchun birlamchi hodisa tugallanish vaqtini 0 ga teng deb olamiz (ya'ni $t_p(1)=0$).

Ixtiyoriy keyingi (j -nchi) hodisaning erta muddati oldingi yo'llarning eng uzoq davomiyligi orqali topiladi. SHundan kelib chiqib, hodisalar tugallanishining erta muddatini aniqlash uchun quyidagi rekurrent formuladan foydalanamiz:

$$t_p(j) = \max_{(i,j) \in u_j^+} \{ t_p(i) + t_{ij} \} \quad (j = \overline{2, n}) \quad (29)$$

i hodisa tugallanishining **kech muddati** $t_p(i)$ deb shunday eng kech vaqt momentiga aytiladiki, undan keyin qolgan hodisalarning barchasi tugallanishi uchun zaruriy vaqtga teng muddat qoladi. Ushbu vaqtni topishda quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$t_n(i) = \min_{(i,j) \in u_j^-} \{ t_n(j) - t_{ij} \} \quad (i = \overline{1, n-1}) \quad (30)$$

(i,j) jarayon **kritik** bo'lishi uchun quyidagi uch shart bajarilishi shart:

$$1. \quad t_p(i) = t_n(i). \quad (31)$$

$$2. \quad t_p(j) = t_n(j). \quad (32)$$

$$3. \quad t_p(j) - t_p(i) = t_p(j) - t_p(i) = t_{ij}. \quad (33)$$

Agar ushbu shart bajarilmasa yo'l **kritik emas** deyiladi.

Masala.

Ish	Undan oldingi ishlar	Davomiyligi
a_1	-	2
a_2	-	4
a_3	a_1	3
a_4	a_1, a_2	2
a_5	a_4	5
a_6	a_4	7
a_7	a_3, a_5	3

Yuqoridagi masalada

$$t_p(1) = 0; \quad t_p(2) = t_p(1) + t_{12} = 0 + 2 = 2;$$

$$t_p(3) = \max\{t_p(1) + t_{13}; t_p(2) + t_{23}\} = \max\{0 + 4; 2 + 0\} = 4;$$

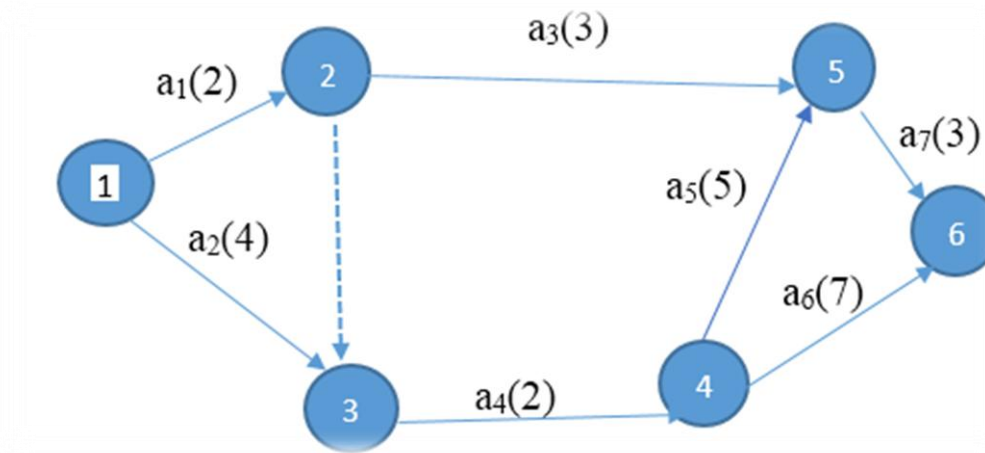
$$t_p(4) = t_p(3) + t_{34} = 4 + 2 = 6;$$

$$t_p(5) = \max\{t_p(2) + t_{25}; t_p(4) + t_{45}\} = \max\{2 + 3; 6 + 5\} = 11;$$

$$t_p(6) = \max\{t_p(4) + t_{46}; t_p(5) + t_{56}\} = \max\{6 + 7; 11 + 3\} = 14;$$

Kritik yo‘l davomiyligi yuqoridagi masalada 14 kunni tashkil etadi.

$$L_{kp} = \langle 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rangle$$



40-rasm.

Endi ushbu masalani **TORA** dasturi yordamida ishlab ko‘ramiz.

Dastur ishga tushurilgach, asosiy menyudan loyihani rejalashtirish(Project Planning) bo‘limidan kritik yo‘l usuli(CPM-Critical Path Method) bandi tanlangandan so‘ng, ishning boshlanishva tugallanish hodisalari raqamlari(masalan, 1 va 2), belgilanishi(a1) hamda ularning davomiyligi (2,00) jadvalga quyidagicha joylashtiriladi(41-rasm) va masalani yechishga o‘tiladi.

INPUT GRID - CPM (CRITICAL PATH METHOD)				
Row	From Node	To Node	Activity Symbol	Duration
1	1	2	a1	2,00
2	1	3	a2	4,00
3	2	3		0,00
4	2	4	a3	3,00
5	3	4	a4	2,00
6	4	5	a5	5,00
7	4	6	a6	7,00
8	5	6	a7	3,00

41-rasm.

Masalani yechishda dastur foydalanuvchidan yechimning grafik tasvirlanishi(CPM-**Bar Chart**) hamda hisoblanish(CPM-**Calculations**)

jarayonini chiqarishni soʻraydi. Agar **CPM-Bar Chart** bandi tanlansa, ishlarning bajarilish grafigi tuziladi (42-rasm), agar **CPM-Calculations** bandi tanlansa, kritik yoʻlni topishning hisoblash qadamlari oldga oʻtish va ortga qaytish usulida koʻrsatiladi (42 -,43-rasmlar).



42-rasm.

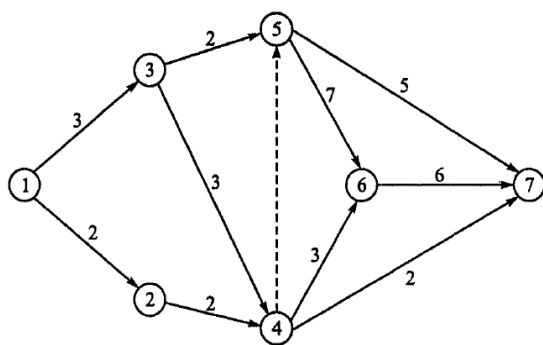
SOLUTION STEPS						
Forward Pass			Backward Pass			
Step	Node	Earliest Time	Step	Node	Latest Time	
1	1	0,00	7	6	14,00	
2	2	2,00	8	5	11,00	
3	3	4,00	9	4	6,00	
4	4	6,00	10	3	4,00	
5	5	11,00	11	2	3,00	
6	6	14,00	12	1	0,00	
Forward pass completed			Backward pass completed			
Activity	Duration	Earliest Start	Latest Completion	Total Float	Free Float	
a1	2,00	0,00	3,00	1,00	0,00	
a2	4,00	0,00	4,00	0,00	0,00	
a3	0,00	2,00	4,00	2,00	2,00	
a3	3,00	2,00	6,00	1,00	1,00	
a4	2,00	4,00	6,00	0,00	0,00	
a5	5,00	6,00	11,00	0,00	0,00	
a6	7,00	6,00	14,00	1,00	1,00	
a7	3,00	11,00	14,00	0,00	0,00	

Critical activities highlighted in red

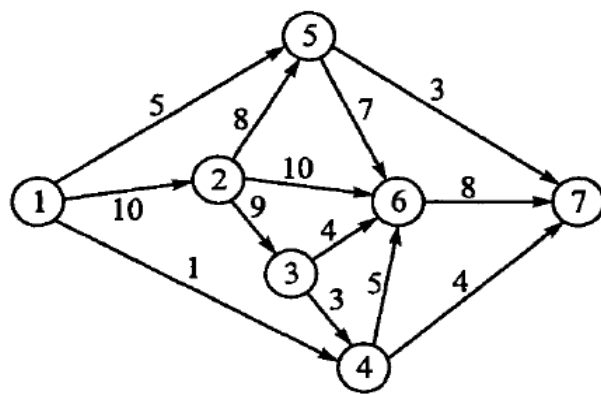
43-rasm.

Mustaqil ishlash uchun masalalar.

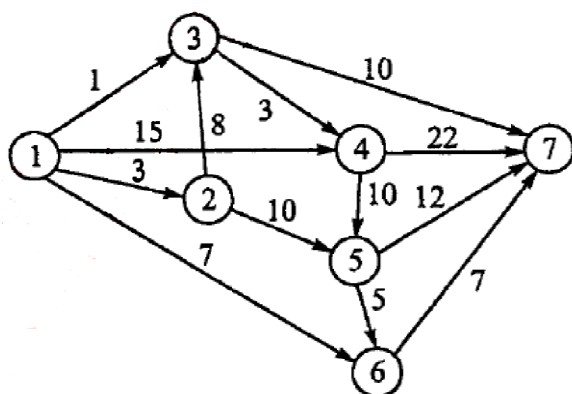
Quyida sxemalar(a,b,c,d)da berilgan tarmoqli loyihalarning kritik yoʻlni **TORA** dasturi yordamida toping.



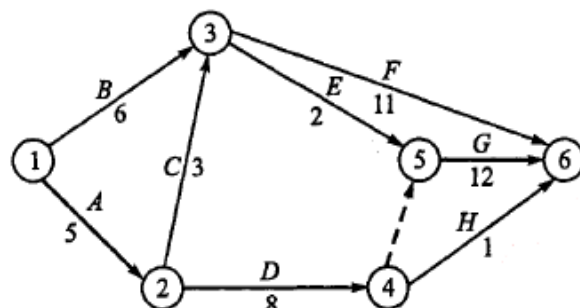
a)



b)



c)



d)

8. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi(OXKT)ning tahlil etish maqsadi - xizmat ko'rsatish navbatida buyurtmaning o'rtacha kutib qolish vaqti yoki xizmat ko'rsatuvchi tizimning bo'sh qolish vaqti ko'rsatkichlarni miqdoriy baholashdan iborat. Birinchi holatda tizim "mijoz" nuqtai nazaridan baholansa, ikkinchi holatda tizim yuklanganlik nuqtai nazaridan baholanadi.

Misollar:

- katta do'konlar kassalaridagi xaridorlar navbati;
- aeroportda samolyotlar guruhining uchishga ruxsatberilishini kutishi;
- korxonaning ta'mirlash sexlaridagi ta'mirlanishga navbat kutayotgan stanok va mexanizmlar to'plami;
- boshqarish tizimida hujjatlarni qayta ishlash;
- aholiga tibbiy xizmat ko'rsatish;

- transport xizmati ko'rsatish va hakoza.

Ommaviy xizmat ko'rsatish jarayonining asosiy o'ziga xos tomoni uning tasodifiyligidir. Tasodifiylikning yuzaga kelishiga sabab ikki tomon: xizmat ko'rsatuvchi va xizmat ko'rsatiluvchi tomonlarning o'zaro faoliyatlaridagi eng kamida bittasida uchrashi mumkin bo'lgan tasodifiy holatlardir. Chunki ular quyidagi ikki tipdagi tasodifiy holatlarni hosil qiladi.

- xizmat ko'rsatishga buyurtma (talab) larning kelib tushishi;
- navbatdagi buyurtmaga xizmat ko'rsatishning tugallanishi.

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi tasnifi.

Har qanday OXKT ma'lum bir sondagi xizmat ko'rsatish birliklari (stanoklar, priborlar, kompyuterlar, stantsiyalar, mashinalar va hakoza) ga ega bo'lib, ular xizmat ko'rsatish kanallari deyiladi. Xizmat ko'rsatish kanallari soni bo'yicha:

- bir kanalli OXKT;
- ko'p kanalli OXKT .

OXKT asosiy sinflari:

- kutishsiz (rad etishli) OXKT;
- kutishli (navbatli) OXKT.

Kutishsiz OXKT da kanallarning barchasi band bo'lgan vaqtda buyurtma rad javobini olib, OXKT ni tark etadi va keyingi xizmat ko'rsatish jarayonida ishtirok etmaydi. Kutishsiz OXKT ga misol sifatida telefon tarmog'ini olish mumkin.

Kutishli OXKT da buyurtma barcha kanallar band bo'lganda ham OXKT ni tark etmaydi va xizmat ko'rsatilishi uchun navbatda turadi.

Kutishli OXKT navbatning tashkil etilganligiga nisbatan ko'rinishlari:

- chegaralangan kutish uzunligidagi OXKT;
- chegaralanmagan kutish uzunligidagi OXKT;
- chegaralangan vaqtli kutishga ega OXKT va hakoza.

Xizmat ko'rsatish tartibiga nisbatan:

- "birinchi keldi –birinchi xizmat ko'rsatildi" (FIFO –first input-first output);

- “oxirida keldi - birinchi xizmat ko‘rsatildi”(LIFO-last input-first output);
- ustunlik bo‘yicha xizmat ko‘rsatish;
- buyurtmaning navbatda turish vaqti chegaralangan bo‘lishi.

OXXTning ish jarayoni bo‘yicha tasnifi:

OXXT ish jarayoni tasodifiy xarakterda bo‘lganligi uchun ushbu jarayon tasodifiy jarayon deyiladi. Umuman olganda OXXT ish jarayoni bo‘yicha tasodifiy, diskret holatli, uzluksiz vaqtli OXXT larga bo‘linadi.

1-ta’rif. Tasodifiy jarayon deganda qandaydir tizimning vaqt bo‘yicha o‘zgarishining ehtimollik qonuniyatlariga mos holda yuz berishga aytiladi.

2-ta’rif. Agarda OXXT ish jarayonining mumkin bo‘lgan $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ holatlarini oldindan aniqlash imkoni bo‘lib, uning bir holatdan ikkinchisiga o‘tishi bir zumda amalga oshsa, bunday jarayon diskret holatli jarayon deyiladi.

3- ta’rif. Agarda tizimning bir holatdan ikkinchisiga o‘tish momenti oldindan belgilanmay, tasodifiy xarakterda bo‘lsa bunday jarayonlar uzluksiz vaqtli jarayonlar deyiladi.

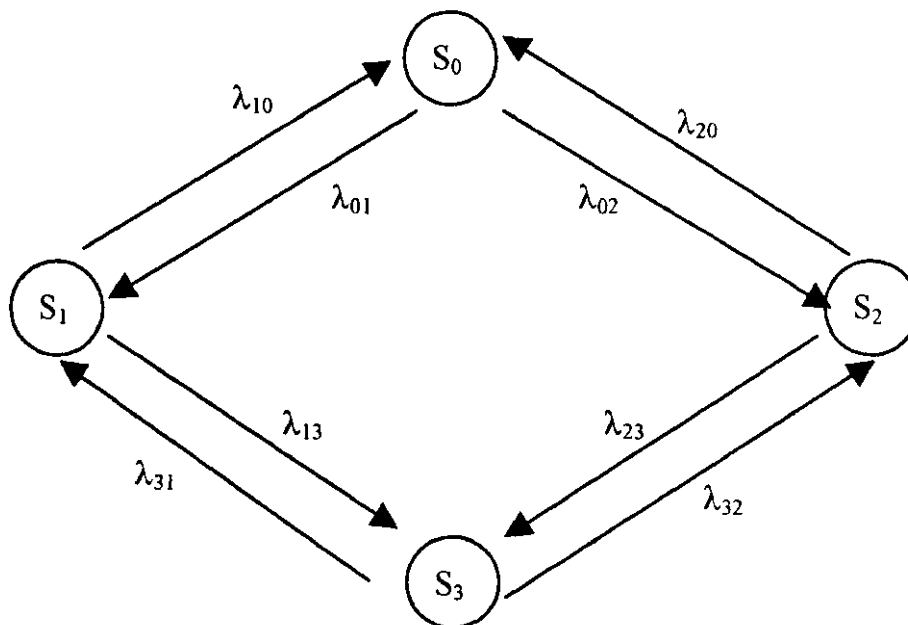
4- ta’rif: Agarda vaqtning ixtiyoriy t_0 momentida jarayonning ehtimollik xarakteristikalarini kelgusida tizimning ushbu holatga qachon va qanday qilib kelganiga emas, balki faqat tizimning t_0 momentdagi holatigagina bog‘liq bo‘lsa, bunday tasodifiy jarayon Markov jarayoni (natijasiz tasodifiy jarayon) deyiladi.

Misol. S tizim sifatida avtomobil spidometr(tezlik va o‘tilgan yo‘lni ko‘rsatuvchi asbob)ini olsak. Tizimning t vaqt momentidagi holati, ushbu vaqt momentida qancha kilometr yo‘l bosganligi bilan xarakterlanadi. Faraz qilaylik t_0 vaqt momentida spidometr S_0 km ni ko‘rsatsin. $t > t_0$ vaqtda spidometr shu yoki boshqa S_1 kilometrni ko‘rsatish ehtimolligi faqatgina S_0 ga bog‘liq bo‘lib, t_0 gacha spidometr qanchani ko‘rsatganligiga bog‘liq emas .

Diskret holatli tasodifiy jarayonlarni tahlil etishda holatlar grafidan foydalaniladi.

Misol:Quyidagi tasodifiy jarayonning holatlar grafini chizing. **S** qurilma ikki uzeldan iborat bo‘lib, vaqtning tasodifiy momentida ishdan chiqishi mumkin va bir zumda davomiyligi oldindan noma’lum bo‘lgan tasodifiy vaqt mobaynida

ta'mirlanadi. Ushbu masalani yechish uchun mumkin bo'lgan holatlarini ko'rib chiqaylik. S_0 -ikkala uzal ham soz; S_1 –birinchi uzal ta'mirlanmoqda, ikkinchi uzal soz; S_2 –birinchi uzal soz, ikkinchi uzal ta'mirlanmoqda; S_3 –ikkala uzal ham ta'mirlanmoqda. Holatlar grafi quyidagicha(44-rasm):



44-rasm.

Buyurtma(talab)larning OXKT tizimiga tushish jarayoni ehtimolli jarayondir. U tasodifiy vaqt oralig'ida tizimga kiruvchi bir jinsli yoki bir jinsli bo'lmagan holatlar oqimini tasvirlaydi.

Oqim vaqt birligida OXKT ga kiruvchi holatlarning o'rtacha soni yoki holatlar hosil bo'lish chastotasi λ - intensivlik bilan xarakterlanadi.

5-ta'rif. Agarda teng vaqtlar oralig'ida oqimning holatlari birining izidan ikkinchisi yuz bersa, holatlar oqimi regulyar (bir zaylda) deyiladi,

Misol: Yig'uv sexi konveyeri bir xil tezlikda harakatlanayotganda konveyerdagi uskunalarning oqimi.

6-ta'rif. Holatlar oqimining ehtimolli xarakteristikalarini vaqtga bog'liq bo'lmasa, bunday oqimga statsionar oqim deyiladi. Statsionar oqimining intensivligi $\lambda(t) = \lambda$ o'zgarmas miqdordir.

Misol. SHahar prospektida avtomobillar oqimi sutka davomida statsionar bo‘lmaydi. Ammo qandaydir vaqt oralig‘ida, masalan, tig‘iz soatda (chas pik) avtomobillar oqimi statsionar bo‘lishi mumkin. Ammo vaqt birligi davomida avtomobillar soni bir-biridan farq qilsa ham, ularning o‘rtacha soni vaqtga bog‘liqsiz holda o‘zgarmas bo‘lishi mumkin.

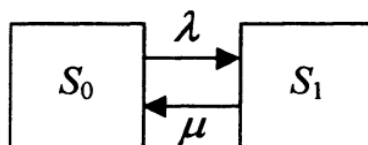
7-ta’rif. Agar bir-biri bilan kesishmaydigan τ_1 va τ_2 vaqtlar oraliqlarining birida tizimga kiruvchi buyurtma(talab)lar soni ikkinchi oraliqda tizimga kiruvchi buyurtmalar soniga bog‘liqsiz bo‘lsa, bunday oqimlarga oqibatsiz oqimlar deyiladi.

Masalan, metroga kirayotgan yo‘lovchilar oqimi oqibatsiz oqim bo‘ladi. Do‘kondagi xaridorlar oqimi esa oqibatli.

8- ta’rif. Agar holatlar oqimga guruh emas, balki yakka kirsam, bunday oqimni ordinar oqim deyiladi. Stantsiyaga kiruvchi poezdlar oqimi ordinar, ammo vagonlar oqimi ordinar emas. Ordinar oqim uchun dt vaqt intervalida holatning yuz berish ehtimolligi dt ga proporsional va λdt ga teng.

9- ta’rif. Holatlar oqimi bir vaqtning o‘zida statsionar, ordinar va oqibatsiz bo‘lsa, bunday oqimga sodda oqim deyiladi.

Kutishsiz OXKT(bir kanalli tizim).



45-rasm.

bu yerda, S_0 - kanal bo‘sh; S_1 - kanal band; λ - buyurtmalar oqimining intensivligi; μ - xizmat ko‘rsatish oqimining intensivligi.

Tizimning holatlarda bo‘lishining chegaraviy ehtimolligi:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (34)$$

Tizimning xizmat ko‘rsatish qobiliyati:

$$Q = \frac{\mu}{\mu + \lambda}, \quad (35)$$

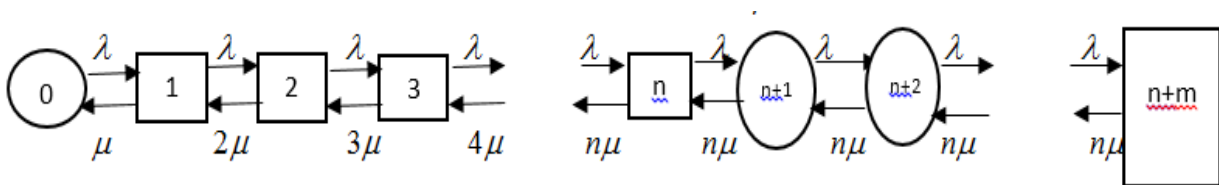
Tizimning absolyut xizmat ko'rsatish qobiliyati:

$$A = \frac{\lambda\mu}{\lambda + \mu}; \quad (36)$$

Tizimning rad etish ehtimolligi:

$$P_{rad} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}; \quad (37)$$

Faraz qilaylik. OXKTdaxizmatko'rsatishkanallarisoninta, kutishuchunmta, chekliyokicheksizjoybo'lsin. U holda tizim buyurtmalar tushishiga qarab 0 dan $R = n + m$ tagacha holatda bo'lishi mumkin (46-rasm).



46-rasm.

T/r	OXKT parametrlari		OXKT tipi
	n	m	
1.	1	0	Birkanalli, navbatsiz
2.	$n > 1$	0	Ko'pkanalli, navbatsiz
3.	1	$1 < m < \infty$	Birkanalli, chekli navbatli
4.	$n > 1$	$1 < m < \infty$	Ko'pkanalli, chekli navbatli
5.	1	$m = \infty$	Birkanalli, cheksiz navbatli
6.	$n > 1$	$m = \infty$	Ko'pkanalli, cheksiz navbatli

Mumkin bo'lgan m uzunlikdagi kutish joyli n kanalli OXKTni qarasaq, tizimning bo'sh qolishlik ehtimolligi quyidagi formula bilan hisoblanadi.

$$p_0 = \left[\sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{n+1}}{nn!} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\rho}{n}\right)^m}{1 - \frac{\rho}{n}} \right]^{-1} \quad (38)$$

Agar navbat uzunligi chegaralanmagan bo'lsa, mazkur ehtimollik quyidagi formula bilan hisoblanadi.

$$P_{0(m=\infty)} = \left[\sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(1-\rho)} \right]^{-1} \quad (39)$$

Mazkur formula OXKTda statsionarlik tartib mavjud bo'lganda, ya'ni $\frac{\rho}{n} < 1$ shart bajarilsagina to'g'ri bo'ladi. Qolgan ehtimolliklar quyidagi formulalar yordamida topiladi.

$$p_i = p_0 \frac{\rho^i}{i!}, \quad i = \overline{1, n} \quad (40)$$

$$p_n = p_0 \frac{\rho^n}{n!}, \quad (41)$$

$$p_{n+k} = p_n \left(\frac{\rho}{n} \right)^k, \quad k = \overline{1, m} \quad (42)$$

yoki

$$p_{n+k} = p_{n+k-1} \frac{\rho}{n}, \quad k = \overline{1, m} \quad (43)$$

Ushbu munosabatlardan foydalangan holda OXKTning quyidagi asosiy ko'rsatkichlari topiladi.

1. Tizimdagi navbatning o'rtacha uzunligi

$$L_q = \sum_{k=1}^m k p_{m+k} = p_n \sum_{k=1}^m k \left(\frac{\rho}{n} \right)^k \quad (44)$$

yoki

$$L_q = p_0 \frac{\rho^{n+1}}{n n! \left(1 - \frac{\rho}{n} \right)^2} \left[1 - \left(\frac{\rho}{n} \right)^m \left(1 + m - \frac{m\rho}{n} \right) \right]. \quad (45)$$

Agar OXKT n kanalli chegaralanmagan navbatli bo'lsa, ushbu ko'rsatkich

$$L_{q(m=\infty)} = p_0 \frac{\rho^{n+1}}{n! n \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)^2} \quad (46)$$

ga teng.

2. Agar tizim $R = n + m$ holatda bo'lsa, ya'ni xizmat ko'rsatayotgan kanallar ham, chegaralangan navbatda turish joylari m ham band bo'lsa, kelgan buyurtma qaytib ketadi va unga xizmat ko'rsatilmaydi. Bunday holat bo'lishlik ehtimolligi

$$p_{otk} = p_R = p_{n+m} = p_0 \frac{\rho^n}{n!} \left(\frac{\rho}{n}\right)^m \quad (47)$$

$$p_{obsl} = 1 - p_{otk}.$$

formulalar bilan topiladi.

3. Tizimning absolyut o'tkazuvchanligi

$$A = p_{obsl} \lambda. \quad (48)$$

Bu yerda A qiymat vaqt birligida tizim xizmat ko'rsatadigan buyurtmalarning o'rtacha sonini ko'rsatadi.

4. Buyurtmalarga xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallar soni

$$\bar{n} = \frac{A}{\mu}. \quad (49)$$

5. Tizimda mavjud bo'lgan buyurtmalarning o'rtacha soni

$$L_s = L_q + \bar{n}. \quad (50)$$

6. Buyurtmaning tizimda bo'lishligi vaqti

$$W_s = \frac{L_s}{A}. \quad (51)$$

7. Buyurtmaning navbatda bo'lishligining o'rtacha vaqti

$$W_q = \frac{L_q}{A}. \quad (52)$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}. \quad (53)$$

8. Bitta buyurtmaga xizmat ko'rsatishning o'rtacha vaqti

$$t_{obsl} = \frac{1}{\mu}. \quad (54)$$

$$W_s = W_q + t_{obsl}. \quad (55)$$

Masala. Avtomobillarni avtomatik yuvish tizimida bitta yuvish boksi bo'lib, unga mashinalar Puasson taqsimotiga mos ravishda soatiga o'rtacha 6 ta mashina keladi va bitta avtomobil yuvish vaqti eksponentsial taqsimotga bo'ysunuvchi tasodifiy miqdor bo'lib, o'rtacha 12 minutni tashkil etadi. Avtomatik yuvish maydonchasi yaqinida joylashgan avtomobillar to'xtash joyi sig'imi 4 ta avtomobilga mo'ljallangan. Barcha joylar band bo'lgandan so'ng kelgan avtomobil boshqa avtoyuvish shaxobchasini izlashi lozim. Avtoyuvish tizimi egasi navbatda turuvchi avtomobilga mo'ljallab qurilgan to'xtash joyining chegaralanganligi mijozlar yo'qotilishiga ta'sirini baholashi lozim.

Endi mazkur masalani **TORA** dasturi yordamida ishlash jarayoni bilan tanishaylik. Buning uchun dastur ishga tushirilgach, asosiy menyuning ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi (**Queuing analysis**) bo'limi tanlanishi lozim va masalaning berilishi jadvalga quyidagicha kiritiladi. Jadvalga xizmat ko'rsatish kanallar soni (misolda bu 1 ga teng), buyurtmalar oqimining intensivligi ($\lambda=5$), xizmat ko'rsatish oqimining intensivligi ($\mu=6$), xizmat ko'rsatish kanali soni, tizim chegarasi ($R=n+m=5$), manba chegarasi (cheksiz $-\infty$) joylashtiriladi (47-rasm).

QUEUEING MODELS

Problem Title: <input type="text" value="Ommaviy xizmat ko'rsatish"/> No. of Scenarios: <input type="text" value="1"/>	Editing Grid: >>To DELETE, INSERT, COPY, or PASTE a column(row), click the cell of target column(row), then invoke pull-down EditGrid menu. >>For INSERT mode, a single(double) click of target row/column place new row/column after(before) target row/column.												
INPUT TABLE - M/M/c queues													
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">Scenario</th> <th style="width: 15%;">Lambda</th> <th style="width: 15%;">Mu</th> <th style="width: 15%;">Nbr. of Servers</th> <th style="width: 15%;">System Limit</th> <th style="width: 15%;">Source Limit</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">5.00</td> <td style="text-align: center;">6.00</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">infinity</td> </tr> </tbody> </table>		Scenario	Lambda	Mu	Nbr. of Servers	System Limit	Source Limit	1	5.00	6.00	1	5	infinity
Scenario	Lambda	Mu	Nbr. of Servers	System Limit	Source Limit								
1	5.00	6.00	1	5	infinity								

47-rasm.

Soʻngra masalaning yechimini topishga oʻtiladi. Buning uchun kiritilgan jadvalning pastki qismida joylashgan masalani yechish menyusidan foydalaniladi (**SOLVE Menu**→**Solve problem** buyruqlari).

QUEUEING MODELS

TORA Optimization System, Windows-version 1.00
Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
патент №, Апрель 07, 2017 15:57

QUEUEING OUTPUT ANALYSIS

Select Output Option
Scenario1

Next Iteration All Iterations Write to Printer

Title: Ommaviy xizmat koʻrsatish

Scenario 1:(M/M/1):(GD/5/infinity)

Lambda =	5,00000	Mu =	6,00000
L'da eff =	4,49647	Rho/c =	0,83333
Ls =	1,97883	Lq =	1,22942
Ws =	0,44008	Wq =	0,27342

n	Probability, pn	Cumulative, Pn	n	Probability, pn	Cumulative, Pn
0	0,25059	0,25059	3	0,14502	0,77845
1	0,20882	0,45941	4	0,12085	0,89929
2	0,17402	0,63343	5	0,10071	1,00000

48-rasm.

Natijani tahlil etsak, tizim sigʻimi $N=5$ boʻlganda yoʻqotilgan mijozlar ulushi $p_5=0,10071$ boʻlib, bir sutkada $(\lambda \cdot p_5) \times 24 = 5 \times 0,10071 \times 24 = 12,0852$ ta mijoz yoʻqotiladi (48-rasm). Navbatda turgan avtomobillarning oʻrtacha soni $L_q=1,22942$ ni, tizimda mavjud boʻlgan avtomobillarning oʻrtacha soni $L_s=1,97883$ ni, avtomobilning avtoyuvishda boʻlishlik vaqti $W_s=0,44008$ (taxminan 26 minut) ni va avtomobillarning navbatda boʻlishlik vaqti $W_q=0,27342$ (taxminan 16 minut)ni tashkil etadi. Agar masalani yechishda qiyosiy tahlil (Comparative Analysis) bandi tanlansa, natija quyida keltirilgan jadvaldek hosil boʻladi(49-rasm).

QUEUEING MODELS

TORA Optimization System, Windows-version 1.00
Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
патент №, Апрель 07, 2017 15:57

QUEUEING OUTPUT ANALYSIS

Select Output Option
Comparative Analysis

Next Iteration All Iterations Write to Printer

Title: Ommaviy xizmat koʻrsatish

Comparative analysis

Scenario	c	Lambda	Mu	L'da eff	p0	Ls	Lq	Ws	Wq
1	1	5,00000	6,00000	4,49647	0,25059	1,97883	1,22942	0,44008	0,27342

49-rasm.

Mustaqil ishlashga doir masalalar.

1-masala. A mintaqada har 12 minutda bir nafar chaqaloq tug‘iladi. Tug‘ilishlar orasidagi vaqt eksponentsial taqsimot qonuniga bo‘ysunadi. Quyidagilarni topish talab etilsin.

- a) bir yilda tug‘iladigan chaqaloqlarning o‘rtacha soni;
- b) kun davomida bir nafar ham chaqaloq tug‘ilmaslik ehtimolligi;
- s) agar oxirgi ikki soat davomida 40 ta tug‘ilganlik to‘g‘risidagi guvohnoma berilganligi ma’lum bo‘lsa, uchinchi soatning oxiriga borib 50 ta tug‘ilganlik to‘g‘risidagi guvohnoma berish ehtimolligi.

2-masala. Avtomobillarni avtomatik yuvish tizimida bitta yuvish boksi bo‘lib, unga mashinalar Puasson taqsimotiga mos ravishda soatiga o‘rtacha 5 ta mashina keladi va avtomatik yuvish maydonchasi yaqinida joylashgan avtomobillar to‘xtash joyida navbatga turadi. Avtomobillarni yuvish vaqti matematik qo‘tilmasi 15 minutga bo‘lgan eksponentsial taqsimotga bo‘ysunuvchi tasodifiy miqdordir. To‘xtash joyiga sig‘magan avtomobillar yuvish maydonchasi oldidagi ko‘chada navbat kutishadi. Bu esa xizmat ko‘rsatish tizimi hajmi chegaralanmaganligini anglatib, avtoyuvish tizimi egasi nechta avtomobilga mo‘ljallab to‘xtash joyi qurishi lozim?

3-masala. Akmal oliy o‘quv yurti talabasi bo‘lib, oilasi kam ta‘minlangan bo‘lgani uchun o‘qishdan bo‘sh vaqtlarida pul topish maqsadida tasodifiy ishlarni bajarishga majbur bo‘ladi. Ishga buyurtma tushish ketma-ketligi orasidagi vaqt oralig‘i eksponentsial taqsimot qonuniyatiga bo‘ysunuvchi tasodifiy miqdor bo‘lib, o‘rtacha 4 kunni, ishni bajarish vaqti ham mazkur qonuniyatga bo‘ysunuvchi tasodifiy miqdor bo‘lib, o‘rtacha 3 kunni tashkil etadi. Quyidagi ko‘rsatkichlar aniqlansin.

- a) Akmalning ishsiz qolish ehtimolligi;
- b) agar Akmal har bir bajargan ishi uchun o‘rtacha 20 ming so‘m ish haqi olsa, uning o‘rtacha oylik maoshi.

4-masala. Mikrokredit bankka bitta bankomat o‘rnatilgan bo‘lib, u mijozlarga naqd pul berish uchun xizmat qiladi. Naqd pul olish uchun mijozlar Puasson taqsimotiga mos holda 1 soat mobaynida o‘rtacha 10 nafardan kelishadi.

Bitta mijozga xizmat ko'rsatish vaqti eksponentsial qonuniyat bo'yicha taqsimlanib, o'rtacha 3 minutni tashkil etadi. Bankomat oldiga kutuvchilar uchun uchta stul qo'yilgan. Ortiqcha kelgan mijozlar bankdan tashqarida kutishadi. Quyidagi parametrlar topilsin.

- a) bankomatning bo'sh qolish ehtimolligi;
- b) xizmat ko'rsatishni kutayotgan mijozlarning o'rtacha soni;
- v) xizmat ko'rsatilayotgan mijozlarning o'rtacha soni.

9. O'yinlar nazariyasi elementlari.

Matematikaning konfliktli (mojaroli) holatlarini, ya'ni qatnashuvchilarning (o'ynovchilarning) manfaatlari qarama-qarshi yoki bir-biriga mos kelmaydigan holatlarni o'rganuvchi bo'limi – «o'yinlar nazariyasi» deb ataladi. O'yinlar nazariyasi – konfliktli holatda qatnashayotgan har bir «o'ynovchi»ga eng katta yutuqqa (yoki eng kichik yutqazishga) erishish uchun qilinadigan harakatlarning eng yaxshisini (optimalini) aniqlashga, yo'llanma berishga imkon beruvchi matematik nazariyadir.

Ko'pgina iqtisodiy jarayonlarga ham o'yinlar nazariyasi nuqtai-nazaridan qarash mumkin. Masalan, o'yin ishtirokchilari – bir xil turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi korxonalar, ta'minotchilar va iste'molchilar bo'lib, o'yining yutug'i – ishlab chiqarish fondlarining samaradorligi, daromad mablag'lari, mahsulotning bahosi yoki tannarxi bo'lishi mumkin.

Shuni ta'kidlash lozimki, o'yinlar nazariyasining usullari va xulosalari ko'p marta takrorlanadigan konfliktli holatlarga nisbatan ishlatiladi.

Amalda, konfliktli holatlarni matematik usullar yordamida tadqiq etishda, muhim bo'lmagan faktlarni tashlab yuborib, holatlarning sodda modeli tuziladi. Bunday model o'yin deb ataladi. O'yinda konfliktli holat ma'lum qoida asosida rivojlanadi. O'yinning mohiyati shundaki, har bir ishtirokchi (o'ynovchi) o'ziga eng yaxshi natijani beruvchi yechimni tanlashga harakat qiladi.

O'yinda ikkita yoki undan ko'p ishtirokchilarning manfaatlari to'qnashishi mumkin. Shunga muvofiq, u ikki o'ynovchili va ko'p o'ynovchili bo'lishi

mumkin.

Yutuqlarning xarakteriga ko'ra o'yinlar nol yig'indili va 0 yig'indili bo'lmagan o'yinlarga bo'linadi. Nol yig'indili o'yinda o'ynovchilarning umumiy kapitali o'zgarmaydi, faqat o'yin davomida qayta taqsimlanadi va shu sababli yutuqlar yig'indisi nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n = 0 \quad (56)$$

bu yerda v_j j o'ynovchining yutug'i.

Nol yig'indili bo'lmagan o'yinlarda o'ynovchilarning yutuqlari yig'indisi noldan farqli. Masalan, lotoreya o'yinida, o'ynovchilar qo'ygan badalning bir qismi lotoreya tashkilotlariga beriladi. Shuninguchun

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n < 0 \quad (57)$$

bo'ladi.

Biz bu yerda amaliy ahamiyati katta bo'lgan o'yinlar – juft o'yinlarni qarash bilan cheklanamiz. O'yin ishtirokchilarini A va B orqali belgilaymiz.

O'yinchining strategiyasi deb, o'yinchining mumkin bo'lgan har qanday holatda tanlaydigan rejasiga aytiladi.

Strategiyaning soniga qarab, o'yinlar chekli yoki cheksiz o'yinlarga bo'linadi.

Optimal strategiya deb, berilgan o'ynovchiga, o'yin bir necha marta takrorlanganda eng katta mumkin bo'lgan o'rtacha yutuqni ta'minlovchi strategiyaga aytiladi.

Aytaylik, A o'yinchi m ta A_1, A_2, \dots, A_m strategiyalarga, B o'yinchi esa n ta B_1, B_2, \dots, B_n strategiyalarga ega deylik. Agar A o'yinchi A_i strategiyani tanlasa va B o'yinchi B_j strategiyani tanlasin, u holda A o'yinchining A_i, B_j juftlikka mos keluvchi yutug'ini a_{ij} orqali belgilaymiz.

Matritsa satrlarini A_i strategiyalarga, ustunlarini B_j strategiyalarga mos

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

keltirib A – o‘yinlar matritsasini hosil qilamiz. Bu matritsa to‘lov matritsasi yoki yutuq matritsasi deb ataladi.

O‘yinlar matritsasining mohiyatini tushuntirib berish uchun quyidagi misolni ko‘ramiz.

Ikki o‘yinchining har biri 1 yoki 2 sonlardan birini tanlaydi va raqib qaysi sonni tanlaganini topishga harakat qiladi. Agar o‘yinchilardan ikkalasi ham raqibining tanlagan sonini topsa yoki adashsa o‘yin durang bo‘ladi. Agar faqat bitta o‘yinchi raqib tanlagan sonni topsa, u holda yutuq tanlangan ikki sonning yig‘indisidan iborat bo‘ladi.

s, t sonlar juftligini o‘yinchining strategiyasi deb ataymiz. Bu yerda s – o‘yinchi tanlagan son; t – o‘yinchining nazarida raqib tanlagan son. Shunday qilib har bir o‘yinchining 4 ta strategiyasi mavjud: (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2). Bu o‘yin haqidagi barcha ma’lumotlarni quyidagi matritsaga joylashtirish mumkin:

		II			
		(1, 1)	(1, 2)	(2, 1)	(2, 2)
I	(1, 1)	0	2	-3	0
	(1, 2)	-2	0	0	3
	(2, 1)	3	0	0	-4
	(2, 2)	0	-3	4	0

Matritsa elementlari I o‘yinchining yutiqlarini bildiradi. Masalan, agar I o‘yinchi (2, 2) strategiyani tanlaganda II o‘yinchi (2, 1) strategiyani tanlasa, u holda I o‘yinchining yutigi 4 birlikka teng bo‘ladi. Agar I (1, 2) strategiyani tanlaganda II o‘yinchi (1, 1) strategiyani tanlasa, u holda I o‘yinchining yutigi -2 birlikka teng bo‘ladi.

O‘yinning mohiyati quyidagicha: A o‘yinchi quyidagicha fikr yuritishi kerak:

agar A_i strategiyani tanlasa, u holda B o'yinchini B_{j_1} strategiyasini shunday tanlashi mumkinki, natijada

$$a_{i,j_1} = \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \quad (58)$$

munosabat bajarilib qoladi.

Umuman olganda B o'yinchi B_{j_1} strategiyasini A o'yinchining strategiyasini bilmagan holda tanlaydi.

Shu sababli A_i strategiya shunday tanlanishi kerakki, natijada $a_{i,j_1} = \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij}$ qiymat mumkin qadar katta bo'lishi kerak, ya'ni

$$a_{i,j_1} = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \quad (59)$$

Bizning misolimizda

$$\min_{1 \leq j \leq 4} a_{ij} = -3, -2, -4, -3 .$$

U holda

$$a_{i,j_1} = \max_{1 \leq i \leq 4} \min_{1 \leq j \leq 4} a_{ij} = \max_{1 \leq i \leq 4} a_{ij_1} = \max -3, -2, -4, -3 = -2 .$$

Demak, $i_1 = 2; j_1 = 1; a_{i_1,j_1} = -2$. I o'yinchi (1, 2) strategiyani tanlasa, u holda u -2 birlikdan ko'p yutqazmaydi.

Agar xuddi shunday fikrlashni II o'yinchiga nisbatan yuritsak, u holda

$$a_{i_2,j_2} = \min_{1 \leq j \leq n} \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} = 2 .$$

Demak, II o'yinchining yutqazishu 2 birlikdan oshmaydi.

Xulosa qilib aytganda, agar I o'yinchi $i_1 = 2$ strategiyani, II o'yinchi $j_2 = 2$ strategiyani tanlasa o'yin durang bo'ladi, chunki $a_{22} = 0$.

Ammo A o'yin matritsasi ikki o'yinchiga ham ma'lum bolib, I o'yinchi faqat o'zi uchun emas, balki II o'yinchi uchun ham o'ylashi mumkin va aksincha. Natijada strategiya tanlash cheksiz davom etishi mumkun.

Bu savolga javob berish uchun quyidagi o'yin matritsasini ko'ramiz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 8 & 0 \\ 6 & 4 & 5 & 5 \\ 7 & 2 & -3 & 6 \\ -10 & -3 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Bu yerda

$$a_{i_1 j_1} = \max_{1 \leq i \leq 4} \min_{1 \leq j \leq 4} a_{ij} = \max \{-3, 4, -3, -10\} = 4,$$

ya'ni $i_1 = 2, j_1 = 2$;

$$a_{i_2 j_2} = \min_{1 \leq j \leq 4} \max_{1 \leq i \leq 4} a_{ij} = \max \{7, 4, 8, 7\} = 4,$$

ya'ni $i_2 = 2, j_2 = 2$.

Shunday qilib $i = 2, j = 2$ juftlik ikki o'yinchi uchun ham optimal strategiya.

Birinchi misolda har bir o'yinchi kamida -2 birlikda yutiq mavjud, ammo ular ko'proq yutiq olishga umid qilishadi.

Ikkinchi misolda esa ikki o'yinchi ham qanoatlantiradigan eng optimal strategiya topilgan.

Bu ikki holatni farqlash uchun, umumiy holda, ba'zi tushunchalar kiritamiz.

1-ta'rif.

$$\alpha = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \quad (60)$$

son o'yinning quyi qiymati,

$$\beta = \min_{1 \leq j \leq n} \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} \quad (61)$$

son o'yinning yuqori qiymati deb ataladi.

1-teorema. $\alpha \leq \beta$.

2-ta'rif. Agar $\alpha = \beta = V$ bo'lsa, u holda o'yn egar nuqtaga ega deyiladi.

V – o'yinning bahosi deb ataladi.

3-ta'rif. Agar

$$\alpha = \min_{1 \leq j \leq n} a_{i_0 j} = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \quad (62)$$

bo'lsa, u holda A o'yinchining i_0 strategiyasi maksimum deb ataladi.

4-ta'rif. Agar

$$\beta = \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij_0} = \min_{1 \leq j \leq n} \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} \quad (63)$$

bo'lsa, u holda B o'yinchining j_0 strategiyasi minimaks deb ataladi.

Bu ikki strategiya kafolatlovchi strategiyalar deb ataladi.

2-teorema. Agar kafolatlovchi strategiyalarning ixtiyoriy i_0, j_0 juftliklari uchun

$$a_{ij_0} \leq a_{i_0j_0} \leq a_{i_0j} \quad (64)$$

tengsizlik bajarilgandagina matritsali o'yin egar nuqtaga ega bo'ladi.

Demak, agar to'lov matritsasi egar nuqtaga ega bo'lsa, u holda o'yinning yechimi ma'lum va har bir o'yinchi o'zining optimal strategiyasini qo'llaydi. Egari nuqtaga ega bo'lmagan matritsali o'yinlarda $\alpha < \beta$ bo'ladi. Minimaks strategiyalarni qo'llash har bir o'ynovchiga α dan oshmaydigan yutuqni va β dan kam bo'lmagan yutqazishni beradi. Bunday hollarda o'yinchilar bitta emas, balki bir nechta strategiyalarni qo'llaydilar. Strategiyani tanlash tasodifan amalga oshiriladi.

Tasodifiy tanlash yo'li bilan aniqlangan strategiyalar aralash strategiya deb ataladi.

$m \times n$ tartibli matritsali o'yinda, A – o'yinchining strategiyasi $X(x_1, x_2, \dots, x_m)$ vektor orqali aniqlanadi. Bunda o'yinchi o'zining A_i sofi strategiyasini x_i ehtimollik bilan qo'llaydi, deb hisoblanadi. $X(x_1, x_2, \dots, x_m)$ vektor komponentlari uchun

$$x_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad (65)$$

shart bajariladi.

Xuddi shuningdek, B o'yinchi uchun $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ vektor aniqlanadi:

$$y_j \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n y_i = 1 \quad (66)$$

x_i va y_j ehtimolliklari noldan farqli bo'lgan strategiyalar aktiv strategiyalar deb ataladi.

Ao'yinchining aralash strategiyalarni qo'llagandagi yutug'i sifatida yutuqlarning matematik kutilishi olinadi, ya'ni

$$V = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i y_j \quad (67)$$

3-teorema. Aralash strategiyalarda har bir chekli matritalsali o'yin egar nuqtaga ega.

Ao'yinchi tomonidan $X(x_1, x_2, \dots, x_m)$ optimal strategiyaning qo'llanishi, unga B o'yinchining har qanday harakatida ham o'yinning bahosi V dan kam bo'lmagan yutuqni ta'minlash kerak. Shuning uchun quyidagi munosabat bajarilishi kerak:

$$\sum_{i=1}^m x_i^* a_{ij} \geq V, \quad j = \overline{1, n} \quad (68)$$

Xuddi shunga o'hshash, B o'ynovchi uchun $Y^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$ optimal strategiyasi, Ao'ynovchining har qanday strategiyasida V dan oshmaydigan yutqazishni ta'minlashi zarur, ya'ni

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j^* \leq V, \quad i = \overline{1, m} \quad (69)$$

munosabat bajarilishi kerak.

Eng sodda matritalsali o'yinda yutuqlar matritalsasi

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

bo'lib, matritsa egar nuqtaga ega bo'lmasa, $X = (x_1, x_2)$ va $Y = (y_1, y_2)$ aralash strategiyalarni va V – o'yinning bahosini topish uchun

$$x_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \quad x_2 = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}};$$

$$y_1 = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \quad y_2 = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}};$$

$$V = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}.$$

formulalardan foydalaniladi.

Matritsali o'yinni chiziqli programmashtirish masalasiga keltirish. $m \times n$ tartibli matritsa bilan berilgan quyidagi o'yinni qaraymiz:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matritsa egar nuqtaga ega emas, deb hisoblaylik va shuning uchun o'yinning yechimini $X = (x_1, x_2, \dots, x_m), Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ – aralash strategiyalar shaklida izlaymiz. A – o'yinchining optimal strategiyasida (68) munosabat va B – o'yinchining optimal strategiyasida (69) munosabat bajariladi. Shuning uchun, quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi (A – o'ynovchining) optimal strategiyasini topish masalasini qo'yish mumkin.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{m1}x_m \geq V, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{m2}x_m \geq V, \\ \dots, \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \dots + a_{mn}x_m \geq V, \end{cases} \quad (70)$$

O'yinning bahosi bo'lgan V kattalik noma'lum, lekin doim $V > 0$ deb hisoblash mumkin. Bunga, agar A matritsa elementlariga bir xil musbat son qo'shish sharti bilan erishish mumkin. (70) sistemani hamma cheklamalarini V ga bo'lib, quyidagi sistemani

$$\begin{cases} a_{11}t_1 + a_{21}t_2 + \dots + a_{m1}t_m \geq 1, \\ a_{12}t_1 + a_{22}t_2 + \dots + a_{m2}t_m \geq 1, \\ \dots, \\ a_{1n}t_1 + a_{2n}t_2 + \dots + a_{mn}t_m \geq 1, \end{cases} \quad (71)$$

hosil qilamiz.

Bunda $t_1 = x_1/V, t_2 = x_2/V, \dots, t_m = x_m/V$.

$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1$ shartdan

$$t_1 + t_2 + \dots + t_m = 1/V \quad (72)$$

tenglik kelib chiqadi.

O‘yining yechimi V ning qiymatini maksimallashtirish kerak. Demak, $Z = t_1 + t_2 + \dots + t_m$ funksiya minimal qiymat olishi kerak. Shunday qilib, quyidagi chiziqli programmalashtirish masalasi hosil bo‘ladi:

$$\begin{cases} a_{11}t_1 + a_{21}t_2 + \dots + a_{m1}t_m \geq 1, \\ a_{12}t_1 + a_{22}t_2 + \dots + a_{m2}t_m \geq 1, \\ \dots\dots\dots, \\ a_{1n}t_1 + a_{2n}t_2 + \dots + a_{mn}t_m \geq 1, \\ t_1 \geq 0, t_2 \geq 0, \dots, t_m \geq 0, \\ Z = t_1 + t_2 + \dots + t_m \rightarrow \min. \end{cases} \quad (73)$$

Bu masalani yechib, t_i qiymatlarni va $1/V$ kattalik topiladi, hamda undan foydalanib $x_i = Vt_i$ qiymatlar topiladi. Bo‘ynovchining optimal strategiyasini topish uchun quyidagi shartlarni yozib olamiz:

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \dots + a_{1n}y_n \leq V, \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \dots + a_{2n}y_n \leq V, \\ \dots\dots\dots, \\ a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + \dots + a_{mn}y_n \leq V, \end{cases} \quad (74)$$

yoki tengsizliklarni V ga bo‘lib,

$$\begin{cases} a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + \dots + a_{1n}u_n \leq 1, \\ a_{21}u_1 + a_{22}u_2 + \dots + a_{2n}u_n \leq 1, \\ \dots\dots\dots, \\ a_{m1}u_1 + a_{m2}u_2 + \dots + a_{mn}u_n \leq 1, \end{cases} \quad (75)$$

sistemani hosil qilamiz. u_1, u_2, \dots, u_n – noma’lumni shunday olish kerakki, bunda (8) shart bajarilib,

$$W = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1/V$$

funksiya maksimum qiymatga erishsin. Shunday qilib, matritsali o‘yinning yechimini topish simmetrik bo‘lgan ikkilangan ikkita chiziqli programmalashtirish masalasiga keltiriladi. Bu ikkilangan masalalardan birini yechib, ikkinchisining yechimini undan foydalanib hosil qilish mumkin.

1-misol. Quyidagi matritsa bilan berilgan o‘yinning yechimini toping.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Yechish. O‘yinning optimal strategiyasini topish uchun quyidagi ChPMni hosil qilamiz.

$$\begin{cases} 4t_1 + 3t_2 + 2t_3 \geq 1, \\ 3t_1 + 4t_2 + 5t_3 \geq 1, \\ 4t_1 + 6t_2 + t_3 \geq 1, \\ 2t_1 + 5t_2 + 3t_3 \geq 1, \\ t_1 \geq 0, t_2 \geq 0, t_3 \geq 0, \\ Z = t_1 + t_2 + t_3 \rightarrow \min. \end{cases}$$

Bo‘ynovchining optimal strategiyasini topishning ikkilangan masalasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} 4u_1 + 3u_2 + 4u_3 + 2u_4 \leq 1, \\ 3u_1 + 4u_2 + 6u_3 + 5u_4 \leq 1, \\ 2u_1 + 5u_2 + u_3 + 3u_4 \leq 1, \\ u_i \geq 0, \quad (i = \overline{1,4}) \\ W = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \rightarrow \max. \end{cases}$$

Bu ikkilangan masala yechimi $U = \left(\frac{3}{14}, 0, 0, \frac{1}{14}\right)$, $W_{\max} = \frac{1}{V} = \frac{2}{7}$ bo‘ladi.

Demak $V = \frac{7}{2}$, $Y = \left(\frac{3}{4}, 0, 0, \frac{1}{4}\right)$. Dastlabki (6) masalaning yechimi $T = \left(\frac{1}{7}, \frac{1}{7}, 0\right)$

va $X = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ bo‘ladi.

Endi ushbu misolni **TORA** dasturidan foydalanib ishlaymiz. Dastur ishga tushirilgach, asosiy menyudan nol yig‘indili o‘yinlar (**Zero-Sum Games**) bo‘limi tanlanadi, misolning titul varag‘i hamda A va B o‘ynovchilarning strategiyalari soni hamda to‘lov matritsasi jadvalga joylashtiriladi (50-rasm). Yuqoridagi misolda A o‘ynovchi 3 ta, B o‘ynovchi esa 4 ta strategiyalarga ega. To‘lov matritsasi kiritilgandan so‘ng, masalaning yechimini topishga o‘tiladi.

INPUT GRID - TWO-PERSON ZERO-SUM GAME
(Payoff must be for Player A)

	B1	B2	B3	B4
A1	4,00	3,00	4,00	2,00
A2	3,00	4,00	6,00	5,00
A3	2,00	5,00	1,00	3,00

50-rasm.

Misoldagi ishtirokchilarning to‘lov matritsasi 3×4 o‘lchamda bo‘lganligi uchun uni grafik tasvirda yechishning imkoni yo‘q. Ushbu misolning yechimi quyida keltirilgan 51-rasmda berilgan. Yechimni tahlil etsak, yuqoridagi qo‘lda topilgan yechimlar to‘g‘ri ekanligiga guvoh bo‘lamiz.

TWO-PERSON ZERO-SUM GAME OUTPUT SUMMARY

Title: O‘yinlar nazariyasi
Value of the Game to Player A = 3,50

Next Iteration All Iterations Write to Printer

Player A's Optimal Strategies: (alternative optima MAY exist for Player A)							
Strategy	A1	A2	A3				
Probability	0,50	0,50	0,00				
Player B's Optimal Strategies: (alternative optima MAY exist for Player B)							
Strategy	B1	B2	B3	B4			
Probability	0,75	0,00	0,00	0,25			
Player A's LP Formulation:							
	v	x1	x2	x3			
Maximize	1,00	0,00	0,00	0,00			
	1,00	-4,00	-3,00	-2,00	<=		0,00
	1,00	-3,00	-4,00	-5,00	<=		0,00
	1,00	-4,00	-6,00	-1,00	<=		0,00
	1,00	-2,00	-5,00	-3,00	<=		0,00
	0,00	1,00	1,00	1,00	=		1,00
Unrestr'd (y/n)?	y	n	n	n			

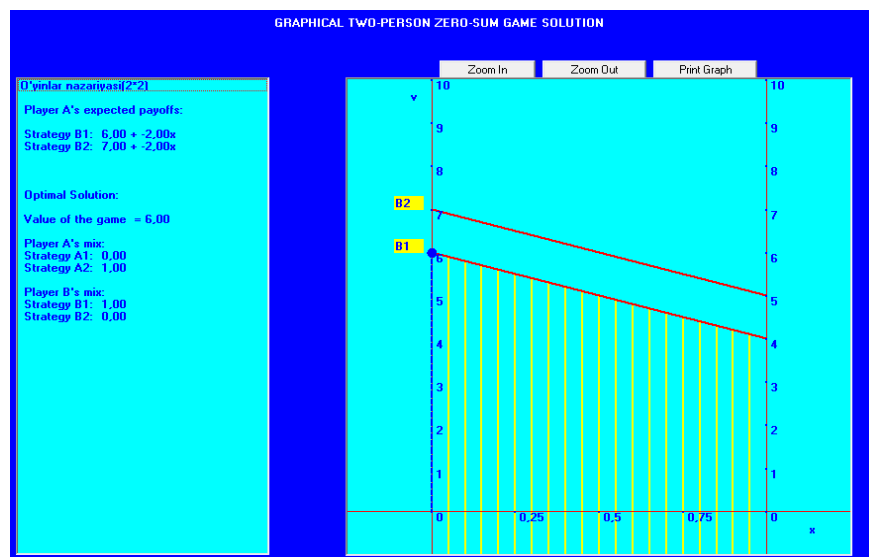
51-rasm.

Dastur yordamida 2×2 o‘lchamdagi o‘yinlar yechimini grafik usulda tasvirlash imkoniyati mavjud (52- va 53 - rasmlar).

INPUT GRID - TWO-PERSON ZERO-SUM GAME
(Payoff must be for Player A)

	B1	B2
A1	4,00	5,00
A2	6,00	7,00

52-rasm.



53-rasm.

Misollar yechimini qog‘ozga chiqarishda **Write to Printer** va **Print Graph** buyruqlaridan foydalaniladi.

Mustaqil yechish uchun masalalar

I. Quyidagi matritsali o‘yinlarni minimax va maxmin usullari bilan yeching.

$$1. A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 7 \\ 5 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad 2. A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 & 7 \\ 7 & 6 & 8 & 9 \\ 8 & 2 & 4 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 7 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad 4. A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 9 & 7 & 8 \\ 7 & 6 & 6 \end{pmatrix} \quad 6. A = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 15 & 24 & 22 \\ 21 & 23 & 23 \\ 20 & 21 & 24 \end{pmatrix} \quad 8. A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 7 \\ 6 & 5 & 9 \\ 7 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 4 \\ 6 & 0 & 2 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad 10. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 8 & 6 & 9 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

II. Quyidagi maritsali o'yinlarni chiziqli programmashtirish usullari bilan yeching:

$$11. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad 12. A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad 14. A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 9 & 3 \\ 5 & 9 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 7 \\ 6 & 5 & 9 \\ 7 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad 16. A = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 7 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \\ 5 & 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 7 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad 18. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 6 \\ 6 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$19. A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ -5 & 4 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Акулич. - М.: Высш.шк., 1986. - 319 с.
2. Давыдов Э.Г. Исследование операций: Учеб. Пособие для студентов вузов / Э.Г. Давыдов. - М.: Высш.шк., 1990. - 383 с.

3. Кузнецов Ю.Н. Математическое программирование / Ю.Н. Кузнецов, В.И. Кузубов, А.Б. Волощенко. - М.: Высш.шк., 1980.
4. Таха, Хемди, А. Введение в исследование операций. 6-е издание. Пер. санг. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001.- 912 с.
5. Кулян В.Р. Математическое программирование (с элементами информационных технологий): Учеб. Пособие для студентов нематематических специальностей вузов / В.Р. Кулян, Е.А. Юникова, А.Б. Жильцов. - К.: МАУП, 2000- 124 с.
6. Вуколов Э.А., Ефимов А.В., Земсков В.Н. и др. Сборник задач по математике для вузов Ч.4. Методы оптимизации. Уравнения в частных производных. Интегральные уравнения: Учеб. пособ. / Вуколов Э.А., Ефимов А.В., Земсков В.Н. и др.; Под ред. А.В. Ефимова. - 2-е изд., перераб. - М: Наука. Гл.ред. физ.-матлит., 1990.-304 с.
7. А.В. Кузнецов, Я.Н. Жихаридр. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие / Н.И. Холод, А.В. Кузнецов, Я.Н. Жихаридр.; Под общ. Ред. А.В. Кузнецова. – Мн.: БГЭУ, 1999.-413 с.
8. Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в конкретных ситуациях. – М.: Экономический факультет, ТЭИС, 1999. -87 с.
9. Mo‘minov SH.R. Matematik modellar va usullar. T.: “ Turon-Iqbol” nashriyoti 2006.- 272b.
10. Косоруков О.А., Мищенко А.В. Исследование операций: Учебник / Косоруков О.А., Мищенко А.В. // Под общ. ред. д.е.н., проф. Н.П. Тихомирова. – М.: Издательство «Экзамен», 2003.-448 с.

TERMIZDAVLATUNIVERSITETI

O.Q.XATAMOV , SH.E.ESANOV, A.A.XASANOV

**IQTISODIYMASALALARNI
YECHISHDATORADASTURIDANFOYDALANISH**

(Uslubiyqo‘llanma)

Muharrir: **O.Q.Xatamov**

Texnikmuharrir: **G‘.Sh.Namozov**

Terishga__ __ _____ yildaberildi

Bosishga__ __ _____yildaruxsatberildi.

SHartlibosmatabog‘i**6b.t**