ТАЛАБАЛАРДА ИЛМИЙ УМУМЛАШТИРА ОЛИШНИ ШАКЛЛАНТИРИШ - УЛАРДА ИЖОДИЙ ФАОЛИЯТНИ РИВОЖЛАНТИРИШ УСУЛЛАРИДАН БИРИ

Д.Маҳмудова,
ЎзМУ катта ўқитувчиси

Инсондаги ижодий қобилиятни тарбиялаш мустақил фикрлашни ривожлантиришга асосланади.Бу қуйидаги йўналишларда амалга оширилиш мумкин: илмий умумлаштира олиш-индукция; илмий натижаларни хусусий масалаларга қўллай билиш-дедукция; ва ниҳоят илмий умумлаштиришлар билан табиатда бўлаётган жараёнлар орасидаги қарама-қаршиликларни ҳис қила билиш.

Тажрибадан маълумки, талабаларда математика, физика дарсларида масалалар ечиш ёрдамида мустақил фикрлашни ривожлантириш ва ижодий қобилиятни тарбиялаш имконияти кўпроқ.

Бизнинг назаримизда, одатдаги дарсликлар, масалалар тўпламларида берилган масалалар ҳар доим ҳам мустақил фикрлашни ривожлантиришга қаратилган бўлмайди. Улар асосан ўтилган мавзудаги асосий элементларни мустаҳкамлаш ва уни ўзлаштиришга йўналтирилган бўлади. Бу табиий ҳол. Шунинг учун ҳам бу масалаларни ечиш кўпинча берилганларни зарур формулага қўйиш билан якунланади.Талаба учун керакли формулани мустақил топиш имкони бор холос.

Бизнинг назаримизда, талабаларга ноаниқ, бир ёки бир нечта нозик муаммолари бўлган масалаларни бериш керак. Масалан қўйидагича: Полоса шаклидаги ўрмонда сайёҳ адашиб қолди. У ўрмондан чиқиб кетиши учун қандай ҳаракат қилиши керак? Сайёҳ ўрмондан албатта чиқиб кетиши мумкин бўлган траекторияни қандай топиши керак? Яна бошқаси: вертикал текисликда бир вертикал тўғри чизиқда ётмаган иккита А ва В нуқталар берилган. А ва В ни туташтирувчи шундай чизиқни топингки,бу чизиқ бўйлаб А нуқтадан юмалатилган шар энг қисқа вақтда В нуқтага етиб келсин. Бу машҳур “Брахистахрон масаласи”дир, уни вариацион ҳисоб билан таниш бўлган талаба қийинчиликсиз еча олади. Бундай масалалар одатда олимпиадаларда таклиф этилади.

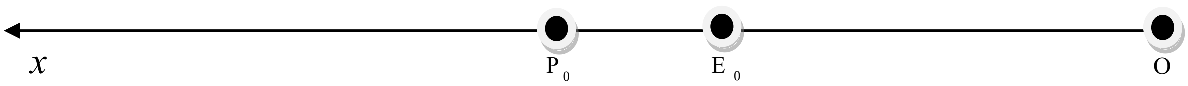
Биз ушбу мақолада бир масалани илмий-услубий ривожлантириб бориш билан, талабаларда илмий умумлаштира олишни қандай шакиллантириш мумкинлигига тўхталамиз.

Масаланинг умумий қўйилиши. Текисликда Е “қочувчи” ва Р “қувловчи” инерт бўлмаган нуқталар ҳаракатини қарайлик. Нуқталар ҳаракати йўналиши ихтиёрий ўзгариши мумкин бўлиб, катталиги ўзгармас сонлар билан чегараланган. Е нуқта тезлиги *v*, *k*-сони билан, *p* нуқта тезлиги *u* эса *l* билан чегараланган.

Шундай қилиб нуқталар ҳаракат тенгламасини қўйидагича ёзиш мумкин

$$\dot{r}_{E} = \upsilon \ , \ |\upsilon| \le k, \ \dot{r}_{P} = u \ , \ |u \le l|$$

Бу ерда $r_E - E$ нуқтанинг радуси-вектори; r_P - эса Р нуқтанинг радуси-вектори; $\upsilon - E$ нуқта вектор тезлиги; $u - P$ нуқта вектор тезлиги. Ох нур бўйлаб ҳаракатланаётган E нуқта бошланғич $t = t_0$ вақтда E_0 ҳолатда (1-чизмага қаранг)

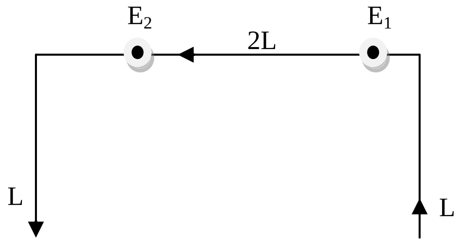


1-чизма

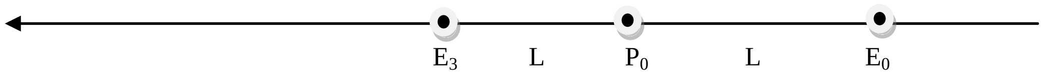
бўлсин ва P нуқта $t = t_0$ вақтда $P_0 \neq E_0$ ҳолатда бўлиб $P_0E_0 = L > 0$ бўлсин. Ундан ташқари ихтиёрий $\varepsilon > 0$ берилган. E нуқтанинг Ox нур бўйлаб k тезлик билан ҳаракатини номинал деб атайлик. E нуқтани шундай бошқариш талаб қилинмоқдаки, натижада барча $t \ge t_0$ ларда номинал ҳаракатнинг ε атрофида ҳаракатланиб, P қувловчидан 0 бўлмаган масофада қолсин, яъни қувловчига тутилмасин.

1-масала. Агар $k > 4$ бўлса, қўйилган масала ижобий ечимга эга.

Ечилиши. E нуқтага k тезлик билан, аввал $E_0E_1E_2E_3$ (2-чизмага қаранг) синиқ чизиқ бўйлаб, кейин яна Ox нур бўйлаб ҳаракат қилишни таклиф этамиз.



2-чизма

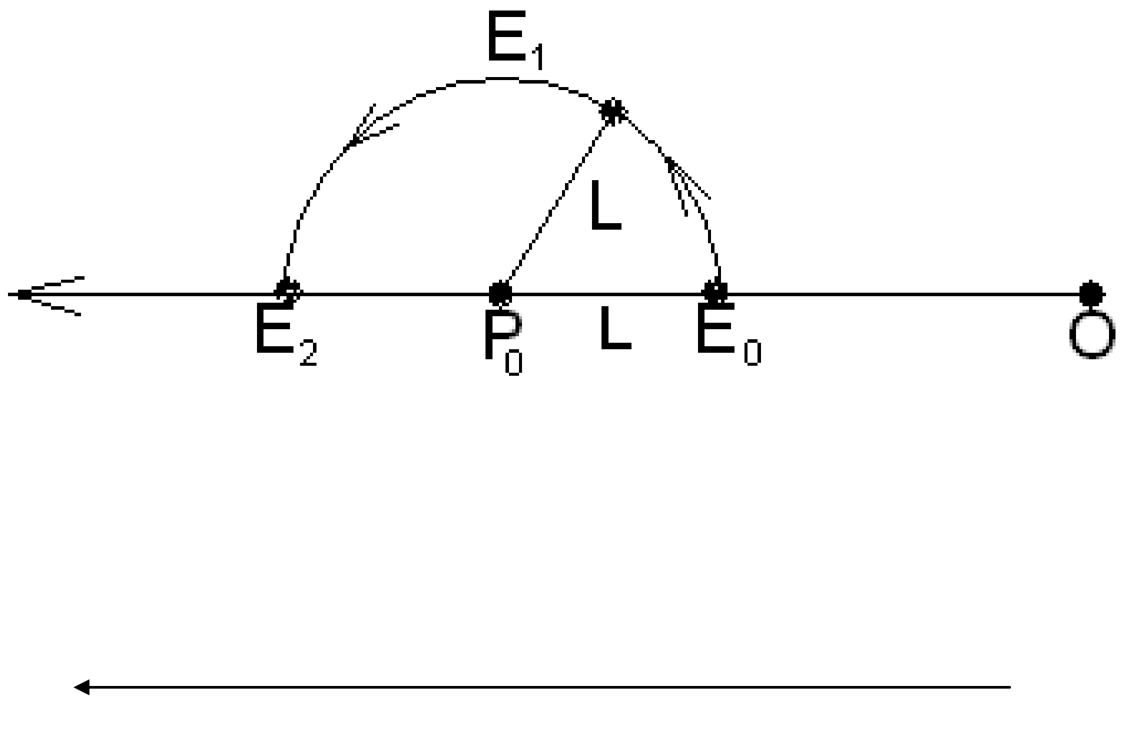


E қочувчи нуқта бундай ҳаракат қилса, барча $t \geq t_0$ ларда P қувувчи нуқтага тутилмайди. Ҳақиқатдан ҳам $t = t_0$ да $P_0 \neq E_0$,энди E_0, E_1, E_2, E_3 синиқ чизиқдаги ҳаракатида $P \neq E$ бўлмаслигини кўрсатамиз. $t = t_0$ вақтда P нуқта P_0 ҳолатда бўлиб, унинг максимал тезлиги 1 га тенг у L масофани t вақтда босиб ўтади.Чизмадан кўриниб турибдики, $E_0E_1E_2E_3$ синиқ чизиқнинг барча нуқтаси P_0 нуқтадан L дан кичик бўлмаган масофада. E нуқта $t = t_0$ вақтда E_0 ҳолатда бўлиб тезлик $k(>4)$ га тенг, у $E_0E_1E_2E_3$ синиқ чизиқ узунлиги $4L$ масофани $T = \frac{4L}{k} < t_0$ вақтда босиб ўтади. Демак, P қувловчи P_0 ҳолатдан Ox нур бўйлаб тўғри E_3 нуқтага қараб максимал *l* тезлик билан ҳаракат қилса ҳам E қочувчи нуқтага етиб кела олмайди. E қочувчига E_3 кейинги Ox нур бўйлаб ҳаракатида, P қувувчи ета олмаслигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Масаланинг 1-қисми ҳал этилди.

Масаланинг 2-қисмида E номинал ҳаракатнинг $\varepsilon > 0$ атрофида қолиши керак. Бу шартни L ни кичиклаштириш ҳисобига амалга ошириш мумкин. Масалан $L < \varepsilon$ олинади. Бунинг учин қочувчи нуқта ушбу тенгсизлик бажарилишини кутиб туриши етарли.

2-масала. Агар $4 \geq k > \pi$ бўлса, қўйилган масала ижобий ечимга эга.

Ечилиши. E нуқтага k тезлик билан аввал E_0, E_1, E_2 (3-чизмага қаранг) маркази P_0 нуқтада, радуси L бўлган айлана бўлаги бўйлаб, кейин яна Ox нур бўйлаб ҳаракат қилишни тавсия этамиз.

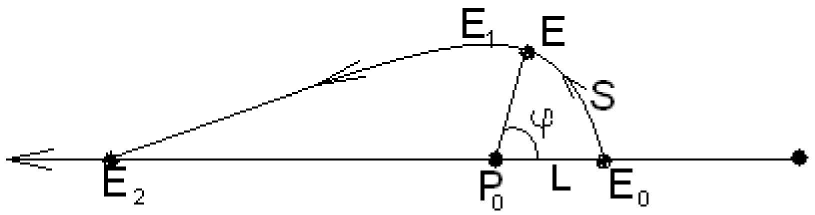


3-чизма

E қочувчи нуқта бундай ҳаракат қилса, барча $t \geq t_0$ ларда, P қувловчи нуқтага тутилмайди. Ҳақиқатдан ҳам $t = t_0$ да $P_0 \neq E_0$, энди E_0, E_1, E_2 айлана бўлагидаги ҳаракатида $P \neq E$ бўлмаслигини кўрсатамиз. $t = t_0$ вақтда P нуқта P_0 ҳолатда бўлиб, унинг максимал тезлиги l га тенг, у L масофани L вақтда босиб ўтади. E_0, E_1, E_2 айлана бўлагининг ихтиёрий нуқтаси, қурилишига кўра P_0 нуқтадан L масофада жойлашган. E нуқта E_0, E_1, E_2 айлана бўлаги узунлиги πL масофани $T = \frac{\pi L}{k} < L$ вақтда босиб ўтади. Ўтган мисолдагидай P қувловчи E қочувчи нуқтанинг айлана бўлагидаги ҳаракатида тута олмайди. E нуқтани E_3 ҳолатдан кейинги Ox нурдаги ҳаракатида P нуқта ета олмаслиги аниқ. Масаланинг биринчи қисми ечилди, иккинчи қисми ҳам 1-масалага ўхшаш ҳал этилади.

3-масала. Агар $\pi \geq k > 1$ бўлса, қўйилган масала ижобий ечимга эга бўлади ва P қувувчи нуқтадан E қочувчи нуқтагача бўлган масофа доим L дан кичик бўлмайди.

Ечилиши. Энди биз E қочувчи учун, ушбу шартларни қаноатлантирувчи чизиқни қуриш билан шуғулланамиз. E нуқтага k тезлик билан, аввал E_0, E_1, E_2 (4-чизмага қаранг) кейинчалик қуриладиган чизиқ бўйлаб,



4-чизма

кейин яна Ox нур бўйлаб ҳаракат қилишни таклиф қиламиз.

E_0, E_1, E_2 чизиқни $EP \geq L$ шартдан келтириб чиқарамиз. Бунинг учун $r = r(\varphi)$ орқали P_0 (P нинг $t = t_0$ даги ҳолати) фиксирланган нуқтадан, ҳаракатланаётган E нуқтагача масофани; φ - орқали E_0P_0 кесма билан EP_0 кесма орасидаги бурчакни; s -орқали E_0E эгри чизиқ бўлаги узунлигини белгилаймиз.

Учбурчак тенгсизлигига кўра $EP \geq EP_0 - P_0P = r(\varphi) - P_0P$. P нуқтанинг тезлиги 1 дан катта бўлмаганлиги учун, $P_0P \leq u \cdot (t - t_0) \leq \frac{s}{k}$. Бундан эса қуйидагини оламиз:

$$EP \geq EP_0 - \frac{s}{k} = r(\varphi) - \frac{s}{k}.$$

Бу ерда E нуқта босиб ўтган йўл s учун $s = k(t - t_0)$ ифодадан фойдаланилди. E_0, E_1, E_2 чизиқда $EP \geq L$ шарт бажарилиш учун

$$r(\varphi) - \frac{s}{k} = L \,, \qquad r(\varphi) = \frac{s}{k} + L$$

бўлиши етарли. Энди бу ифодани ҳар иккала қисмини дифференциаллаб поляр координаталар системасида қўйидаги тенгламани оламиз:

$$dr = \frac{1}{k} ds = \frac{(dr^2 + r^2 d\varphi^2)^{\frac{1}{2}}}{k}$$

Бу дифференциал тенгламани $r(0) = L$ бошланғич шартда интеграллаймиз. Тенглама иккала қисмини квадратга оширамиз, ўзгарувчиларни ажратиб сўнгра интеграллаб қўйидагиларга эга бўламиз:

$$dr^2 = \frac{dr^2 + r^2 d\varphi^2}{k^2} \;;\; (1 - \frac{1}{k^2}) \frac{dr^2}{r^2} = d\varphi^2 \;;$$

$$\frac{k}{\sqrt{k^2 - 1}} \cdot \frac{dr}{r} = d\varphi \;; \quad \frac{k}{\sqrt{k^2 - 1}} \int_0^{\varphi} \frac{dr}{r} = \int_0^{\varphi} d\varphi \;; \quad \frac{k}{\sqrt{k^2 - 1}} (\ln r(\varphi) - \ln r(0)) = \varphi \;;$$

$$\ln \frac{r(\varphi)}{L} = \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} \varphi \;;$$

$$r(\varphi) = L e^{\frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} \varphi} .$$

Сизга маълумки, $r(\varphi) = L e^{\frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} \varphi}$ поляр координаталар системасида логарифмик спирални беради, демак, масала шартини қаноатлантирувчи E_0, E_1, E_2 чизиқ, топилган логарифмик спиралнинг $0 \leq \varphi \leq 180^0$ бўлгандаги бўлаги экан.

Тушунарлики, E қочувчи нуқта ушбу спирал бўйлаб юрса, унинг қурилишига кўра $EP \geq L$ лигича қолади, демак, E нуқта P га нафақат ушланмайди, балки L масофа узоқликда юриб, яна Ox нурга тушиб олар экан. Е нуқта нурда ҳаракатланаётганда $EP \geq L$ эканлиги қийинчиликсиз юқоридаги мулоҳазалардан келиб чиқади. Масалани иккинчи қисми 1-масаладагидай ҳал этилади.

Талабаларга қўйидаги масалаларни мустақил ечишни таклиф этамиз:

4-масала.Умумий масалада қувловчилар 2 та, 3 та бўлса масала қандай ҳал этилади? Агар улар n та бўлсачи?

5-масала. Агар умумий масалада E нуқта номинал траектория ε атрофида қолсин деган шарт олиб ташланса 1,2,3-масалалар қандай ечилади?

6-масала. Текисликда Oxy координаталар ўқи киритилган бўлиб,у

$x = \pm kh$, $k = 1,2,...,$ $h = L$; $y = \pm nh$, $n = 1,2,...,$ тўғри чизиқлар ёрдамида тўр билан қопланган бўлсин .E ва P нуқталар тўр устида харакат қилаётган бўлса, умумий масала қандай кўринишни олади? У қандай ечилади?

7-масала. Текисликда Oxy координаталар ўқи киритилган бўлиб 6-масаладагидек тўр билан қопланган. қочувчи E нуқта $\dot{z} = \upsilon$, $|\upsilon| \leq 1$;P_1 ва P_2 қувловчи нуқталар $\dot{z}_1 = u_1$, $|u_1| \leq 1$, $\dot{z}_2 = u_2$, $|u_2| \leq 1$ қонуният билан томонлари $10L \times 10L$ бўлган квадрат ичидаги тўр устида харакат қилмоқда. қувловчи нуқталар қочувчи нуқтани ушлай оладиларми?

8-масала. Текисликда E қочувчи нуқта тенг томонли учбурчак марказида, 3 та қувловчи P_1, P_2, P_3 нуқталар эса шу учбурчак учларида турибди.

Уларнинг ҳаракат тенгламаси мос равишда

$$\dot{y} = \upsilon, \ |\upsilon| \leq k, \ \dot{x}_i = u_i, |u_i| \leq 1, \ i = 1,2,3.$$

қочувчи E боши шу нуқтада бўлган нур бўйлаб максимал тезликда ҳаракат қилиб, P_i қувловчиларга тутилмасдан чиқиб кета олиши учун k қандай шартни қаноатлантириши керак?

"Кўп қувувчилардан қочиш ҳақидаги бир масала" мавзусини ўқиш давомида талабада амалий аҳамиятга эга бўлган бошқа жуда кўп масалалар билан танишиш имконияти бўлади. Мақолада ушбу масала объектлар ҳаракати жуда мураккаб дифференциал тенгламалар билан ифодаланган ҳолда турли умумлаштиришлар ва мисоллар батафсил баён қилинган.

Шундай қилиб, талаба мақолада келтирилган масалалар билан танишиш давомида унинг ижодий фаолиятини ривожлантирувчи замонавий бошқарув масалаларидан бири бўлган “объектни излаш” масаласини ечиш малакасига эга бўлади.